

ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКИХ СРЕД В ФИЛЬТРУЮЩИХ КАНАЛАХ СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЫ

С.А. Светлов, Ф.Ф. Спиридонов, Т.М. Тушкина, О.Р. Светлова

Эффективность фильтрации жидких сред при использовании фильтрующих материалов (тканей, мембран) зависит от множества факторов. В первую очередь, конструкция фильтров должна обеспечивать высокую производительность в сочетании с надежностью работы и простотой эксплуатации. Характер движения жидкой среды в фильтрующем канале необходимо обеспечить такой, чтобы концентрационная поляризация оказывала минимальное влияние на проницаемость фильтровальной перегородки (мембраны) и исходный поток суспензии равномерно распределялся по всей поверхности фильтрования.

С целью увеличения удельной поверхности мембранных фильтров традиционно отдают предпочтение аппаратам двух типов – на основе трубчатых элементов и аппаратам кассетного типа [1-3]. Установки с мембранами из полых волокон чувствительны к загрязнениям и поэтому должны включать в себя, в случае необходимости, узлы предварительной очистки [4]. Кроме того, рабочая поверхность в аппаратах этого типа не является равнодоступной для исходного потока из-за существенной неравномерности распределения среды по отдельным волокнам пучка мембраны. В силу малого размера полых волокон в них существует ламинарный режим движения среды, при котором негативное влияние концентрационной поляризации сказывается особенно сильно. Фильтрующий элемент аппарата кассетного типа состоит из двух листовых мембран и расположенных между ними дренажной и сепарирующей сеток. Набор большого числа мембранных элементов составляет кассетный модуль, в котором они соединены между собой и изолированы от окружающей среды. Таким образом, модули кассетного типа снабжены турбулизаторами, в роли которых выступает сепарирующая полимерная сетка. В свою очередь, недостатки мембранных модулей, набранных из кассет, связаны с ограниченностью их использования при

проведении мембранной фильтрации (в частности, невозможно их применение для процессов обратного осмоса) и достаточно большим гидравлическим сопротивлением [3].

Один из способов увеличения площади поверхности разделения состоит [5] в использовании фильтрующих каналов сложной формы. При этом, в результате вариации параметров, определяющих форму проницаемой границы, таких как h и b , можно добиться увеличения площади рабочей поверхности. В зависимости от того или иного конструктивного решения в канале могут присутствовать или отсутствовать ребра, обеспечивающие жесткость системы.

Оценим относительный расход в канале с волнистой формой проницаемой границы, изображенном на рис. 1, с помощью формулы

$$\tilde{G} = \frac{G}{G_0} \quad \text{или} \quad \tilde{G} = \sqrt{1 + \left(\frac{h}{b}\right)^2}, \quad (1)$$

где G_0 , G – расход жидкости, соответственно, в канале с прямолинейной и волнистой образующими; h – амплитуда волны проницаемой границы; b – параметр, характеризующий длину волны проницаемой границы.

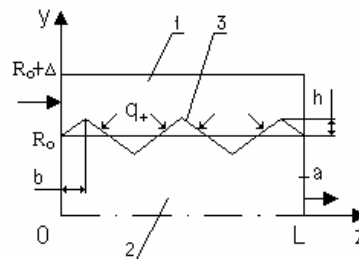


Рис. 1. Схема течения жидкости в фильтрующем канале:

- 1 – напорный канал; 2 – дренажный канал;
- 3 – пористая фильтровальная перегородка.

В соответствии с формулой (1), расход \tilde{G} в мембранном канале с волнистой формой образующей зависит от значения безразмерного параметра $\frac{h}{b}$. При этом, если $h = 0$, то расход G совпадает с G_0 , при $b \rightarrow 0 \tilde{G} \rightarrow \infty$. Для создания физически обоснованных методов расчета процессов разделения в установках с волнистой формой фильтрующей поверхности мембраны необходимо [6], в первую очередь, исследовать закономерности движения среды в напорном и дренажном каналах. В этой связи было проведено исследование с целью изучения влияния, которое оказывает форма проницаемой границы фильтрующего канала на структуру потока, реализуемого в нем.

Рассмотрим часть фильтрационной установки (рис. 1), состоящей из напорного канала, помещенного в дренажное пространство. Предполагаем, что через общую проницаемую стенку канала осуществляется равномерный нормальный подвод среды со скоростью $q_+^* = \text{const}$. Для отвода фильтрата дренажный канал содержит отверстие на правой границе. Течение рассмотрим в декартовой или цилиндрической системе координат (z^*, y^*) . Полагаем, что коэффициент динамической вязкости μ^* - величина постоянная, продольная скорость на входе в напорный канал максимальна, гравитационные, магнитные, электрические поля пренебрежимо малы, среда несжимаема ($\rho^* = \text{const}$). Введем безразмерные переменные: $z = z^*/R^*$, $y = y^*/R^*$ ($r = r^*/R^*$), $L = L^*/R^*$, $w = w^*/q_+^*$, $v = v^*/q_+^*$, $p = p^*/(\rho^* q_+^{*2})$, где L, L^* - длина канала; p^* - давление; w^*, v^* - компоненты вектора скорости, соответственно, вдоль осей z^* и y^* ; $R^* = R_0^* + h^*$, $R^* = \Delta^* + h^*$ - радиус, соответственно, для дренажного или напорного каналов; R_0^* - расстояние от оси канала до оси образующей или срединной поверхности проницаемой границы. Индекс определяет размерные переменные.

Рассмотрим особенности течения в смежных каналах, исходя из сделанных допущений. Определяющие уравнения, описывающие рассматриваемую задачу, в

безразмерных переменных могут быть записаны в виде:

$$\text{Re}_i \left(\frac{1}{y^\lambda} \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial \omega_i}{\partial z} - \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \right) + \lambda \frac{1}{y} \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \omega \right) =$$

$$= \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial y^2} + \lambda \left(\frac{1}{y} \frac{\partial \omega_i}{\partial y} - \frac{1}{y^2} \omega_i \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} - \lambda \frac{1}{y} \frac{\partial u_i}{\partial y} = y^\lambda u_i$$

где $\text{Re}_i = \frac{c^* q_+^* R_i^*}{\mu^*}$ - характерное число

Рейнольдса; μ^* - коэффициент динамической вязкости; ρ^* - плотность среды; ψ - функция тока; u_i - завихренность; $i = 1, 2$ - соответственно, для дренажного и напорного каналов; $\lambda = 0, 1$ - соответственно, для плоского и осесимметричного каналов.

Уравнения системы (2) дополним граничными условиями. Если течение осуществляется в дренажном канале, то на оси симметрии ($y = 0$) значения ψ и u_i полагаются равными нулю,

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad (3)$$

на левой стенке ($z = 0$) $\psi = 0$, значения u_i вычисляются в процессе решения с использованием условия прилипания; $v = 0$, $w = 0$;

на проницаемой границе $\psi = \psi(0, R_0) - q_+ R_0^\lambda z$, значения u_i вычисляются в процессе решения с использованием условия прилипания, величина вихря в угловой точке в предположении существования здесь закругленности малого радиуса определена как среднее арифметическое его значений на мембране в двух окрестных точках; $w = 0$, $q_n = -q_+$; где q_n - модуль проекции вектора скорости на внешнюю нормаль к границе;

на правой непроницаемой границе ($z = L$, $a < y < R_0$) $u_i = u_i(z, R_0)$, значения u_i вычисляются в процессе решения с использованием условия прилипания ($v = 0$, $w = 0$);

ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКИХ СРЕД В ФИЛЬТРУЮЩИХ КАНАЛАХ СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЫ

в выходном отверстии ($z = L$, $0 \leq y \leq a$) значения всех искомым переменных вычисляются экстраполяцией из расчетной области в предположении отсутствия продольной диффузии.

Для решения задачи о течении жидкости в напорном канале граничные условия принимают вид:

$$\text{на входе в канал } (z = 0) \quad \psi = \int_{R_0}^y W_{in} y^{\lambda} dy, \\ w = W_{in}, \quad v = 0, \quad (4)$$

где W_{in} – скорость подачи жидкости в канал; на мембране значения ψ вычисляются в процессе решения с использованием условия прилипания ($w = 0$); $q_n = -q_+$; q_n – модуль проекции вектора скорости на внешнюю нормаль к границе; определение значений ψ в вершинах выпуклых углов производится методом, представленным выше; на непроницаемых границах ($z = L$ и $y = R_0 + \Delta$) $\psi = 0$, ψ вычисляется так же, как и в предыдущем случае; при $y = R_0 + \Delta$ и $z = L$; $w = v = 0$.

В том случае, если волнистая форма проницаемой границы достигается за счет использования в канале ребер жесткости, граничные условия (3), (4) необходимо добавить равенством нулю поперечной составляющей вектора скорости в угловых точках на перегородке.

Из постановки задач (2), (3) и (2), (4) видно, что их решения зависят от нескольких безразмерных параметров: h/b , a , L , Re . Задачи решались с помощью модифицированного метода на неравномерных сетках [7], узлы которых сгущались вблизи мембраны. Известно [8], что методы, основанные на определении значения вихря в угловой точке при помощи произвольной экстраполяции по значениям во внутренних точках, могут привести к неустойчивости метода решения.

Расчетный алгоритм реализован на языке среды Matlab в виде вычислительного комплекса, включающего в себя программы подготовки данных, построения сетки, решения системы линейных уравнений, вывода нужной информации в текстовом и графическом режимах. В процессе численного эксперимента было исследовано влияние граничных условий и значения критерия Рейнольдса на структуру течения в

напорном и дренажном каналах. Диапазоны изменения параметров: $h/b \in [0, 1]$, $Re \in [0.1, 10]$.

С помощью численного моделирования предварительно была исследована структура потока в дренажном канале, снабженном расходным устройством, в том случае, когда форма образующей проницаемой границы прямолинейна. Известно [9], что наличие диафрагмы существенно влияет на структуру течения в канале: профиль скорости отличается от теоретического автомодельного [10] появлением вдоль оси (плоскости симметрии) зоны ускорения потока с поперечным размером, обусловленным радиусом отверстия диафрагмы. Результаты вычислительного эксперимента показывают, что этот эффект, наиболее проявляющийся в непосредственной близости к диафрагме, усиливается с уменьшением указанного радиуса. Данные, описывающие эволюцию профиля $w(y)$ вниз по потоку, подтверждают существование около оси зоны, где профиль близок к равномерному. Ближе к границе с подачей среды расположена зона потока, в которой профиль $w(y)$ похож на теоретический [9]. Между двумя указанными зонами расположена третья, где происходит интенсивная трансформация течения. Эта зона, по-видимому, может рассматриваться как вязкий слой смешения.

Была исследована структура потока в фильтрующем канале при $h/b \neq 0$ и следующих значениях параметров, определяющих решение задачи (2), (3): $L = 1.2$; $h/b = 0.5$; $Re = 0.1$; $a = 0.2$. При этом в напорном канале вблизи непроницаемого угла присутствует зона рециркуляционного течения, в дренажном канале наблюдается зона возвратного течения около левой стенки канала. Полученные в ходе вычислительного эксперимента результаты свидетельствуют о том, что форма проницаемой границы оказывает существенное влияние на течение в канале. Замена прямолинейной формы образующей проницаемой границы волнистой с амплитудой h и параметром волны b приводит к существенной перестройке потока. В профилях скорости появляется ряд отличий. Во-первых, на графике продольной скорости около мембраны появляется точка перегиба, свидетельствующая о сдвиговом характере. Этот эффект просматривается на рис. 2, где

представлены расчетные профили осевой компоненты скорости $w(y)$ в различных сечениях по оси z дренажного канала. Здесь же штриховой линией показано решение [9]. Во-вторых, в зоне около пористой перегородки выявлена область возвратного течения. Она наиболее протяженна в первом из указанных сечений по длине канала, что можно объяснить нормальным вводом среды через проницаемую границу и близостью непроницаемой левой стенки канала. Из рисунка видно, что деформация течения, наблюдающаяся вблизи мембраны, постепенно сглаживается вниз по течению. Наибольшее отличие профиля от теоретического отмечено в начале канала. Отмеченные выше факты, касающиеся эволюции профиля скорости по длине канала, имеют место при различных значениях h/b , отличных от нуля. Установлено, что изменение h/b практически не влияет на распределение скорости по высоте дренажного канала в зоне около оси канала, при этом, наблюдается деформация профиля вблизи мембраны, возрастающая с увеличением h/b . В частности, чем ближе h/b к единице, тем больше становится размер зоны возвратного течения, при $h=0$ (в канале с прямолинейной образующей) обратное течение отсутствует.

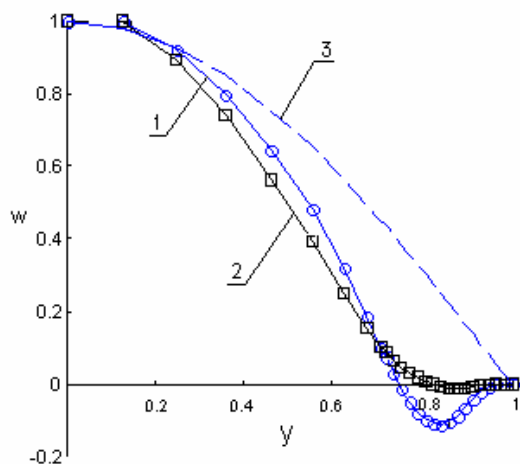


Рис. 2. Зависимость w -компоненты вектора скорости от высоты y дренажного канала в разных сечениях по оси z :

1 – $z = 0.2L$, $Re = 1$, $h/b = 1$; 2 – $z = 0.8L$; 3 – $h/b = 0$.

Известно, что кинематика течения в канале с подачей среды через проницаемую границу прямолинейной формы

консервативна в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса [11]. В процессе проведенного исследования обнаружена чувствительность гидродинамики течения сред в каналах с волнистой формой проницаемой границы к изменению значения Re . В ядре потока разница между значениями скорости невелика, т.е. в центральной зоне дренажного канала течение не зависит от Re . Вместе с тем, по мере приближения к фильтровальной перегородке течение все больше реагирует на изменение числа Рейнольдса, при увеличении Re уменьшается поперечный размер зоны возвратного течения, вплоть до ее исчезновения. Возле мембраны существует слой, где силы вязкого трения достаточно велики.

Аналогичные эффекты в изменении скорости течения жидкости были обнаружены и в напорном канале. Однако течение в напорном канале с волнистой образующей имеет более сложную структуру по сравнению с таковой в дренажном канале, что обусловлено наличием сразу нескольких зон: возвратного течения около мембраны, регулярного течения в ядре потока, рециркуляционного течения вблизи непроницаемого угла канала. При этом, влияние основных параметров, определяющих решение системы (2) с граничными условиями (4), таких как Re и h/b , на каждую из перечисленных выше зон различно. При наличии отвода среды через мембрану волнистой формы на профиле w -компоненты скорости вблизи проницаемой границы появляется точка перегиба. Течение вблизи непроницаемой стенки напорного канала практически не чувствительно к изменению h/b . При $h/b=0$ в потоке исчезает возвратное течение вблизи мембраны, а на профиле продольной скорости отсутствует точка перегиба в указанной области.

При увеличении скорости отвода фильтрата уменьшается размер зоны возвратного течения около проницаемой границы. Кроме того, при возрастании Re уменьшается и область рециркуляции вблизи непроницаемой границы. Причем, последние изменения по величине более значительны. На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что в напорном канале силы вязкого трения сконцентрированы вблизи мембраны и непроницаемой стенки. В ходе численного эксперимента обнаружено, что структура течения в призматических и

ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКИХ СРЕД В ФИЛЬТРУЮЩИХ КАНАЛАХ СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЫ

цилиндрических каналах качественно одинакова, количественные характеристики различны. Это не позволяет осуществлять непосредственный перенос экспериментальных данных, полученных для плоского течения, на осесимметричные фильтрующие каналы.

В реальных конструкциях фильтров осаждение частиц примеси на мембране приведет к её деформации, что изменит геометрию дренажного и напорного каналов и, следовательно, структуру потока в них. В этой связи было проведено исследование, цель которого заключалась в изучении особенностей течения в фильтровальной установке, проницаемая стенка которой имеет форму, определяемую выражением

$$y = R_0 + h \sin\left(\frac{p}{2} \frac{z}{b} + \varphi_0\right), \quad (5)$$

где φ_0 – начальная фаза; $0 \leq z \leq L$.

Для исследования течения в установке, имеющей мембрану в форме синусоиды (5), система (2) была решена численно совместно с граничными условиями (3) или (4), измененными в части, касающейся проницаемой границы. Значения u вычисляются в процессе решения с использованием условия прилипания

$$q_s = 0, \quad (6)$$

где q_s – касательная составляющая вектора скорости на мембране.

Замена проницаемой границы в форме ломаной кривой на синусоиду вносит коррективы в структуру течения. На профиле продольной скорости $w(y)$ по длине дренажного канала вблизи проницаемой границы появляются две точки перегиба, при этом зона возвратного течения непосредственно не прилегает к мембране, а удалена от нее на некоторое расстояние. При неизменном поперечном размере область возвратного течения в дренажном канале с гладкой проницаемой границей смещается ближе к центральной плоскости (оси). Влияние параметра h/b на течение в дренажном канале с мембраной в форме (5) заключается в возрастании зоны обратного течения при увеличении h/b . Как и при подаче среды через проницаемую стенку в форме ломаной, при увеличении числа Рейнольдса отмечено уменьшение

поперечного размера области возвратного течения недалеко от мембраны.

На рис. 3 показано влияние на распределение продольной компоненты скорости параметров, определяющих решение задачи (2) с граничными условиями (4), модифицированными с помощью (6). В отличие от дренажного канала в напорном канале не появляется второй точки перегиба в окрестности проницаемой стенки. Полученные в ходе численного эксперимента данные свидетельствуют о том, что влияние параметров h/b и Re на структуру потока вблизи мембраны гладкой и ломаной формы одинаково. В процессе вариации параметра h/b всегда, когда наблюдалось увеличение зоны возвратного течения вблизи мембраны, происходило уменьшение области рециркуляции в окрестности непроницаемого угла напорного канала.

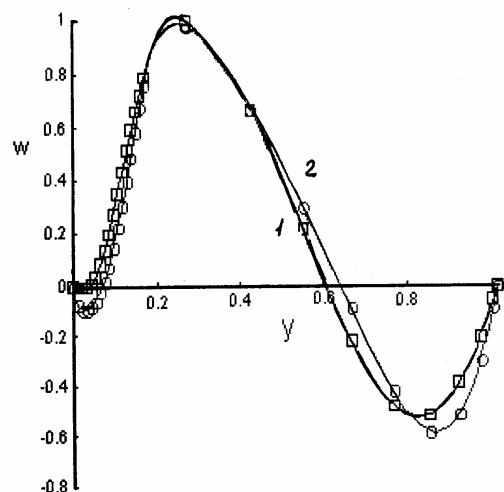


Рис. 3. Распределение $w(y)$ по высоте напорного канала в зависимости от формы волнистой образующей: 1 – ломаная при $Re = 0.1$, $h/b = 1$; 2 – синусоида.

Таким образом, в ходе численного эксперимента установлено, что как только форма мембраны перестает быть прямолинейной, обнаруживается слой с вязким трением по обе стороны проницаемой границы. Замена прямолинейной формы образующей проницаемой границы волнистой приводит к перестройке течений в напорном и дренажном каналах. Структурные изменения происходят, в основном, в области, прилегающей к мембране. Наиболее значимо в этой связи влияние параметра h/b . При h/b не равном нулю, около проницаемой границы возникает

возвратное течение. Кроме того, на профиле продольной скорости вблизи мембраны появляется точка перегиба, свидетельствующая о сдвиговом характере. Произошедшие вместе с тем структурные изменения в потоке, в основном, касаются дренажного канала. На профиле продольной скорости появляется вторая точка перегиба, область возвратного течения удаляется от мембраны. В потоке жидкости в дренажном канале, силы трения сконцентрированы вблизи мембраны, имеющей волнистую форму. В области, находящейся в окрестности центральной плоскости (оси) канала силы трения распределены равномерно по высоте. В напорном канале силы трения по величине сравнимы с силами инерции как вблизи проницаемой границы, так и около непроницаемой стенки. По результатам проведенного исследования можно утверждать, что структура течения в круглых цилиндрических и плоских призматических каналах чувствительна к изменению характерного числа Рейнольдса, поскольку в процессе осаждения частиц на фильтровальной перегородке и появления слоя осадка её форма, первоначально являющаяся прямолинейной, изменяется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

1. Дытнерский Ю.И. Мембранные процессы разделения жидких смесей. – М.: Химия, 1975. – 230 с.
2. Светлов С.А., Ерохин В.В. Установка для очистки технологических жидкостей // II Республиканская конф. по мембранам и мембранной технологии: Тез. докл. - Киев: ИКХХВ АН УССР, 1991. - С.146-147.
3. Марцулевич Н.А., Гуляренко В.А., Кононов В.П. Гидродинамика мембранных аппаратов кассетного типа // ЖПХ, 1991, №4. - С. 818-823.
4. Чесноков Ю.Г., Марцулевич Н.А. Ламинарное движение жидкостей в мембранных волокнах // ЖПХ, 1989. №9. - С. 1954-1961.
5. Светлов С.А., Бажин В.Е., Сергеев А.Г., Светлова О.Р. Фильтр для сгущения суспензий. А.С. 1176918 СССР // Б. и. 1985. № 33.
6. Алексеев Т.В., Тушкина Т.М., Спиридонов Ф.Ф. Численное моделирование течений в каналах с проницаемыми стенками // X Юбилейная международная конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам: Тез. докл. - М.: МГИУ, 1999. - С. 27-28.
7. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 150 с.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: Пер. с англ. - М.: Мир, 1980. - 616 с.
9. Bergman A.S. Laminar flow in channels with porous walls // J. Appl. Phys., 1953, V.24, N9. - P.1232-1235.
10. Yuan S.W., Finkelstein A.B. Laminar pipe flow in channels with injection and suction through a porous wall // Trans. ASME, Ser. E., J. Appl. Mech., 1956, V. 78, №4. - P. 719-724.
11. Morduchow M. On laminar flow through a channels on tube with injection: application of method of averages // Quarterly J. of Appl. Phys. Math, 1957, V. 14. - P. 361.