

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ НАНОДЕНДРИТОВ

С.А.Безносук, Я.В.Лерх, Т.М.Жуковская

### Введение

Для достижения приемлемых скоростей конструирования функциональных материалов необходимы нанотехнологии, основанные на массовом зарождении, быстром росте базовых элементов и их самоорганизованной сборке в мультиструктурные наносистемы [1]. В связи с этим компьютерные подходы к моделированию и управлению физико-химическими процессами самоорганизации наноматериалов становятся особенно актуальными. Исследование явлений наноструктурной самоорганизации позволяет предсказать условия формирования различных адаптивных наноконпозиционных материалов.

При создании полупроводниковых чипов часто используются возможности литографии. Интеллектуальные адаптивные наносистемы супермолекул получают путём манипуляций с их супрамолекулярными связями. Такие связи по отдельности слабее внутримолекулярных электронных связей. К супрамолекулярным связям адгезии относятся водородные связи, связи комплексных соединений, гидрофобные, стерические [2]. Для стабилизации сложных наноструктур требуются многократные связи адгезии между частицами. Эти связи являются кообразующими носителями информации в интеллектуальных материалах [3].

Развитие методов самосборки, которые являются прототипом биосинтеза, значительно расширяет ассортимент методов построения наноструктур. Прогресс в понимании процессов самоорганизации способствовал развитию так называемого «нековалентного» синтеза с образованием слабых связей адгезии между молекулами и их ансамблями. Эти процессы основаны на направленных межмолекулярных перемещениях [4, 5]. Одними из наиболее функциональных конструкторских элементов, получаемых путем «нековалентного» синтеза, являются кластерные нанодендриты – особый тип квантоворазмерных древовидных структур. Они являются дополнением к таким объектам, как квантовые точки и квантовые нити [6-8] при синтезе нейрокompьютерных интеллектуальных

систем материалов [9]. Дендриты исполняют роль синапсов с фрактальной размерностью.

Двумя основными целями нашей работы являлись: 1. построение компьютерной модели процесса самоорганизации плоских кластеров нанодендритов; 2. определение зависимости фрактальной размерности нанодендритов [10-12] от начального распределения плотности диффундирующих частиц (атомов и молекул) на двумерной подложке.

Новизной данной работы является то, что нами была построена компьютерная модель агрегации нанодендритов, ограниченной диффузией при варьируемой начальной концентрации частиц, в рамках двумерного клеточного автомата с использованием окрестности Мура. Данная модель является логическим продолжением модели Виттена-Сандера, в которой невозможно варьировать концентрацию исходных частиц и фрактальная размерность полученных кластеров всегда принимает значение 1,71, а также модели Чарлза Беннетта, в которой концентрация частиц является переменной величиной, но используется окрестность Марголуса [13-16].

### Моделирование роста дендритов клеточными автоматами

Клеточными автоматами (КА) называют сети из элементов, меняющих свое состояние в дискретные моменты времени по определенному закону, в зависимости от того, каким было состояние самого элемента и его ближайших соседей по сети в предыдущий дискретный момент времени.

Клеточные автоматы различаются по четырём основным пунктам [14].

Во-первых, различием по виду решётки. Выделяют одномерные клеточные автоматы, двумерные с треугольными, квадратными или шестиугольными ячейками, а также трёхмерные с кубическими ячейками.

Во-вторых, по виду окрестности. В двумерных клеточных автоматах различают окре-

стность фон Неймана, окрестность Марголуса, окрестность Мура (рис.1), и множество других. В одномерном (линейном) клеточном автомате решётка представляет собой цепочку клеток (одноклеточный массив, в котором для любой из клеток, кроме крайних, имеется по два соседа). В трёхмерных клеточных автоматах окрестности не имеют каких-либо названий.

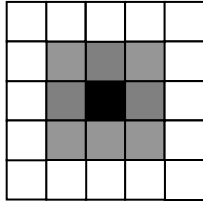


Рис. 1. Окрестность Мура

В-третьих, клеточные автоматы различаются по количеству состояний, в которых может пребывать отдельная клетка.

В-четвёртых, клеточные автоматы различаются правилами, по которым работают. Например, суммирующие и/или вероятностные правила.

Разработано множество модельных механизмов формирования фрактальных кластеров. Это во многом связано с развитием и все более широким внедрением вычислительной техники. Проведено огромное количество численных экспериментов, в которых выявлялись закономерности фрактальной природы реальных объектов на основе модельных механизмов. Среди моделей агрегации следует выделить модель агрегации, ограниченной диффузией (DLA или ОДА), модель ограниченной диффузией кластерной агрегации (DLCA) и модель кластер-кластерной агрегации (CCA).

При помощи CCA-процесса моделируются гелеобразование и формирование связанно-дисперсных систем. В этом процессе нет затравочного зерна. Все частицы совершают случайные блуждания и, столкнувшись, образуют кластеры, которые продолжают диффундировать, формируя кластеры больших размеров. В пределе система может превратиться в один гигантский кластер [10].

В 1981 году Т. Виттен и Л. Сандер предложили простую модель диффузионной агрегации частиц. В рамках этой модели фрактальная структура из частиц формируется следу-

ющим образом. Пусть ограниченное двумерное пространство разделено на множество квадратных ячеек. В одну из ячеек помещается частица, которая служит зародышем фрактальной структуры. В математическом смысле это точка, в физическом – атом, молекула или кластер, состоящий из  $10^2$ – $10^4$  атомов. Затем в случайно выбранную ячейку на окружности, центром которой является зародыш, помещается другая частица, которая начинает двигаться по клеткам также случайным образом. Если частица при своём движении достигла границы пространства, то она отражается от неё и продолжает движение до тех пор, пока не окажется в соседстве с первой частицей. Тогда она останавливается и закрепляется в данной ячейке, а в пространство запускается следующая частица. После многократного повторения описанного процесса образуется структура, где каждая частица после соответствующего блуждания нашла своего соседа. Такая ветвистая структура, состоящая из частичек, получила название фрактального агрегата. Данная модель подтверждается многочисленными экспериментами [12].

Многие реальные физические процессы хорошо описываются DLA-моделью. Это, прежде всего электролиз, кристаллизация жидкости на подложке, осаждение частиц при напылении твердых аэрозолей.

Аналогичными по сути моделями ОДА пользовались и другие исследователи: Микин Р., Жюльен Р., Ботет Р., Херрман Х., Фэмили Ф., Ландау Д., Стэнли Х., Островский Н. [10]. Причём все выращенные кластеры имеют фрактальную размерность 1,71 для двумерного моделирования и 2,5 для трёхмерных моделей. Невозможность варьировать концентрацию диффундирующих частиц ограничивает использование модели, предложенной Т. Виттенном и Л. Сандером.

Позже с появлением окрестности Марголуса и моделирования диффузионных процессов Ч. Беннеттом была предложена другая модель диффузионной агрегации, в которой можно было задавать концентрацию диффундирующих частиц [13]. Но при этом не рассматривалась возможность применения для моделирования процессов самоорганизации нанообъектов.

Движение частиц в рамках данной модели полностью подчиняется уравнению диффузии:

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ НАНОДЕНДРИТОВ

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d^2\rho}{dx^2} + \frac{d^2\rho}{dy^2}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность точек;  $t$  – время.

Заметим, что движение вычисляется не из решения данного уравнения, а определяется своими относительно простыми правилами. В противоположность уравнению диффузии моделирование клеточными автоматами не упускает такие важные физические детали, как непроницаемость тел и конечная скорость распространения информации. Достоинством такого моделирования является отсутствие необходимости применения дифференциальных уравнений, которые не всегда могут быть решены с достаточной точностью. Недостатком дифференциальных уравнений также является то, что они могут описывать лишь изменение полной концентрации частиц, в то время как моделирование движения отдельных частиц с их помощью невозможно. При использовании клеточных автоматов такие затруднения не встречаются.

### Алгоритм программы самоорганизации фрактальных наноструктур

Известно, что модель, предложенная Ч. Беннеттом, может быть реализована только на специальных машинах клеточных автоматов, которые можно найти далеко не в каждом научно-исследовательском центре. Нами по аналогичным алгоритмам была построена универсальная компьютерная модель для моделирования роста фрактальных дендритных нанокластеров на языке VBA (Visual Basic for Application). Преимущества созданной нами программы: возможность моделирования на обычном персональном компьютере, а также использование окрестности Мура вместо окрестности Марголуса для выбора направления движения частиц и направления роста дендрита. Окрестность Марголуса не используется по причине сложности реализации разбиения на блоки и смены чётных и нечётных решёток.

В основе программы лежат два двумерных массива  $X(i, j)$  и  $Y(i, j)$ . Двумерный массив  $Y(i, j)$  соответствует текущему временному шагу, а двумерный массив  $X(i, j)$  соответствует будущему временному шагу.

В первоначальный момент времени в любую часть решётки помещается зародыш и

случайным образом задаётся начальное распределение диффундирующих частиц заданной концентрации.

Кристалл растёт на подложке бесконечных размеров (рис.2)

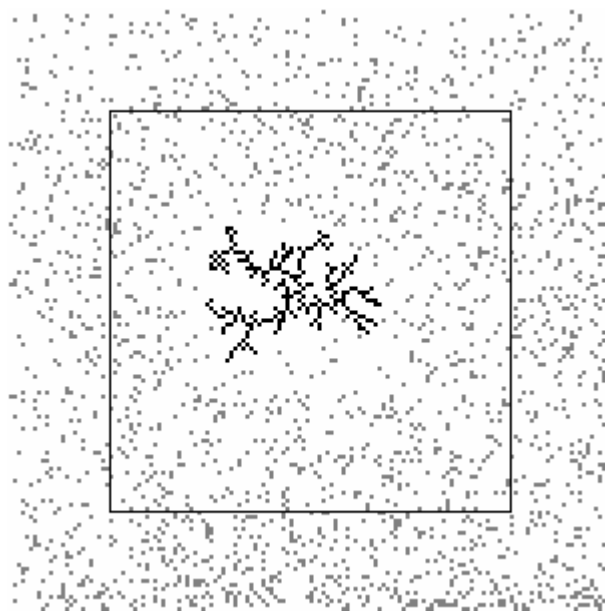


Рис. 2. Область роста нанодендрита

В компьютерной модели бесконечность решётки достигается следующим образом (рис. 3):

- задаётся ограниченная область таких размеров, чтобы растущий дендрит не прикасался к границам, размер должен также соответствовать задаваемой концентрации;
- блуждающим частицам позволено выходить за границы, но концентрация поддерживается постоянной: как только частицы покидают область, то в приграничной области с вероятностью 0,25 на каждой из границ генерируются частицы в количестве равном числу покинувших область частиц.

Как нами показано на рис. 4. каждая из диффундирующих частиц на последующем шаге занимает своё положение в одной из восьми соседних клеток в зависимости от того, какому интервалу принадлежит вероятность, генерируемая оператором случайных чисел. При этом накладываются дополнительные правила: частицы могут перемещаться только в те ячейки, которые не заняты как на данном временном шаге, так и на последующем. Если та клетка, в

которую должна переместится данная частица, занята, то идёт пересчёт вероятности, пока не найдётся свободное направление движения. Если у частицы нет свободного направления, то она остаётся на своём месте. Эти условия устраняют наложение точек друг на друга. Каждая блуждающая частица за счет супрамолекулярных связей становится частью растущего нанодендрита при попадании его в окрестность Мура.

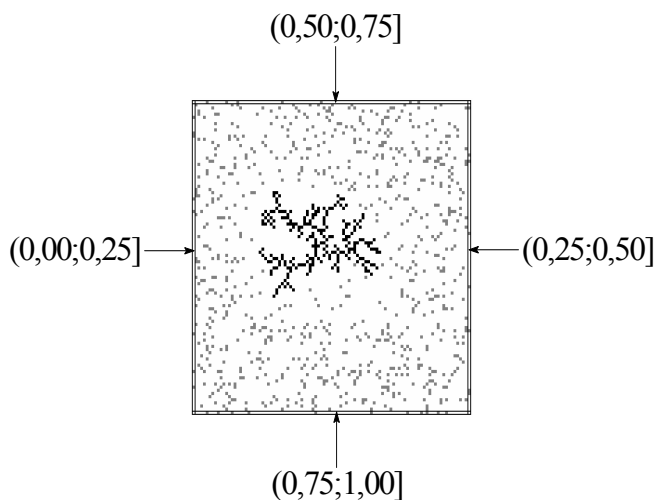


Рис. 3. Случайная генерация частиц в приграничном пространстве в зависимости от интервала, в который попадает число от генератора случайных чисел

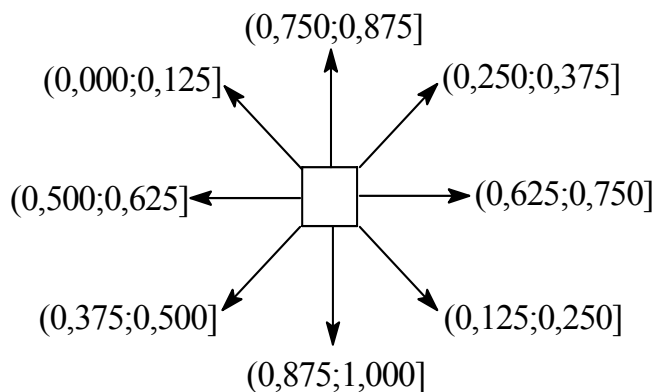


Рис. 4. Направление движения точки на следующем временном шаге в зависимости от генерируемой вероятности

### Выращивание наноразмерных фрактальных структур

Моделирование проводилось на квадратных решётках размером 150x150 и 100x100 клеток с координатами центра кристаллизации соответственно (75,75) и (50,50).

Для концентраций 5 %, 10 % и 15 % размер 150x150 был выбран по причине того, что растущий кристалл не уместится в области 100x100 клеток. А для концентрации частиц 5 % размер 150x150 был выбран ещё и потому, что общее количество клеток для получения заданной концентрации должно быть не менее 20000, а длина стороны квадрата не менее 142 клеток при условии почти полного агрегирования диффундирующих частиц.

Следует заметить, что размеры границ области могут принимать любые значения от 1 до 255. А область может быть не только квадратной, но и прямоугольной. Квадратная область выбирается по причине того, что кристалл растёт равномерно во всех направлениях.

Концентрация диффундирующих частиц является объёмной долей и определяется из следующего соотношения:

$$C = \frac{N_{\text{частиц}}}{N_{\text{общее}}} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где  $N_{\text{частиц}}$  – количество блуждающих частиц;  $N_{\text{общее}}$  – общее количество клеток в заданной области.

Все дендритные структуры выращены до значения в районе 1000 агрегированных частиц, что приблизительно соответствует количеству частиц в реальных структурах. Так как на одном временном шаге к кристаллу может прилипнуть сразу несколько частиц, то зачастую это значение превышает 1000.

Нанодендриты выращивались в среде VB, после чего помещались в Excel-таблицу для подсчёта фрактальности в среде VBA и получения фотографий полученных структур.

Изображения стадий полученных растущих наноструктур приведены на рис. 5 - 7.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ НАНОДЕНДРИТОВ

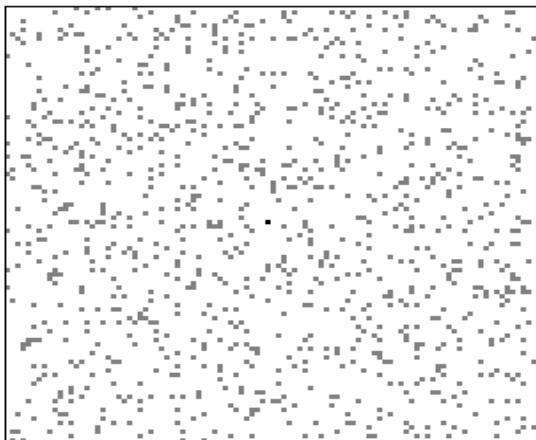


Рис. 5. Случайное начальное распределение

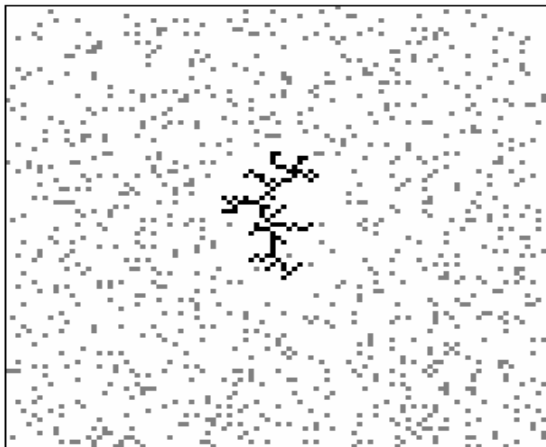


Рис.6. 85 агрегированных частиц

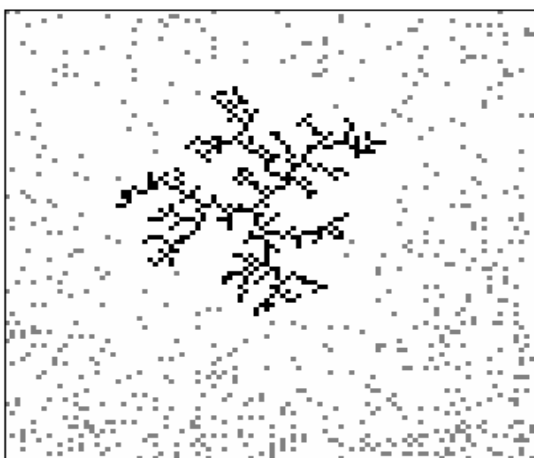


Рис.7 – 340 агрегированных частиц

При низких концентрациях ветви тоньше, а их разветвлённость ниже по сравнению с высокими концентрациями. При увеличении концентрации разветвлённость растёт, а толщина ветвей становится больше, и полученные структуры всё больше напоминают аморфный комок, нежели дендрит. Это показано для двух случаев на рис. 8-9.

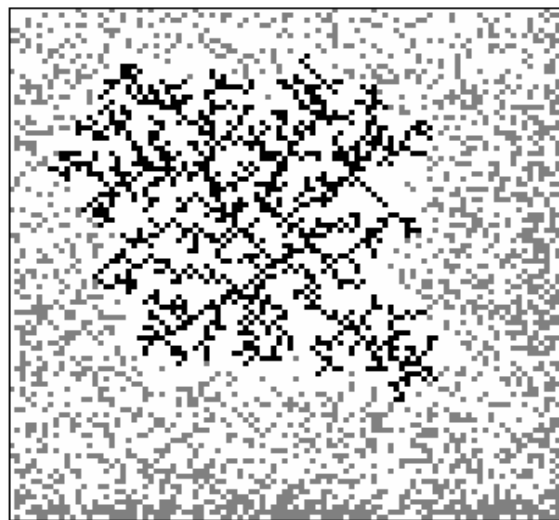


Рис. 8 – Фрактальная структура, выращенная при начальной концентрации частиц 30 % и размере решётки 100x100 клеток

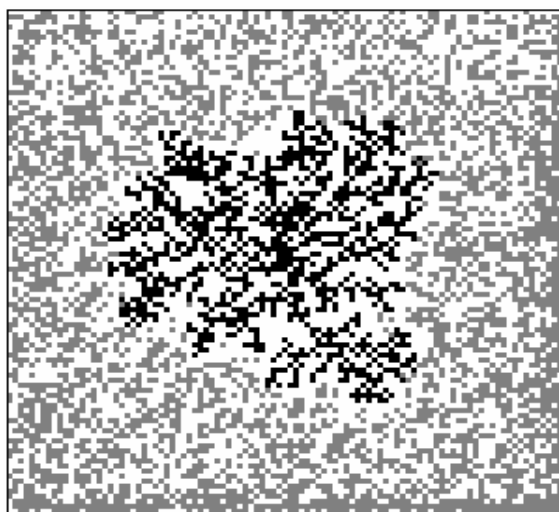


Рис. 9 – Фрактальная структура, выращенная при начальной концентрации частиц 45 % и размере решётки 100x100 клеток

### Определение фрактальной размерности полученных наноструктур

Фрактальная размерность  $D$  служит количественной характеристикой одной из особенностей кластера, а именно степень заполнения им пространства [10-12]. Фрактальная размерность не описывает форму кластера. Для этого существуют другие характерные особенности кластера, которые допускают количественное описание. Например, разветвлённость – мера числа связей, которые необходимо перерезать, чтобы изолировать произвольно большую часть кластера.

Фрактальная размерность вычислялась геометрическим методом: методом наложения сеток [10, 12]. И если быть более точным такая размерность называется клеточной.

Изображение полученной структуры покрывалось сеткой, состоящей из квадратов со стороной  $l$ . Размер накладываемой сетки должен быть максимально приближен к размерам нанокластера. Для этого дендритная структура как бы обжимается с четырёх сторон, и строится квадрат со стороной соответствующей максимальной стороне полученного прямоугольника. Далее, его размер остаётся неизменным или увеличивается, если число сеток менее трёх. Например, для дендрита показанного на рисунке 10 размер квадрата  $100 \times 100$  почти идеально подходит для подсчёта фрактальной размерности и дополнительных действий не требуется.

Масштаб сетки изменялся через изменение сторон квадратов. Затем подсчитывалось число занятых кластером квадратов  $N$  для каждого выбранного масштаба.

Далее в двойных логарифмических координатах строилась зависимость  $N$  от  $l$ . Заметим, что показатель логарифма может принимать любые целочисленные значения из интервала  $[2; \infty)$ , что следует из выражения [10]:

$$N(l) \approx \frac{1}{l^D}, \quad (3)$$

где  $D$  – фрактальная размерность;  $l$  – длина стороны квадрата;  $N$  – число занятых квадратов. При логарифмировании получаем:

$$\log_2 N = A - D \cdot \log_2 l \quad (4)$$

Тогда через угол наклона прямой, построенной методом наименьших квадратов, определяется фрактальная размерность  $D = -\text{tg}\alpha$ .

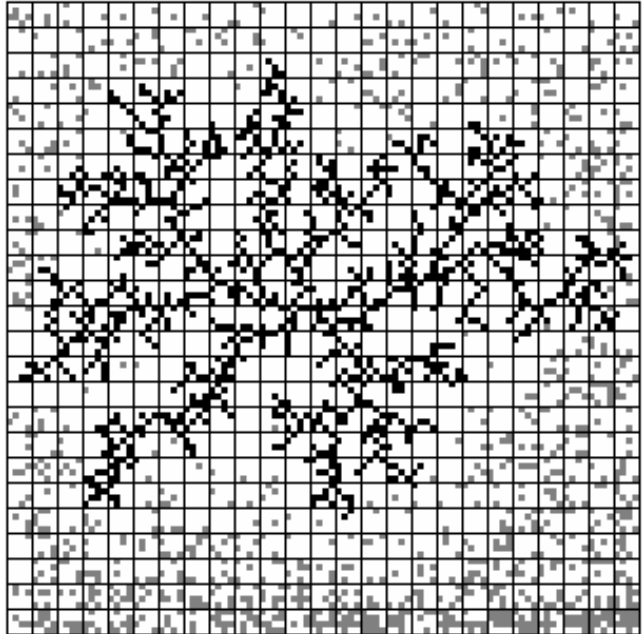


Рис. 10 – Наложение сетки масштаба  $l = 4$  на выращенный кристалл ( $C = 20\%$ ), область  $100 \times 100$  клеток.

### Зависимость фрактальной размерности от объёмной доли диффундирующих частиц

Необходимость определения зависимости фрактальной размерности от объёмной доли диффундирующих частиц вполне актуальна, так как через полученное выражение можно приблизительно вычислять объёмную долю частиц для любого возможного значения фрактальной размерности.

Методом наложения сеток были определены фрактальные размерности 60-ти синтезированных агрегатов, после чего их значения были подвергнуты стандартной статистической математической обработке. Аппроксимация функции средних значений  $D = D(C)$  показана на рис. 11.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ НАНОДЕНДРИТОВ

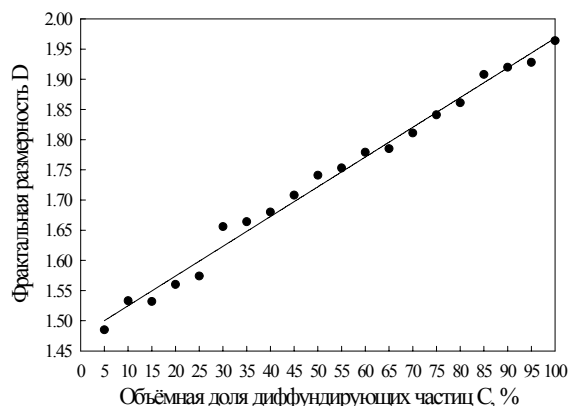


Рис. 11. Фрактальная размерность выращенных структур при различной начальной концентрации блуждающих частиц

Нами получено уравнение зависимости:

$$D = 1,476 + 0,00493 \cdot C$$

При степени корреляции:  $R = 0,989895563$ .

Из зависимости видно, что  $D_{\min} = 1,476$  и  $D_{\max} = 1,969$ . Для фрактала с классической фрактальной размерностью на плоскости ( $D = 1,71$ ) концентрация диффундирующих частиц составляет 47,5 %.

### Заключение

Информация – это математическая величина, описывающая сложность строения объекта в зависимости от физико-химической природы вещества. Численная величина информации измеряет сложность устройства объекта по универсальной формуле Хартли:  $I = \log_2 W_i$ , где  $W_i$  – число различных состояний объекта при заданном уровне его внутренней энергии и энтропии. Для введения количественной характеристики  $W_i$  объекта или их системы необходимо определить понятие различимости состояний.

Для рассмотренных выше классических объектов различимыми состояниями являются те состояния, у которых различимы структуры их топологических особенностей. Различимы число частиц, граф сопряжения, фрактальная размерность нанодендритов.

Из вышеизложенного материала можно сделать вывод о том, что эволюция клеточного автомата от заданной начальной конфигурации

может рассматриваться как последовательное вычисление, обрабатывающее информацию, которую содержит конфигурация дендрита.

Модели клеточных автоматов типа «реакция – диффузия» основаны на системах квазилинейных уравнений параболического типа с нелинейными источниками. Они широко используются в течение последних 30 лет для описания эволюции неидеальных открытых систем вещества, начиная с микронного пространственного масштаба. Значительную роль эти модели сыграли при исследовании пространственно-временной самоорганизации в различных физических, химических и биологических системах, начиная с пионерской работы А. Тьюринга.

В данной работе показано, что в случаях, когда модели клеточных автоматов снабжены «правильными» нелинейными зависимостями, то есть, согласованы с моделями более высоких уровней подробности описания (например, квантово-химическим уровнем) они обладают значительной предсказательной силой и могут быть использованы для моделирования систем и в нанометровой шкале пространственных размеров.

Привлекательность моделей этого уровня подробности описания заключается в наличии мощных средств их качественного анализа. К таким средствам относятся методы группового анализа и методы теории ветвления решений нелинейных уравнений. Эти средства позволяют получать информацию о качественно различных установившихся неравновесных состояниях и условиях их существования в терминах управляющих параметров до выполнения дорогостоящих расчетов эволюции систем.

Создание на базе экспериментальных данных математических двойников реакционных систем, способных не только воспроизводить и объяснять наблюдаемые в лабораторном эксперименте явления, но и предсказывать новые, ещё не обнаруженные эффекты, и целенаправленное планирование новых экспериментов на базе результатов математического моделирования явилось бы неоспоримым свидетельством высокого уровня научных знаний об объекте исследования.

Синтез моделей молекулярной динамики с алгоритмами решеточного неидеального газа и нелинейного анализа является перспективным направлением. Нелинейный анализ моделей молекулярной динамики и численные расчеты

по этим моделям могут снабдить алгоритмы, основанные на клеточных автоматах, информацией о множестве “элементарных” событий и величинами предэкспонент и энергий активации для каждого “элементарного” события. В этом случае правила перехода в методе клеточных автоматов устанавливаются не *априори*, как в широко распространенных алгоритмах, а *апостериори*, после решения ряда задач для моделей молекулярной динамики. Такой подход позволяет согласовать модели различных уровней и исследовать нетривиальную динамику.

Моделирование реальных физико-химических процессов требует использования реальных компьютерных машин клеточных автоматов. Чтобы синтезировать структуры значительной сложности, необходимо использовать большое количество клеток, а для того, чтобы эти структуры взаимодействовали друг с другом и существенно эволюционировали, необходимо позволить автомату работать на протяжении большого количества шагов. Для элементарных научных проблем удовлетворительная экспериментальная работа может потребовать вычисления миллиардов событий (событием является обновление одной клетки); для более сложных приложений может быть желательным значение в тысячи или миллионы раз больше, то есть  $10^{12}$ — $10^{15}$  событий. В связи с этим обычные компьютеры здесь мало пригодны. Моделирование события в клеточном автомате может потребовать около тридцати машинных операций, содержащих каждая несколько машинных циклов, например, 10 мс на быстродействующем компьютере. Для вычисления  $10^{13}$  событий потребовалось бы несколько лет.

С другой стороны, структура клеточного автомата идеально пригодна для реализации на ЭВМ, обладающей высокой степенью параллелизма, локальности и единообразными взаимосвязями: подходящая архитектура позволяет при моделировании клеточным автоматом достигнуть эффективности, по меньшей мере, на несколько порядков выше, чем для обычного компьютера.

На основании полученных результатов проведенного компьютерного эксперимента по выращиванию нанодендритов на двумерных подложках можно сделать следующие выводы.

1. Разработанный новый математический алгоритм и вычислительная программа для

реализации компьютерного эксперимента, моделирующего процесс самоорганизации наносистем, позволяет в режиме реального времени с использованием современных персональных компьютеров имитировать все стадии роста нанодендритов на двумерных подложках при наличии диффузии и короткодействующих супрамолекулярных связей адгезионного типа.

2. В результате обработки компьютерного эксперимента было получено линейное аппроксимирующее уравнение, описывающее зависимость фрактальной размерности  $D$  самоорганизующихся нанокластеров от начальной концентрации диффундирующих химических частиц  $C$ .

3. В рамках компьютерного эксперимента показано, что арифметическое среднее от экстремальных фрактальных размерностей ( $D_{\min}$  и  $D_{\max}$ ) составляет величину 1,72. Вероятно, поэтому фрактальная размерность структур, получаемых в реальном эксперименте, в большинстве случаев находится около классического значения 1,71.

4. Найдено, что для фрактальной структуры с  $D = 1,71$  начальная плотность распределения диффундирующих частиц составляет 47,5 %. Показано, что при данной концентрации частиц в предложенной модели вырастает нанокластер соответствующий тому, который синтезируется по известному алгоритму модели Виттена-Сандера.

Полученная зависимость  $D = D(C)$  позволяет рассчитывать плотность начального распределения диффундирующих химических частиц для получения нанокластеров с заданной фрактальной размерностью. Поэтому в дальнейшем с целью получения структуры с заданной фрактальной размерностью  $D$  в реальном, а не только в компьютерном, эксперименте необходимо будет определить корреляцию между концентрацией частиц, реализуемой в компьютерной модели, и такими физико-химическими параметрами реального лабораторного эксперимента как давление  $P$ , температура  $T$ , скорость газового потока  $v$ :

$$D = D(P, T, v)$$

При этом, если в рамках компьютерного эксперимента будут найдены взаимосвязи между фрактальной размерностью  $D$  и степенью разветвленности, то это позволит выращивать фрактальные наноструктуры с необходимым числом ветвей.



## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САМООРГАНИЗАЦИИ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРНЫХ НАНОДЕНДРИТОВ

### ЛИТЕРАТУРА

1. Beznosyuk S.A. Modern quantum theory and computer simulation in nanotechnologies: Quantum topology approaches to kinematical and dynamical structures of self-assembling processes // *Materials Science & Engineering C*. – 2002. – V.19. – №1. – P.369–372.
2. Лен Ж.-М. Супрамолекулярная химия: Концепции и перспективы. – Новосибирск : Наука. Сиб. Предприятие РАН, 1998. – 334 с.
3. Безносюк С.А., Жуковский М.С., Жуковская Т.М., Колесников А.В. Наноструктурная самоорганизация термостатических систем химических частиц // *Известия АГУ*. – 2001. – №3. – С.7–11.
4. Безносюк С.А., Жуковский М.С., Жуковская Т.М., Колесников А.В., Мезенцев Д.А. Топологические и энергетические особенности потенциалов позиционирования и транспорта в наносистемах // *Известия вузов. Физика*. – 2001. – Т.44. – №2. – С.5–11.
5. Уайтсайдс Дж. Нанотехнология в ближайшем десятилетии: прогноз направления исследований / Дж. Уайтсайдс, Д. Эйглер, Р. Андерс. Под ред. М.К. Роко, Р.С. Уильямса, П. Аливатоса; пер. с англ. А. В. Хачоян; под ред. Р. А. Андриевского. – М. : Мир, 2002. – 292 с.
6. Безносюк С.А. Квантовая реология и конформат электрона в наноструктурах конденсированного состояния // *Известия вузов. Физика*. – 1994. – Т.37. – №8. – С.60–68.
7. Безносюк С.А. Концепция квантовой топологии наноструктур конденсированного состояния // *Известия вузов. Физика*. – 1996. – Т.39. – №5. – С.111–124.
8. Борисенко В. Е. Наноэлектроника – основа информационных систем XXI века // *Соросовский образовательный журнал*. – 1997. – №5. – С.100–104.
9. Воронов А. В. К нанотехнологиям для элементной базы искусственных нейронных сетей // *Материалы XI Всероссийского семинара “Нейроинформатика и её приложения”*, 2003. – С. 36-37.
10. Федер Е. Фракталы / пер. с англ. Ю. А. Данилова, А. Цукурова. – М. : Мир, 1991. – 260 с.
11. Олемской А. Н. Использование концепции фрактала в физике конденсированной среды / А. Н. Олемской, А. Я. Флат // *Успехи физических наук*. – 1993. – №12. – С.1–50.
12. Золотухин И. В. Фракталы в физике твёрдого тела // *Соросовский образовательный журнал*. – 1998. – №7. – С.108–112.
13. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов / Т. Тоффоли, Н. Марголус ; пер. с англ. П. А. Власова, Н. В. Барабанова ; под ред. Б. В. Баталова. – М.: Мир, 1991. – 278 с.
14. Хэйес Б. Клеточный автомат создаёт модель мира и мир вокруг себя // *В мире науки*. – 1984. – №5. – С.98–104.
15. Наумов Л. А. Клеточные автоматы. Реализация и эксперименты / Л. А. Наумов, А. А. Шалыто // *Мир ПК*. – 2003. – №8. – С.64–71.
16. Наумов Л. А. “Цветные” клеточные автоматы, или клонирование Моны Лизы / Л. А. Наумов, А. А. Шалыто // *Мир ПК*. – 2004. – №5. – С.64–71.