

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В ЗАДАЧЕ О ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНЫМ ФЛАНЦЕМ

С.А. Комаров, В.В. Щербинин, А.А. Богданов

Невыступающие волноводные излучатели в виде открытого конца волновода с фланцем получили широкое практическое применение в радиотехнике сверхвысоких частот. Это делает актуальной разработку методов расчёта их электродинамических характеристик. В данной работе рассматривается применение вариационного принципа в однододовом приближении для расчёта характеристик поля излучения волноводной антенны с импедансным фланцем.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В координатной области $z < 0$ расположен невыступающий полубесконечный цилиндрический волновод произвольного поперечного сечения, ось которого совпадает с осью z . Стенки волновода являются идеально проводящими. Волновод заполнен однородным диэлектриком без потерь с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ .

Раскрыв волновода S расположен на бесконечном фланце в плоскости $z = 0$. Фланец характеризуется постоянным сторонним импедансом ZZ_0 , где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – импеданс свободного пространства, ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства соответственно.

Полупространство $z > 0$ заполнено однородным идеальным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_s и магнитной проницаемостью μ_s .

Волновод возбуждается электромагнитной волной основного типа единичной амплитуды, набегающей на раскрыв S вдоль оси z . Волновой процесс является гармоническим во времени с круговой частотой ω . Зависимость от времени определяется как $e^{-i\omega t}$. Решение задачи проводится в системе единиц СИ.

Требуется определить диаграмму направленности излучения волноводной антенны в дальней зоне.

НАХОЖДЕНИЕ КОМПОНЕНТ ПОЛЯ В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ

Электромагнитное поле в области $z > 0$ может быть описано с помощью двух скаляр-

ных компонент векторных электрического A_z^e и магнитного A_z^m потенциалов в форме интегралов Фурье [1]:

$$A_z^{e,m} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a^{e,m}(\xi) e^{i\xi\vec{\rho} + iW_s z} d\xi \quad (1)$$

здесь $\vec{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости $z = 0$; a^e и a^m – неизвестные спектральные функции; $k_s = k_0 \sqrt{\varepsilon_s \mu_s}$ и $W_s = \sqrt{k_s^2 - \xi^2}$ – продольное и поперечное волновые числа соответственно. Решение поставленной задачи связано с выполнением в плоскости фланца $z = 0$ граничных условий сшивания касательных составляющих полей на раскрытие волновода и граничных условий импедансного типа вне раскрытия. В работе [2] было предложено использовать граничные условия в виде линейной комбинации:

$$\begin{aligned} \vec{E}_t(\vec{\rho}, 0) - ZZ_0 \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, 0) &= \vec{F}(\vec{\rho}), \forall \vec{\rho}; \\ \vec{H}_t(\vec{\rho}, 0) &= \vec{H}_t(\vec{\rho}, -0), \vec{\rho} \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{u} – орт оси z ; $\vec{F}(\vec{\rho})$ – вспомогательная финитная функция вида:

$$\vec{F}(\vec{\rho}) = \begin{cases} 0, & \vec{\rho} \notin S; \\ \vec{E}_t(\vec{\rho}, -0) - ZZ_0 \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, -0), & \vec{\rho} \in S. \end{cases} \quad (3)$$

Используя формулы связи касательных компонент электромагнитного поля с компонентами векторных потенциалов [1] и граничные условия (2), можно выразить спектральные функции $a^{e,m}$ через фурье-трансформанту \vec{f} функции $\vec{F}(\vec{\rho})$. Это позволяет выразить компоненты электрического поля обеих поляризаций в дальней зоне через проекции фурье-трансформанты \vec{f} на оси полярной системы координат пространства волновых чисел ξ, ψ в виде:

$$E_\theta^e = -\frac{ik_s Z_s}{2\pi} \frac{f_\xi(\xi_s \sin \theta, \varphi)}{Z_s \cos \theta + Z} \cos \theta \frac{e^{ik_s r}}{r}; \quad (4)$$

$$E_\varphi^e = -\frac{ik_s Z_s}{2\pi} \frac{f_\psi(\xi_s \sin \theta, \varphi)}{Z_s + Z \cos \theta} \cos \theta \frac{e^{ik_s r}}{r}; \quad (5)$$

где $Z_s = \sqrt{\mu_s/\varepsilon_s}$ – нормированный импеданс диэлектрического заполнения полупространства $z > 0$, а угол θ отсчитывается от

оси z . Формулы (4) и (5) описывают сферические волны, с характерной зависимостью $e^{ik_s r}/r$ от расстояния r до точки наблюдения. Амплитуда этих волн зависит от углов θ и φ сферической системы координат и определяет диаграмму направленности.

Полученные выражения для компонент поля являются строгими и позволяют найти точное решение поставленной задачи в том случае, если известен вид функции $\vec{f}(\vec{r}, \vec{\psi})$.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ И СТАЦИОНАРНЫЙ ФУНКЦИОНАЛ ДЛЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Для нахождения явного вида функции \vec{f} может быть использован принцип взаимности. Пусть волновод возбуждается падающей из полупространства $z > 0$ плоской волной, характеризующейся волновым вектором \vec{k}_s . Данная задача сводится к интегральному уравнению вида:

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \int_S \vec{K}_s(\vec{r}, \vec{r}') \vec{F}(\vec{r}') d\vec{r}' \quad (6)$$

Ядро интегрального уравнения $\vec{K}_s(\vec{r}, \vec{r}')$ имеет вид:

$$\vec{K}_s(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{Y_k(\vec{r}, \vec{r}') \vec{\phi}_k(\vec{r})}{1 - Z Z_0 Y_k} + \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (7)$$

где Y_k и $\vec{\phi}_k$ – характеристический адмитанс и ортонормированные поперечные волновые функции i -й моды бесконечного волновода соответственно.

Тензор Грина $\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}')$ в выражении (7) записывается в виде:

$$\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{\pi Z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{k_0 \varepsilon_s \vec{e}_0 \circ \vec{e}_0}{W_s + k_0 \varepsilon_s Z} + \frac{W_s \vec{e}_0 \circ \vec{\psi}_0}{k_0 \mu_s + W_s Z} \right\} \exp i \vec{k}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{e}_s,$$

а левая часть $\vec{\Psi}(\vec{r})$ интегрального уравнения (6):

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \frac{2}{Z_0} \left\{ -\frac{E^e \cos \theta}{Z + Z_s \cos \theta} \vec{e}_0 + \frac{E^m \cos \theta}{Z \cos \theta + Z_s} \vec{\psi}_0 \right\} e^{i k_s \sin \theta (\cos \varphi + y \sin \varphi)}$$

здесь E^e и E^m – амплитуды электрического поля вертикальной и горизонтальной поляризации возбуждающей электромагнитной волны соответственно, x и y – проекции радиус-

вектора \vec{r} на орты декартовой системы координат.

Поскольку ядро (7) симметрично относительно перестановки переменных, можно построить функционалы, стационарные относительно первой вариации функции $\vec{F}(\vec{r})$ [3] в виде:

$$L^{e,m} = \int_S \vec{F}(\vec{r}) \vec{\Psi}^{e,m}(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{\left(\int_S \vec{F}(\vec{r}) \vec{\Psi}^{e,m}(\vec{r}) d\vec{r} \right) \left(\int_S \vec{F}^{e,m}(\vec{r}) \vec{\Psi}(\vec{r}) d\vec{r} \right)}{\int_S \vec{F}^{e,m}(\vec{r}) \vec{K}_s(\vec{r}, \vec{r}') \vec{F}(\vec{r}') d\vec{r} d\vec{r}'}, \quad (8)$$

где $\vec{\Psi}^e(\vec{r}) = \vec{\Psi}(\vec{r}) \vec{e}_0$ и $\vec{\Psi}^m(\vec{r}) = \vec{\Psi}(\vec{r}) \vec{\psi}_0$ – проекции функции $\vec{\Psi}(\vec{r})$ на орты полярной системы координат, \vec{F}^e и \vec{F}^m – компоненты вспомогательной функции $\vec{F}(\vec{r})$, возбуждённые падающей волной вертикальной и горизонтальной поляризации соответственно.

Стационарность функционалов $L^{e,m}$ позволяет использовать приближённое задание значений функции $\vec{F}(\vec{r})$. Наиболее простым является одномодовое приближение, при котором распределение поля на раскрытии волновода задаётся распределением волны основного типа, а распределение поля вне раскрытия – распределением падающей плоской волны:

$$\begin{aligned} \vec{F}(\vec{r}) &= A_0 \vec{\phi}_0(\vec{r}); \\ \vec{F}^e(\vec{r}) &= A_e e^{-i \vec{k} \vec{r}} \vec{e}_0; \\ \vec{F}^m(\vec{r}) &= A_m e^{-i \vec{k} \vec{r}} \vec{\psi}_0. \end{aligned}$$

Здесь A_0 – комплексная амплитуда волны основного типа на раскрытии волновода, A_e и A_m – комплексные амплитуды поля вертикальной и горизонтальной поляризации вне раскрытия.

В этом случае компоненты поля в дальне зоне, с учётом (4, 5) могут быть выражены через стационарные функционалы (8) и найдены в виде:

$$E_\theta^e = -\frac{i k_s}{\pi} \frac{\cos \theta}{Z + Z_s \cos \theta} \frac{\Phi_{0\zeta}(\vec{r})}{\Phi_{0\zeta}(\vec{r}) + \vec{M}(\vec{r}) \vec{e}_0} \frac{e^{i k_s r}}{r} \quad (9)$$

$$E_\varphi^m = -\frac{i k_s}{\pi} \frac{\cos \theta}{Z \cos \theta + Z_s} \frac{\Phi_{0\psi}(\vec{r})}{\Phi_{0\psi}(\vec{r}) + \vec{M}(\vec{r}) \vec{\psi}_0} \frac{e^{i k_s r}}{r} \quad (10)$$

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В ЗАДАЧЕ О ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНЫМ ФЛАНЦЕМ

здесь $\bar{\Phi}_0(\xi)$ – фурье-трансформанта поперечной волновой функции волны основного типа, а

$$\bar{M}(\xi) = \frac{1 - Z Z_0 Y_0}{Y_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\Phi}_0(\xi') \left\{ \frac{k_0 \varepsilon_s \bar{\xi}'_0}{W'_s + k_0 \varepsilon_s Z} + \frac{W'_s \bar{\xi}'_0}{k_0 \mu_s + W'_s Z} \right\} \left(\int_S \exp i \bar{\xi} \cdot \bar{\rho} d\bar{\rho} \right) d\bar{\xi}'_0$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера может быть рассмотрена диаграмма направленности излучения круглого волновода с фланцем, возбуждаемого волной основного типа H_{11} . Численно проанализированы функции направленности излучения вертикальной $F^e(\theta, \varphi)$ и горизонтальной $F^m(\theta, \varphi)$ поляризаций, представляющие собой модули выражений для полей (9) и (10), нормированные на их значения в направлении $\theta = 0$.

На рисунке 1 представлены рассчитанные диаграммы направленности по полю для вертикальной поляризации для фиксированного значения электрической ширины волновода $k_0 a = 2$ и четырех различных значений импеданса фланца.

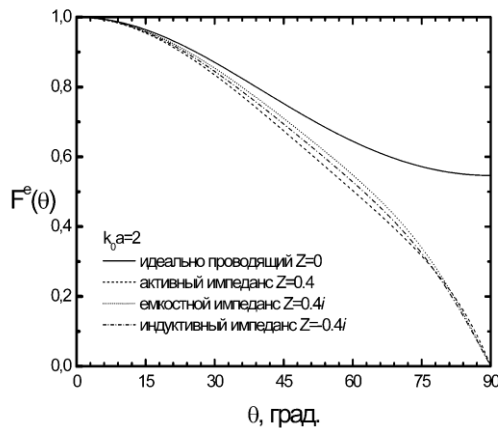


Рисунок 1 – Диаграммы направленности по полю для волн вертикальной поляризации, излучаемых круглым волноводом в свободное пространство при различных значениях импеданса фланца

Можно отметить, что введение ненулевого стороннего импеданса фланца подавляет излучение под скользящими к плоскости фланца углами, при этом диаграммы направленности для различных типов ненулевого импеданса отличаются друг от друга не более чем на 10%. Т. е. диаграмма направлен-

ности излучения практически не зависит от типа импеданса фланца, а зависит только от его абсолютной величины.

На рисунке 2 представлены рассчитанные зависимости мощности излучения волн вертикальной поляризации от электрических размеров волновода $k_0 a$ для четырех различных значений импеданса фланца.

Можно отметить, что во всем частотном диапазоне одномодового режима мощность излучения волновода с ненулевым импедансом фланца существенно (до 30–50%) меньше, чем для случая идеально проводящего фланца. Также можно отметить, что расчетные кривые, полученные для различных типов импеданса, различаются между собой сильнее, чем диаграммы направленности на рисунке 1. Можно сделать вывод, что мощность излучения существенно зависит от импеданса фланца.

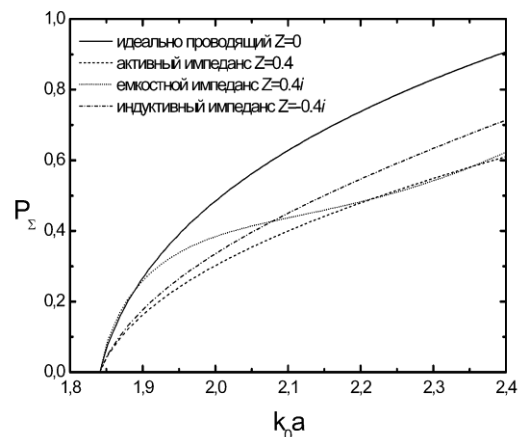


Рисунок 2 – Зависимость мощности излучения волн вертикальной поляризации круглым волноводом от электрической ширины при различных значениях импеданса фланца

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – М.-Л.: Энергия, 1967. – с. 376.
2. Комаров С. А. Излучение из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1976. – т. 16. – с. 94–99.
3. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Основы теории дифракции. – М.: Наука, 1982. – с. 272.

Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова