

ДИНАМИЧЕСКИЕ КОНТАКТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГИХ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

А.А. Максименко, Н.В. Перфильева

Работоспособность, прочность и долговечность различных машин и механизмов, в значительной мере, зависят от процессов, протекающих в контакте. Точность и качество прецизионных приборов, технологической оснастки, универсально-сборных приспособлений и металлорежущих станков определяются нормальной контактной жесткостью [1,2]. От контактной жесткости и прочности зависит работоспособность соединений с натягом, резьбовых и заклепочных соединений, различных передач и подшипников. Рассмотрение механических систем, при эксплуатации которых невозможно полностью исключить резонансные режимы, связано, прежде всего, с учетом динамических характеристик контакта. А именно, с учетом величины рассеяния энергии в зоне контакта значительно большего, чем рассеяния энергии в материале.

В связи с актуальностью данных вопросов, была поставлена и решена задача создания методики расчета динамических характеристик контакта при нормальном вибрационном нагружении.

Для оценки нормальных смещений в упругом диссипативном контакте в работе использовались решения статических задач.

Для случая контакта шероховатой сферы и плоскости [3]:

$$\delta = \frac{1 + \beta^{3/2}}{2\beta} k N^{2/3}. \quad (1)$$

При этом считается, что шероховатый слой может деформироваться упруго, пластически и пластически с упрочнением, а сфера деформируется только упруго. Расчеты, проведенные А.Н. Тритенко [4], позволяют непосредственно определить значение β :

$$\beta = (1 + A)^{-\frac{(2\nu+1)}{(2\nu+3)}}, \quad (2)$$

где для упругого контактирования:

$$A = 2,42 \left[2,02 \frac{R_{\max}^{\nu} R^{\frac{(2\nu-3)}{6}} r^{\frac{1}{2}} \Gamma(\nu+1,5)}{b I^{\frac{2\nu}{3}} N^{\frac{2\nu}{3}} \Gamma(\nu+1)} \right]^{\frac{2}{(2\nu+1)}}. \quad (3)$$

для пластического деформирования:

$$A = 2,42 \left[0,19 \frac{R_{\max}^{\nu} R^{\frac{(\nu-2)}{3}}}{G_{\tau} b I^{\frac{2(\nu+1)}{3}} N^{\frac{(2\nu-1)}{3}}} \right]^{\frac{1}{\nu}}. \quad (4)$$

Для случая контакта шероховатых поверхностей использовалось уравнение Крагельского-Демкина [5]:

$$N = \frac{A_c b k_1 \nu (\nu - 1) E}{5 r^{\frac{1}{2}} (1 - \mu^2) R_{\max}^{\nu}} \delta^{\frac{(2\nu+1)}{2}}. \quad (5)$$

Здесь приняты обозначения: N и δ - нормальная нагрузка и сближение; β - коэффициент сжатия эпюры контактных давлений; b и ν - параметры кривой опорной поверхности; r и $R_{\max}$ - приведенный радиус и наибольшая высота выступов шероховатого слоя; E - модуль упругости 1-го рода; k - постоянная интегрирования, зависящая от ν ; A_c - контурная площадь; R - радиус сферы; G_{τ} - предел текучести наиболее мягкого из контактирующих материалов; I - упругая постоянная контактирующих материалов; Γ - гамма-функция.

При нагружении контакта в нормальном направлении активный этап (нагружение) происходит пластически, а пассивный (разгрузка) - упруго.

На основе метода наименьших квадратов было сделано аппроксимирование формулы (1).

$$N = L * \delta^n. \quad (6)$$

Было получено следующее выражение, после разложения в ряд Тейлора в окрестностях точки статического равновесия:

$$N = N_0 + K_1(\delta - \delta_0) + K_2(\delta - \delta_0)^2 + K_3(\delta - \delta_0)^3. \quad (7)$$

При рассмотрении контакта поверхностей аналогичное уравнение можно получить, используя выражение (5).

Коэффициенты ряда определялись следующим образом:

для контакта сфер и поверхности:

$$\begin{aligned} K_1 &= L \cdot n \cdot \delta_0^{n-1}, \\ K_2 &= L \cdot n \cdot (n-1) \cdot \delta_0^{(n-2)} / 2, \\ K_3 &= L \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \delta_0^{(n-3)} / 6 \end{aligned} \quad (8)$$

для контакта поверхностей:

$$\begin{aligned} K_1 &= Z \cdot q \cdot \delta_0^{(q-1)}, \\ K_2 &= Z \cdot q \cdot (q-1) \cdot \delta_0^{(q-2)} / 2, \\ K_3 &= Z \cdot q \cdot (q-1) \cdot (q-2) \cdot \delta_0^{(q-3)} / 6, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} Z &= A_c \cdot b \cdot k_1 \cdot \nu \cdot (\nu-1) \cdot E / 5 \cdot r^{0.5} \cdot (1-\mu^2) \cdot R_{\max}^{\nu} \\ &\text{и } q = (2 \cdot \nu + 1) / 2. \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразовывая координаты и обозначения, был составлен ряд, сумма первых трех членов которого позволяет производить расчеты с достаточной степенью точности.

Учитывая инерционную и восстанавливающую силу, а также вынуждающую нагрузку было получено дифференциальное уравнение вынужденных нормальных колебаний:

$$m\ddot{x} + \bar{K}_1 \ddot{x} + \bar{K}_2 \ddot{x}^2 + \bar{K}_3 \ddot{x}^3 = P \cdot \sin wt, \quad (11)$$

где m – масса штампа (для контакта сфер – масса штампа с запрессованными в него сферами), K_1, K_2, K_3 – коэффициенты, характеризующие силы восстановления и диссипации, $P \cdot \sin wt$ – вынуждающее усилие, $\ddot{x}$ и $\dot{x}$ – текущие значения ускорения и перемещения штампа, Знаки « $\rightarrow$ » и « $\leftarrow$ » относятся к активному и пассивному процессам деформирования соответственно.

Действие внешней силы рассматривалось как последовательность малых импульсов, т.е. в каждый момент времени значение силы есть величина постоянная.

В начальный момент времени при $t = 0$

$x = 0$ и $\dot{x} = 0$. Впоследствии начальными условиями для каждого последующего шага будут являться конечные условия с

предыдущего шага: $x = x_{i-1}$; $\dot{x} = \dot{x}_{i-1}$.

Данная механическая система является нелинейной и обладает значительной диссипацией энергии, поэтому уравнение движения интегрировалось при помощи степенных рядов.

Решение уравнения имеет вид:

$$x = \begin{cases} \bar{a}_1 t_1 + \bar{a}_3 t_1^3 + \bar{a}_4 t_1^4 + \bar{a}_5 t_1^5, & 0 \leq t_1 \leq t_1^*, \\ \bar{b}_0 + \bar{b}_2 t_2^2 + \bar{b}_4 t_2^4 + \bar{b}_6 t_2^6, & 0 \leq t_2 \leq t_2^*, \\ \bar{a}_1 t_3 + \bar{a}_3 t_3^3 + \bar{a}_4 t_3^4 + \bar{a}_5 t_3^5, & 0 \leq t_3 \leq t_3^*, \\ \bar{b}_0 + \bar{b}_2 t_4^2 + \bar{b}_4 t_4^4 + \bar{b}_6 t_4^6, & 0 \leq t_4 \leq t_4^*, \end{cases} \quad (12)$$

где $t_1^* \dots t_4^*$ – длительности движения на каждом этапе; $\bar{a}_n, \bar{a}_n, \bar{b}_n, \bar{b}_n$ – коэффициенты, определяемые по рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} a_0 &= x_{i-1}; \quad a_1 = \dot{x}_{i-1}; \\ a_2 &= -1/2(K_1 a_0 + K_2 a_0^2 + K_3 a_0^3)/m + \\ &+ P \sin wt_i / 2m; \\ a_3 &= -1/6 \cdot (K_1 a_1 + 2K_2 a_0 a_1 + 3K_3 a_0^2 a_1)/m; \\ a_4 &= -1/12(K_1 a_2 + K_2(a_1^2 + 2a_0 a_2) + \\ &+ K_3(3a_0 a_1^2 + 3a_0^2 a_2))/m; \\ a_5 &= -1/20(K_1 a_3 + K_2(2a_2 a_1 + 2a_3 a_0) + \\ &+ K_3(a_1^3 + 3a_0^2 a_3 + 6a_0 a_1 a_2))/m. \end{aligned} \quad (13)$$

Данное решение более подробно изложено [4].

Выражения для определения скорости находятся из почленного дифференцирования рядов. Для определения сближения на каждом этапе можно ограничиться суммой первых четырех членов ряда, поскольку последующие, ввиду их малости, не вносят существенных изменений в конечный результат.

Используя данную модель, можно определять амплитудные значения сближения, частоты процессов, параметры резонанса, а также величину диссипации

энергии. Что позволяет прогнозировать работу условно-неподвижных соединений еще на стадии проектирования конструкции. Данная методика может быть использована в инженерных расчетах.

Выводы

Разработанные математическая модель динамического контакта и численно-аналитический метод расчета контактных деформаций, позволили получить удобные для инженерного использования формулы расчета динамических характеристик механического контакта.

Полученные расчетные зависимости применимы для оценки нормальных амплитуд и частот свободных и вынужденных колебаний механического контакта.

Данная методика может быть применена к расчету и проектированию реальных

сочленений машин и механизмов с заданными динамическими и диссипативными характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. - М.: Машиностроение, 1971. - 265 с.
2. Максак В.И. Предварительное смещение и жесткость механического контакта. - М.: Наука, 1975. - 61 с.
3. Ланков А.А. Фрикционный контакт деталей машин. Калинин, 1989. - С.21-31.
4. Тритенко А.Н., Кун Я.И. Колебания штампа на сферах при воздействии непериодически изменяющихся нагрузок // Трение и износ. 1990. Т.11. - № 5. - С. 867-870.
5. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. - М.: Машиностроение, 1977. - 526 с.