

## ПРОГНОЗ КАЧЕСТВА ВОДЫ ГЛУБОКИХ ВОДОХРАНИЛИЩ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

А.Т. Зиновьев, В.В. Кириллов, К.В. Марусин, А.Ю. Андреева

*В работе в рамках одномерного вертикального приближения описывается биохимическое окисление растворенного органического вещества, осаждение и гидролиз органического взвешенного вещества в глубоком водохранилище, при этом учитывается конвективно-диффузионный перенос рассматриваемых субстанций (растворенного кислорода, растворенного лабильного органического вещества и органического вещества во взвешенной форме). При описании взаимодействия на границе раздела "вода-дно" учитывается окисление и захоронение органического вещества донных отложений.*

### ВВЕДЕНИЕ

Кислородный режим является одним из основных показателей состояния водоемов, поскольку практически все внутриводоемные микробиологические и химические процессы протекают с участием или в присутствии растворенного кислорода. Дефицит кислорода приводит, как правило, к структурной перестройке всего цикла круговорота веществ. К примеру, снижение концентрации растворенного кислорода ниже допустимых норм отрицательно сказывается на ихтиофауне, появляются заморные явления и, как следствие, снижается рыбная продуктивность озер и водохранилищ.

Гидротермическая структура глубоких водоемов во многом определяет их газовый режим и распределение биогенных и органических веществ, которые, в свою очередь, влияют на протекающие в водоемах гидробиологические процессы. Для глубоких водоемов средних широт характерна резко выраженная стратификация по глубине содержания всех растворенных газов [1,2]. В частности, для кислорода вертикальная стратификация прослеживается во все сезоны года. Особенно выражена стратификация растворенного кислорода в период летнего нагревания. Слой температурного скачка ведет к плотностному расслоению водных масс, препятствующему перемещению их по вертикали, что создает условия для стратификации содержания растворенных газов.

Для расчета концентраций растворенного кислорода в водоемах могут применяться относительно простые модели типа "полностью перемешанного реактора". Однако, для описания и прогноза газового режима глубоких стратифицированных водохранилищ должен быть использован другой тип моделей, потому что формирование термоклина может спровоцировать условия аноксии в ги-

полимнионе. В этих случаях именно учет вертикальной температурной стратификации позволяет адекватно описывать (прогнозировать) кислородный режим водохранилищ, в том числе и проектируемых, и изучать способы управления им, среди которых можно назвать селективный водозабор [3,4]. Описание вертикальной стратификации возможно на стадии использования одномерного вертикального представления изучаемых процессов (т.н. 1DV-моделей).

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель кислородного режима глубокого стратифицированного водоема состоит из двух основных блоков – гидродинамического и гидрохимического. Гидродинамический блок позволяет достоверно воспроизводить особенности годовой температурной стратификации в глубоких водоемах. Данная задача решается путем использования системы уравнений, представляющих одномерную вертикальную гидротермическую модель (1DV-модель) [5,6].

Гидрохимический блок модели разработан с использованием [7,8] и предназначен для моделирования поведения растворенного кислорода в водоеме и расчета потока кислорода на границе раздела "вода-донные осаднения". Математическая модель для описания кислородного режима основывается на принципах, предложенных Стритером и Фелпсом [9]. Стандартные уравнения модели Стритера-Фелпса, записанные в условиях предположения однородности распределения химических параметров по слоям водоема, модифицируются с тем, чтобы их можно было использовать для глубоких водоемов, характеризующихся интенсивными процессами седиментации. Последние играют важную роль, поскольку осаждающиеся частицы содержат органическое вещество. Предложен-

ная модель поведения кислорода в глубоком водоеме включает три переменных: растворенный кислород, растворенное лабильное органическое вещество и взвешенное органическое вещество. Данные характеристики рассматриваются с учетом их переноса конвекцией и диффузией.

Хорошо известно, что скорость окисления твердых частиц много меньше скорости окисления растворенного органического вещества. Отсюда окислительный процесс в модели разделяется на две стадии. Первая стадия – это декомпозиция или растворение органического вещества седиментов (сорбированное органическое вещество). Вторая стадия – биохимическое окисление лабильного органического вещества. Кроме того, учитывается потребление кислорода на границе "вода-дно". В соответствии с вышеописанной схемой уравнения модели записываются в следующей форме:

$$\frac{\partial(\Omega C)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(Q_w C) = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Omega K_C \frac{\partial C}{\partial z} \right] + q_{in} C_{in} - q_{out} C - \Omega k_L L + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \oint_{\Omega_B(z)} \vec{j} \cdot d\vec{\Omega} \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\Omega L)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(Q_w L) = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Omega K_L \frac{\partial L}{\partial z} \right] + q_{in} L_{in} - q_{out} L - \Omega \cdot (k_L L - k_h S), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Omega S)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}((Q_w - \Omega w_s) S) = \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \Omega K_S \frac{\partial S}{\partial z} \right] + q_{in} S_{in} - q_{out} S - \\ - \Omega k_h S - w_s S \frac{d\Omega}{dz}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $C(z,t)$  - концентрация растворенного кислорода ( $\text{мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ );  $L(z,t)$  - лабильное органическое вещество ( $\text{мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ );  $S(z,t)$  - взвешенное органическое вещество ( $\text{мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ );  $\Omega_B(z)$  - площадь дна водоема на уровне  $z$ ;  $w_s$  - скорость осаждения взвешенного вещества ( $\text{м с}^{-1}$ );  $k_L$  - постоянная скорости окисления лабильного органического вещества; ( $\text{с}^{-1}$ ) - постоянная скорости гидролиза взвешенного органического вещества ( $\text{с}^{-1}$ );  $\vec{j}$  - поток потребления кислорода на границе «вода-дно» ( $\text{мг O}_2 \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ ).

Граничные условия для уравнений (1)-(3) следующие:  
для  $z=0$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad K_L \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$K_S \frac{\partial S}{\partial z} = 0$$

для  $z=H$

$$K_C \frac{\partial C}{\partial z} = j_S, \quad K_L \frac{\partial L}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$K_S \frac{\partial S}{\partial z} + w_s S = 0.$$

Поток кислорода на границе «воздух-вода» вычисляется как

$$j_S = k_r \cdot (C_S - C(H(t), t)),$$

где  $k_r$  - скорость обмена кислородом через границу «воздух-вода»;  $C_S$  - концентрация насыщения растворенным кислородом.

Для определения коэффициента  $k_r$  используется стандартная формула Бэнкса [10]. В постановке гидротермической задачи имеется определенная специфика, связанная с формированием ледяного покрова в зимний период года. Наличие или отсутствие ледяного покрова следует учитывать, когда вычисляются потоки тепла и кислорода через границу «воздух-вода» (при наличии ледяного покрова предполагается  $j_S = 0$ ).

Затопленные почвы недавно созданных водохранилищ и донные осадки эвтрофных озер и водоемов характеризуются высоким содержанием органического вещества [1]. При этом протекают интенсивные окислительные процессы в тонкой микроне, насыщенной растворенным кислородом. Толщина такой микроне зависит от содержания органического вещества, средней скорости процесса седиментации и концентрации кислорода вблизи поверхности «вода-дно». Типичная толщина окисленного слоя меняется от десятков миллиметров до сантиметров.

Специально для вычисления потока растворенного кислорода у поверхности «вода-дно» развиваются подмодели утилизации [2]. Эти модели предполагают, что интенсивные окислительные процессы имеют место в тонком слое осадков с достаточно высокой концентрацией кислорода. Другой слой осадков с условиями недостатка кислорода и интенсивными редуционными процессами не учитывается. Будем далее предполагать, что этот слой действительно важен только в условиях аноксии.

Перенос и динамику растворенного ки-

ПРОГНОЗ КАЧЕСТВА ВОДЫ ГЛУБОКИХ ВОДОХРАНИЛИЩ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

слорода в пористой среде затопленных почв или донных осадков будем выражать следующим образом:

$$\sigma \frac{\partial C_b}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C_b}{\partial \xi^2} - \sigma \cdot v \frac{\partial C_b}{\partial \xi} - k_b \cdot L_b, \quad (6)$$

$$\frac{\partial L_b}{\partial t} = -v \frac{\partial L_b}{\partial \xi} - k_b \cdot L_b, \quad (7)$$

где  $\xi$  - нормальная координата к поверхности «вода-дно»;  $C_b(\xi, t)$  - концентрация кислорода в поровом растворе;  $L_b(\xi, t)$  - объемная концентрация органического вещества;  $\sigma$  - пористость осадков или затопленных почв;  $D$  - коэффициент диффузии кислорода;  $v$  - средняя скорость осаждения наносов;  $k_b$  - постоянная скорости анаэробного распада.

Фактически уравнения (6)-(7) являются классическими уравнениями Стритера-Фелпса, сформулированными для пористой среды. Здесь имеется отличительная черта: уравнения (6)-(7) записаны в системе координат, движущейся вместе с поверхностью раздела «вода-дно». В практических задачах при моделировании кинетики растворенного кислорода потребление кислорода во время процесса окисления описывается реакцией нулевого порядка [2]. Эта аппроксимация может быть использована корректно только в условиях достаточно высоких концентраций растворенного кислорода. Ниже предполагается существование достаточно широкого диапазона изменения концентраций кислорода в осадках, поэтому используется следующая зависимость биохимического окисления органического вещества от концентрации кислорода:

$$k_b = k^0 \frac{C_b}{C_{1/2} + C_b}, \quad (8)$$

где  $k^0$  - постоянная скорости потребления кислорода в аэробных условиях;  $C_{1/2}$  - константа Михаэльса-Ментона (концентрация растворенного кислорода, при которой постоянная скорости потребления уменьшается вдвое).

Формула (8) часто используется в теории ферментных каталитических химических реакций и известна как постоянная скорости Михаэльса-Ментона [11]. Применение формулы (8) в системе уравнений (6)-(7) приводит к нелинейности системы. Ниже будет использоваться упрощенная формула:

$$\begin{cases} k^0 & \text{для } C_b \geq C_s \text{ или } \xi \leq \delta\xi \\ \frac{k^0 C_b}{C_s} & \text{для } C_b \leq C_s \text{ или } \xi \geq \delta\xi \end{cases} \quad (9)$$

где  $C_s$  — точка перехода от аэробных к анаэробным условиям (0,5 мг  $O_2$  л<sup>-1</sup> [12]);  $\delta\xi$  — толщина зоны окисления.

Характерное время проникновения кислорода через микрозону окисления достаточно мало:

$$\tau_c = \frac{\delta\xi^2}{D} \approx 1 - 1000 \text{ сек},$$

поэтому для уравнения (6) может быть использовано квазистационарное приближение (но не для уравнения (7)):

$$\tau_L = \min\left(\frac{\delta\xi}{v}, \frac{1}{k^0}\right) \approx 1 - 30 \text{ сут.}$$

Следовательно, при использовании осредненных значений органического вещества внутри слоя окисления, уравнения (6)-(7) можно переписать следующим образом:

$$D \frac{\partial^2 C_b}{\partial \xi^2} - \sigma \cdot v \frac{\partial C_b}{\partial \xi} - k^0 \cdot \bar{L}_b = 0, \quad (10)$$

$$\frac{d(\delta\xi \cdot \bar{L}_b)}{dt} = v \cdot (L_0 - \bar{L}_b) - k^0 \cdot \bar{L}_b \cdot \delta\xi, \quad (11)$$

где  $L_0(t)$  - концентрация органического материала в «чистых» осадках;  $\bar{L}_b(t)$  - средняя концентрация органического вещества внутри микрозоны.

В качестве граничных условий для уравнения (10) задаются концентрации кислорода:

при  $\xi=0$  (на поверхности раздела «вода-дно»)

$$C_b(0, t) = C_0(t)$$

при  $\xi=\delta\xi$  (на бесконечности)

$$C_b(\delta\xi, t) = C_s.$$

Начальное условие имеет вид:

$$C_b(\xi, 0) = C_b(\xi).$$

С такими граничными условиями уравнение (10) имеет аналитическое решение:

$$C_b(\xi, t) = A \cdot \left( \exp\left(\frac{v \cdot \xi}{D}\right) - 1 \right) - \frac{k^0 \cdot \bar{L}_b}{v} \cdot \xi + C_0(t), \quad (12)$$

где

$$A = \frac{k^0 \cdot \bar{L}_b \cdot \delta\xi + v \cdot (C_s - C_0(t))}{v \cdot \left( \exp\left(\frac{v \cdot \delta\xi}{D}\right) - 1 \right)}$$

Толщина слоя  $\delta\xi$  может быть вычислена при согласовании решений в областях  $[0, \delta\xi]$  и  $[\delta\xi, \infty]$ . Но имеется более простой путь, а именно, можно переопределить условие на нижней границе окисленного слоя:

$$\left. \frac{\partial C_b}{\partial \xi} \right|_{\xi=\delta\xi} = 0. \quad (13)$$

Из-за низкой концентрации кислорода вблизи нижней границы окисленного слоя условие (13) физически реалистично. С использованием условия (13) уравнение для вычисления  $\delta\xi$  может быть выражено следующим образом:

$$A \frac{v}{D} \exp\left(\frac{v \cdot \delta\xi}{D}\right) - \frac{k^0 \cdot \bar{L}_b}{v} = 0. \quad (14)$$

В некоторых случаях уравнение (14) имеет аналитические решения:

1.  $\frac{v \cdot \delta\xi}{D} \ll 1$ , («высокая диффузия»),

$$\delta\xi = \sqrt{\frac{D \cdot (C_0 - C_s)}{k^0 \cdot \bar{L}_b}};$$

2.  $\frac{v \cdot \delta\xi}{D} \gg 1$ , («высокая скорость

- осаждения»),  $\delta\xi = \frac{v \cdot (C_0 - C_s)}{k^0 \cdot \bar{L}_b}$ .

Для идентификации вышеприведенной подмодели были использованы натурные данные по Кременчугскому водохранилищу [13]: средняя скорость аккумуляции осадков – 1.04 см/год; скорость аккумуляции органического вещества – 41.8 г С/(кв.см·год); потребление кислорода донными осаднениями – 600 мг О<sub>2</sub>/(кв.м·сутки). В соответствии с этими данными постоянная скорости потребления кислорода донными осаднениями равняется  $k^0 = 0.09$  (л/сутки).

## МЕТОД РЕШЕНИЯ

Начально-краевая задача (1)-(5) аппроксимируется системой конечно-разностных уравнений с использованием метода конечного объема [14,15]. Нелинейная система алгебраических уравнений решается методом простой итерации с использованием метода факторизации. Уравнение (11) решается методом Рунге-Кутты; уравнение (14) подмодели потребления – методом Ньютона.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Математическая модель кислородного режима глубокого водоема была использована для количественной оценки поведения растворенного кислорода в водохранилище проектировавшейся Катунской ГЭС. При вычислении были использованы натурные метеоро- и гидрологические данные. На рис. 1 приведено рассчитанное сезонное изменение концентрации растворенного кислорода по глубине водохранилища. Хорошо заметно постепенное уменьшение растворенного кислорода в придонных слоях во второй половине лета и осенью.

Модель предсказывает дефицит кислорода (концентрацию растворенного кислорода меньше 4 мг О<sub>2</sub> л<sup>-1</sup>) в придонных слоях в гипolimнионе (заштрихованная область) в течение сентября-ноября. Уменьшения растворенного кислорода зимой практически не наблюдается. Это является следствием позднего замерзания (конец декабря – начало января) также, как и высокой концентрации растворенного кислорода (10-12 мг л<sup>-1</sup>) в водах р.Катунь в течение всего года. Последнее компенсирует отсутствие реаэрации через ледяной покров.

Рис. 2 иллюстрирует поведение параметров модели (температура воды, концентрация растворенного кислорода и общая концентрация органического вещества) в разные гидрологические периоды. Следует отметить, что вертикальные профили температуры воды и растворенного кислорода подобны. Этот факт находится в согласии с натурными данными [16].

## ПРОГНОЗ КАЧЕСТВА ВОДЫ ГЛУБОКИХ ВОДОХРАНИЛИЩ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ

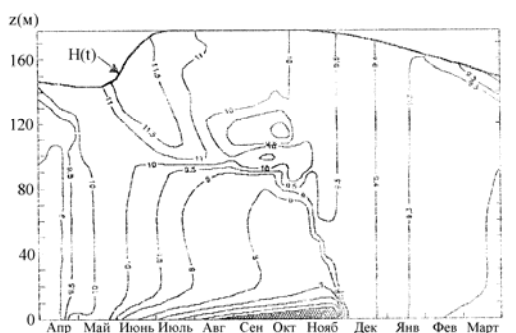


Рис. 1. Расчет концентрации растворенного кислорода в проектируемом водохранилище

Профили концентрации растворенного кислорода летом и осенью представляют большой интерес. Уменьшение аэрации в поглощающем слое в данный период года связано с формированием термоклина, что ограничивает вертикальный диффузионный перенос кислорода в гипolimнион. Вычисленные профили общего органического вещества практически однородны для всех гидрологических сезонов и его значения соответствуют данным натуральных наблюдений.

На рис. 3 показаны изменения концентраций растворенного кислорода втекающей и вытекающей воды в течение гидрологического года. Следует отметить, что данные концентрации практически совпадают.

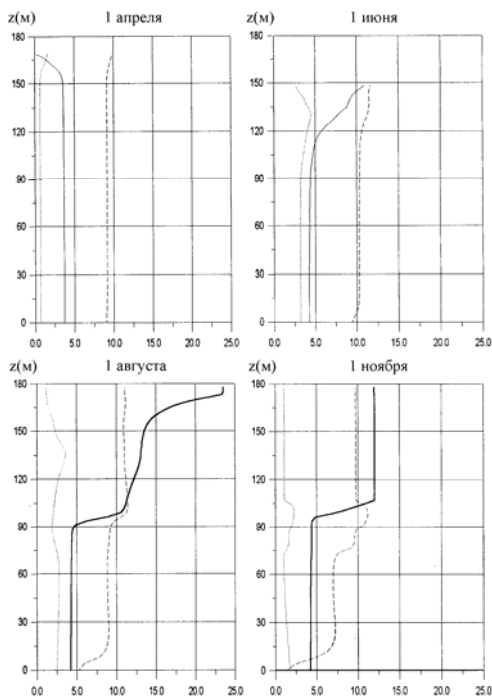


Рис. 2. Рассчитанные распределения по глубине: температуры воды – сплошная линия ( $^{\circ}\text{C}$ ), растворенного кислорода – пунктирная линия ( $\text{мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ ), общего органического вещества – точечная линия ( $\text{мг O}_2 \text{ л}^{-1}$ ) в проектируемом водохранилище

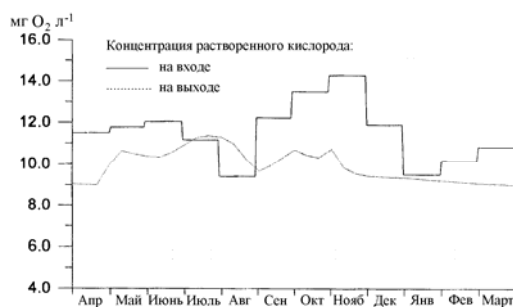


Рис. 3. Концентрации растворенного кислорода на входе и выходе проектируемого водохранилища

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прогноз кислородного режима проектируемого водохранилища важен как с точки зрения рационального использования водохранилища, так и для поиска путей минимизации воздействия на окружающую среду из-за гидростроительства. К примеру, снижение концентрации растворенного кислорода ниже допустимых норм будет отрицательно сказываться на ихтиофауне и, снизит рыбную продуктивность водохранилища.

Разработанная 1DV-модель кислородного режима проектируемого водохранилища может быть использована на практике для расчетов концентраций растворенного кислорода с учетом специфики будущего водоема, а также для изучения возможностей селективного водозабора как механизма управления качеством воды в водохранилище и нижнем бьефе [17].

Следующей задачей, весьма актуальной с точки зрения апробации 1DV-модели кислородного режима, является расчет содержания растворенного кислорода в водоеме-аналоге для проектируемого водохранилища. Для проектировавшихся Катунских ГЭС и ныне обсуждаемого проекта Алтайских ГЭС таким водоемом-аналогом является Телецкое озеро. Применение вышеописанной модели для расчета кислородного режима озера является как хорошим тестом для самой модели, так и проверкой на полноту и качество имеющихся натуральных данных.

Сопоставительные расчеты температурного режима Телецкого озера показали хорошее качественное и количественное совпадение рассчитанных и натуральных данных [6]. Первые попытки расчетов кислородного режима Телецкого озера [18] в рамках подхода [8] с использованием дополнительных упрощающих предположений показали, с одной стороны, перспективность использования 1DV-аппроксимаций исследуемых динамиче-

ских процессов, а с другой, отсутствие качественной натурной информации, требующейся для верификации и апробации модели.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-22.2003.5, Программы № 13 фундаментальных исследований Президиума РАН "Изменения окружающей среды и климата: природные катастрофы" (проект СО РАН № 9) и Фонда содействию малых форм предприятий в научно-технической сфере (проект № 5752).*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авакян А.Б., Салтанкин В.П., Шарапов В.А. Водохранилища. – М.: Мысль, 1987. – 325 с.
2. Хендерсон-Селлерс Б. Инженерная лимнология. - Л.: Гидрометеиздат, 1987.–336 с.
3. Егоршин С.И., Иванов Н.А. Селективный водозабор как средство регулирования экосистем водохранилищ и нижнего бьефа ГЭС. Обзорная информация. – М.: Информэнерго, 1988. – 40 с.
4. Атавин А.А., Зиновьев А.Т., Кудишин А.В. Гидроледотермический режим в бьефах Крапивинского гидроузла. Прогноз и вопросы управления // Ползуновский вестник. – 2004. – № 2. – С.39-44.
5. Васильев О.Ф., Бочаров О.Б., Зиновьев А.Т. Математическое моделирование гидротермических процессов в глубоководных водоемах // Гидротехническое строительство. – 1991. – № 7. – С.3-5.
6. Зиновьев А.Т. Моделирование температурной стратификации Телецкого озера // Основные закономерности глобальных и региональных изменений климата и природной среды в позднем кайнозое Сибири. – Новосибирск, изд-во ИАЭ СО РАН. – 2002. – С.212-216.
7. Васильев О.Ф., Зиновьев А.Т., Иванов П.В., Сухенко С.А. Математическая модель миграции растворенной примеси в системе водохранилище-затопленные почвы // Водные ресурсы. – 1993. – Т. 20. – № 6. – С.701-706.
8. Ivanov, P.V., Kuzmin, A.A., Zinoviev, A.T. Mathematical modelling of the dissolved oxygen dynamic in a deep reservoir // Proc. IAWQ 17-th Biennial Conference. – Budapest, 1994.
9. Streeter, H.W., Phelps, E.B. A study of pollution and natural purification of the Ohio River. Oxidation and Reaeration // US Public Health Service Bull. Washington DC, 1925. – № 3. – P.223-231
10. Banks R.B. Some features of wind action on shallow lakes // Proc. ASCE, J. Env. Eng. Div. – 1975. – V. 101. – P.813-827.
11. Wayne C.H. Contaminant transport in surface water // Wiley, The McGray-Hill Handbook of Hydrology, 1990. – Draft of Hydrological manual. – Chapter 14. – 53 p
12. Мартыянова М.В. Азот и фосфор в донных осадениях озер и водохранилищ. – М.: Наука, 1984.
13. Денисова А.И., Тимченко В.М., Нажина Е.П., Новиков Б.И., Рябов А.К., Басс Ю.И. Гидрология и гидрохимия Днепра и его водохранилищ // Киев: Наукова думка, 1989.
14. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.
15. Зиновьев А.Т., Копылов Ю.Н., Кузьмин А.А. Одномерная вертикальная модель процесса седиментации в глубоком водохранилище // Водные ресурсы. – 1995. – Т. 22. – № 6. – С.676-683.
16. Fontane D.G., Bohan J.P, Richard B.Russell Lake water investigation // Water Experiment Station. Vicksburg. – 1974, MS Technical Report H-74-14.
17. Бочаров О.Б., Зиновьев А.Т. Влияние селективного водозабора на годовой термический режим глубокого водоема // Водные ресурсы.- 1992. – № 5. – С.52-59.
18. Зиновьев А.Т., Кириллов В.В., Марусин К.В. Кислородный режим Телецкого озера. Моделирование и натурные данные // Материалы научной конференции «Фундаментальные проблемы изучения и использования воды и водных ресурсов». – Иркутск: Изд-во ИГ СО РАН, 2005. – С. 416-418.