

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТОКОВ ТРОЙНОЙ ЧАСТОТЫ В ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ТРАНСФОРМАТОРАХ

И. Р. Пивчик

Предлагается алгоритм расчета токов тройной частоты, которые являются опасными для электротехнического оборудования электрических станций и подстанций. Приведены расчетные формулы, позволяющие определять ЭДС и токи третьих гармоник в трансформаторах. Даны рекомендации по предотвращению феррорезонансных явлений.

Третьи гармоники могут возникать в генераторах, трансформаторах и коронирующих линиях передачи. При наличии третьей гармоники напряжения и пути для прохождения тока в цепи пойдет ток тройной частоты. В электрических сетях токи тройной частоты являются опасными: возможен резонанс на третьей гармонике, они оказывают мешающее влияние на слаботочные электрические сети, вызывают дополнительные потери и местный перегрев. Считается, что если к первичной обмотке трансформатора приложена синусоидальная ЭДС, то кривая потока также синусоидальна. Однако намагничивающий ток не остается все время пропорционален потоку, так как он не является синусоидальным. Это происходит из-за наличия в намагничивающем токе высших гармоник, наиболее значительной из которых являются третьи. Третьи гармоники тока не могут протекать в обмотках, соединенных в звезду, без нейтрального провода, третьи гармоники намагничивающего тока могут циркулировать в треугольнике. Если третьи гармоники намагничивающего тока не могут протекать в цепи, то напряжения на обмотках трансформатора должно исказиться. При трех однофазных трансформаторах, соединенных звездой, амплитуда третьей гармоники напряжения может составить 50% от основной синусоиды при нормальной плотности потока. В трехфазном трансформаторе стержневого типа третьи гармоники потока замыкаются через воздух и железо бака. Высокое магнитное сопротивление уменьшает третьи гармоники потока и напряжения. В этом случае при нормальной плотности потока амплитуда третьей гармоники может достигнуть 5% от амплитуды основной синусоиды.

Третьи гармоники намагничивающих токов сетевых трансформаторов, первичные обмотки которых соединены в звезду с заземленной нейтралью, а также автотрансформатора с заземленной нейтралью при отсутствии обмоток, соединенных в треугольник, замыкаются через сеть, вторичной обмотки станционных трансформаторов, соединен-

ных в звезду с заземленной нейтралью и землю. Эти токи трансформируются в первичные обмотки станционных трансформаторов, соединенных в треугольник и замыкаются в них. Для исключения мешающего влияния на связь токов третьих гармоник автотрансформаторы и трансформаторы снабжаются обмоткой, соединенной в треугольник. Считается возможным выполнять автотрансформаторы для электрических станций без третичной обмотки, поскольку третьи гармоники их намагничивающих токов замыкаются в треугольниках блочных трансформаторов. Трехстержневой автотрансформатор без третичной обмотки, как источник третьих гармоник, менее опасен, чем групповой или пятистержневой автотрансформатор [1]. При заземлении или разземлении соединенных в звезду обмоток трансформатора, содержащего также обмотку, соединенную в треугольник, проблем, связанных с третьими гармониками, не возникает. Рассмотрение проблем, связанных с третьими гармониками, необходимо лишь для трансформаторов без обмотки, соединенной в треугольник, или при наличии в нем дополнительного сопротивления.

Напряжение на входе ненагруженного трансформатора, содержащего обмотку, соединенную в треугольник, в качестве которой может быть бак трансформатора, и токи в его обмотках связываются системой уравнений:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{d\Psi_1}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu_1}}{dt} + u_H + L \frac{di_\Delta}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\Psi_2}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu_2}}{dt} + u_H + L \frac{di_\Delta}{dt} \\ u_3 &= \frac{d\Psi_3}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu_3}}{dt} + u_H + L \frac{di_\Delta}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

где u_1, u_2, u_3 – на входе; $\frac{d\Psi_1}{dt}, \frac{d\Psi_2}{dt}, \frac{d\Psi_3}{dt}$ – ЭДС в обмотках; $i_{\mu_1}, i_{\mu_2}, i_{\mu_3}$ – намагничивающие токи; i_Δ – ток в треугольнике; u_H – напряжение на нейтрали; L_λ – индуктивность рассеяния обмотки, соединенных в звезду (далее L).

При заземлении нейтрали через реактор с индуктивностью L_H

$$u_H = L_H \left(\frac{di_{\mu_1}}{dt} + \frac{di_{\mu_2}}{dt} + \frac{di_{\mu_3}}{dt} \right) - 3L_H \frac{di_\Delta}{dt} \quad (2)$$

Ток треугольника

$$\frac{di_{\Delta}}{dt} = \frac{1}{3} L_{\Delta}^{-1} \frac{d}{dt} (\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3), \quad (3)$$

где L_{Δ} – индуктивность рассеяния обмотки, соединенной в треугольник и параллельная ему индуктивность бака, если трансформатор трехстержневой.

Намагничивающие токи аппроксимируются выражениями:

$$\begin{aligned} i_{\mu_1} &= a\Psi_1 + b\Psi_1^n + c\Psi_1^m + d_b (\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) \\ i_{\mu_2} &= a\Psi_2 + b\Psi_2^n + c\Psi_2^m + d_b (\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) \\ i_{\mu_3} &= a\Psi_3 + b\Psi_3^n + c\Psi_3^m + d_b (\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты a, b, c, m описывают характеристику намагничивания трансформатора, d_b – характеристика воздушного зазора между магнитопроводом трансформатора и баком.

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{L + 3L_H}{L_g} + (L + L_H)\varphi_1 & \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_2 & \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_3 \\ \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_1 & 1 + \frac{L + 3L_H}{L_g} + (L + L_H)\varphi_2 & \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_3 \\ \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_1 & \frac{L + 3L_H}{L_g} + L_H\varphi_2 & 1 + \frac{L + 3L_H}{L_g} + (L + L_H)\varphi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix},$$

После чего, учитывая, что $u_1 + u_2 = -u_3$ и т.д., нетрудно получить:

$$u_a = \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_2 + \varphi_3) + L_2\varphi_2\varphi_3 + 3(\frac{1}{3}L + L_H)L_g^{-1} + 3L_HL\varphi_2\varphi_3}{\Delta} u_1 + \frac{(L + 3L_H)L_g^{-1}[\varphi_3(u_1 - u_2) + \varphi_2(u_1 - u_3)] + L_H[\varphi_3(u_1 - u_3) + \varphi_2(u_1 - u_2)]}{\Delta} \quad (5)$$

$$u_b = \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_1 + \varphi_3) + L^2\varphi_2\varphi_3 + 3(\frac{1}{3}L + L_H)L_g^{-1} + 3L_HL\varphi_1\varphi_3}{\Delta} u_2 + \frac{(L + 3L_H)L_g^{-1}[\varphi_1(u_2 - u_3) + \varphi_3(u_2 - u_3)] + L_H[\varphi_1(u_2 - u_1) + \varphi_3(u_2 - u_3)]}{\Delta} \quad (6)$$

$$u_c = \frac{d\Psi_3}{dt} = \frac{1 + L(\varphi_1 + \varphi_2) + L^2\varphi_1\varphi_2 + 3(\frac{1}{3}L + L_H)L_g^{-1} + 3L_HL\varphi_1\varphi_2}{\Delta} u_3 + \frac{(L + 3L_H)L_g^{-1}[\varphi_2(u_3 - u_1) + \varphi_1(u_3 - u_2)] + L_H[\varphi_2(u_3 - u_2) + \varphi_1(u_3 - u_1)]}{\Delta} \quad (7)$$

Токи намагничивания в системе уравнений могут содержать третьи гармоники, часть которых или все могут протекать в другой обмотке или фиктивной обмотке – баке трансформатора. Поэто-

му из падения напряжения $L \frac{di_{\mu}}{dt}$ должна быть вычтена составляющая падения напряжения от протекающего в обмотке с индуктивностью L тока другой обмотки, соединенной в треугольник.

u_H – в общем случае напряжение на сопротивлении нулевой последовательности между нейтралью источника и трансформатора.

L_H – индуктивность этой ветви. По указанной причине из u_H – вычитается $3L_H \frac{di_{\Delta}}{dt}$, как падение напряжения от не протекающего по L_H тока, который входит в i_m .

Составленная система после исключения из нее токов записывается в матричном виде:

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ТОКОВ ТРОЙНОЙ ЧАСТОТЫ В ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ТРАНСФОРМАТОРАХ

u_a, u_b, u_c – фазные вторичные напряжения, Δ – определитель системы.

Здесь $L_g^{-1} = (a_b + \frac{1}{3}L_\Delta^{-1})$ в групповом трансформаторе $a_b = 0, L_\Delta^{-1} = 0$, если на трансформаторе отсутствует обмотка, соединенная в треугольник. В трехстержневом трансформаторе $L_g = (a_b + \frac{1}{3}L_\Delta^{-1})^{-1}$ представляет собой индуктивность, связанную с баком трансформатора и рассеянием потока нулевой последовательности. Эта индуктивность при отсутствии обмотки, соединенной в треугольник, равна $L_g = (10-30)L_r$, где L_r – индуктивность рассеяния трансформатора. Величина L_g возрастает с увеличением мощности и напряжения трансформатора и определяется по существу расположением крышки трансформатора над магнитопроводом.

$$E_{(3)} = \frac{1}{3}(\Psi'_1 + \Psi'_2 + \Psi'_3) = \frac{(L + 3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3) + L(L + 3L_n)(\varphi_2 \varphi_3 U_1 + \varphi_1 \varphi_3 U_2 + \varphi_1 \varphi_2 U_3)}{3[F_1(\varphi) + (L + 3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_n F_3(\varphi)]} \quad (16)$$

В выражениях для Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 :

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= a + bn\Psi_1^{n-1} + cm\Psi_1^{m-1} \\ \varphi_2 &= a + bn\Psi_2^{n-1} + cm\Psi_2^{m-1} \\ \varphi_3 &= a + bn\Psi_3^{n-1} + cm\Psi_3^{m-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Определитель

$$\Delta = F_1(\varphi) + (L + 3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_n F_3(\varphi) \quad (9)$$

$$F_1(\varphi) = 1 + L(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + L^2(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3) + L^3\varphi_1\varphi_2\varphi_3 \quad (10)$$

$$F_2(\varphi) = 3 + 2L(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + L^2(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3) \quad (11)$$

$$F_{13}(\varphi) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 2L(\varphi_1\varphi_2 + \varphi_1\varphi_3 + \varphi_2\varphi_3) + 3L^2\varphi_1\varphi_2\varphi_3 \quad (12)$$

$$U_\delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}U_n, I_\delta = K_f I_n, \omega_\delta = \omega_N = 314, \quad (13)$$

где ω_N – промышленная частота; U_n, I_n – номинальные характеристики трансформатора; K_f – коэффициент формы кривой тока намагничивания, согласно [2], описывается выражением:

$$i_\mu = \sum_{k=1}^m a_k \Psi^k, \quad k = 1, 3, 5, \dots, 2S - 1. \quad (14)$$

В указанной системе единица a_k не зависит от величины тока I_n и мощности трансформатора.

Если в качестве базисного напряжения принять $U_n = 314$, а масштаб сопротивления оставить натуральным, т.е. $P_r = P_l = P_c = 1$, то амплитудное зна-

чение номинального потока останется равным $\Psi = 1$. Для приведения тока i_μ из выражения (14) к этой системе единиц, a_k надо умножить на коэффициент K_S .

$$K = \frac{\pi \cdot S \cdot I_{xx}}{U_n^2} x, \quad (15)$$

где S – мощность трансформатора трехфазная; U_n – линейное напряжение действующее значение; I_{xx} – ток холостого хода в β от номинального; x – коэффициент формы.

При этом показатель степени в (14) не меняется.

Используя (5)–(12) и выражения (13)–(15), перейдя к фазным напряжениям, можно найти ЭДС третьих гармоник, генерируемых трансформатором, равную $\frac{1}{3}(\Psi'_1 + \Psi'_2 + \Psi'_3)$.

Типовая характеристика намагничивания различных силовых трансформаторов в относительных единицах, в которых базисными являются:

Даже используя выражение для индуктивности L электрической машины

$$L = \frac{U_n^2 U_k \%}{S \pi \cdot 10^4} \quad (17)$$

найдем

$$L_\varphi = L C_k \varphi^* = x \cdot I_{xx} \% U_k \% C 10^{-4} C \varphi^*. \quad (18)$$

При аналогии с φ^* приведенное L^* равно

$$L^* = L \cdot K = x \cdot I_{xx} \% U_k \% \cdot 10^{-4}. \quad (19)$$

Таким образом, L_φ не зависит от мощности блока и рабочего напряжения. Поскольку $U_k \%$ блока равно примерно 30%, $I_{xx} \% \leq 1\%$ (новые трансформаторы) $x = 1,8\%$, то

$$L_{\varphi_{\max}} = 4,2 \cdot 10^{-2}, L_{\varphi_{\min}} = 6 \cdot 10^{-4}. \quad (20)$$

В условиях ограничения токов к.з. при $L_n = 3L_\delta$, $U_k \%$ с учетом ввода дополнительного сопротивления увеличивается до 300%.

При этом $(L + 3L_n) \varphi_{\max} = 4,2 \cdot 10^{-2}$, $(L + 3L_n) \cdot \varphi_{\min} = 6 \cdot 10^{-3}$

$$E_3 = U_{\max} \frac{0,2 - 2,12 \cdot 2 \cdot 0,5}{0,2 + 2 \cdot 2,12} = 0,455 U_{\max}. \quad (21)$$

С учетом (19)–(21), отметив, что второе слагаемое в числителе (16) меньше первого при нормальных плотностях по крайней мере на два порядка, упростим выражение для ЭДС третьих гармоник E_3 .

$$E_3 = \frac{1}{3}(\Psi'_1 + \Psi'_2 + \Psi'_3) = \frac{(L + 3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3)}{3[F_1(\varphi) + (L + 3L_n)L_g^{-1}F_2(\varphi) + L_n + F_3(\varphi)]} \quad (22)$$

Рассмотрим важнейшие для практики случаи:

1. Групповой, пятистержневой трансформатор по схеме звезда-звезда при отсутствии пути третьим гармоникам намагничивающих токов. При этом $L_g^{-1} = 0$, $L_n = \infty$, выражение для ЭДС E_3 принимает вид:

$$E_3 = \frac{\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3}{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3} \quad (23)$$

Когда один из потоков Ψ_1 , Ψ_2 или Ψ_3 равен нулю, потоки в двух других фазах в относительных

единицах соответственно равны $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ фазные напряжения равны 1; -0,5; -0,5 от максимального; ЭДС третьих гармоник максимальна, т.е. равна своему амплитудному значению.

При $\psi_1 = 0$; $\varphi_1 = 0,2$;

$$\varphi_2 = \varphi_3 = 0,2 + 0,64 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^8 \cdot 9 + 5,16 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10} - 11 = 2,12$$

$$U_1 = U_{\max}; U_2 = U_3 = -0,5 U_{\max}$$

$$E_3 = U_{\max} \frac{0,2 - 2,12 \cdot 2 \cdot 0,5}{0,2 + 2 \cdot 2,12} = 0,455 U_{\max} \quad (24)$$

Таким образом, амплитуда третьих гармоник ЭДС равна почти 50% амплитуды основной гармоники, эта величина полностью согласуется с литературными данными, но недопустима для блока.

2. Нейтраль низшего напряжения рассматриваемого трансформатора соединена с нейтралью трансформатора собственных нужд по схеме звезда-треугольник. В этом случае $L_g^{-1} = 0$, а выражение для ЭДС E_3 имеет вид:

$$E_3 = \frac{(L + 3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3)}{3 \cdot [1 + (L + L_n)(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)]} \quad (25)$$

Поскольку U_k трансформатора собственных нужд равна около 10%, мощность его составляет примерно 0,1 мощности блочного трансформатора, то его приведенное U_k составит 100%.

В этом случае

$$L_n \% = \frac{100}{3} = 0,33 \quad \text{при } L = 5\%$$

$$L + 3L_n \approx 105\%, \quad L + L_n = 38\%$$

Соответственно, при $I_{xx} = 0,6\%$, приведенные

$$L^* + 3L_n^* = 1,8 \cdot 0,6 \cdot 105 \cdot 10^{-4} = 1,1 \cdot 10^{-2}$$

$$L^* + L_n^* = 1,8 \cdot 0,6 \cdot 38 \cdot 10^{-4} = 0,44 \cdot 10^{-2}$$

$$E_3 = \frac{2,21 \cdot 10^{-2} (0,2 - 2,12) \cdot 10^2 \%}{3[1 + 0,72 \cdot 10^{-2} (0,2 + 2 \cdot 2,12)]} = 0,69\% \quad (26)$$

Такая ЭДС третьих гармоник не опасна для блока, но и нежелательна, поэтому сопротивление трансформатора собственных нужд надо компенсировать конденсаторной батареей. При этом ЭДС третьих гармоник уменьшается.

$$E_3 = \frac{1,8 \cdot 0,6 \cdot 5 \cdot 10^{-4} (0,2 - 2,12)}{3} \cdot 10^2 \% = 0,035\% \quad (27)$$

т.е. практически не присутствует в кривой напряжения.

3. Трехстержневой трансформатор со схемой звезда-звезда, у которого отсутствует путь токам третьих гармоник через нейтраль.

В этом случае $L_n = \infty$, $a L_g \approx (10-30)L_n$. При $U_k = 10\%$, $L_g = 100-300\%$, выражение для E_3 имеет вид:

$$E_3 = \frac{\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3}{1 + 3L_g^{-1} \cdot P_2(\varphi) + F_3(\varphi)}$$

$$= \frac{\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3}{1 + \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 9L_g^{-1}}$$

а ее величина при $L_g = 300\%$ равна

$$E_3 = \frac{-1,92 \cdot 10^2}{5,44 + 9 \cdot \frac{10^4}{1,8 \cdot 300 \cdot 0,6}} = 0,68\% \quad (28)$$

т.е. одинакова с (26).

Если нейтраль низшего напряжения блочного трансформатора соединить с нейтралью трансформатора собственных нужд, через дополнительный реактор, то ЭДС третьих гармоник значительно уменьшается. Численное значение амплитуды этой ЭДС равно

$$E_3 = \frac{(L + 3L_n)(\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3)}{3 \cdot [1 + (L + 3L_n)L_g^{-1} \cdot 3 + \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3]} = 0,15\%$$

что, безусловно, допустимо для блоков и не требует уменьшения сопротивления цепи для третьих гармоник намагничивающих токов.

Что касается токов третьих гармоник, то они, при наличии пути относительно небольшого сопротивления, в каждой фазе равны

$$i_{\mu_3} = \frac{1}{3} [a(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) + b(\Psi_1^n + \Psi_2^n + \Psi_3^n) + c(\Psi_1^m + \Psi_2^m + \Psi_3^m)]$$

Амплитудное значение этих токов, когда поток в одной из фаз максимален и равен в относительных единицах $\Psi_1 = 1$, а в двух других одинаков и равен $\Psi_1 = \Psi_3 = 0,5$, равно

$$I_{\mu_3} = \frac{1}{3} \left[b + c - 2b \left(\frac{1}{2}\right)^9 - 2c \left(\frac{1}{2}\right)^{11} \right] \approx 0,27,$$

или 27% амплитуды фазного намагничивающего тока.

Вывод. Получены расчетные формулы, позволяющие определить ЭДС и токи третьих гармоник в различных трансформаторах и при перенапряжениях вычислить величины токов, которые могут быть установкой трогания реле.

Литература

1. Льюис В. Линии передачи электрической энергии. М.: Энергия, 1935. 368 с.
2. Артемьев Д.Е. Статистические основы выбора изоляции линий электропередачи / Д.Е. Артемьев, Н.Н. Тиходеев, С.С. Шур. М.; Л., 1965. 375 с.