

# ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ СПОСОБОМ РАДИАЛЬНОГО ОБЖАТИЯ. Ч.2. МЕТОД РАСЧЁТА

Г.И. Русских, Ю.Г. Афанасьев

*Статья посвящена методологии расчёта устройств утягивания (утяжек) в технологии получения композитных стержней способом радиального обжатия. Приведены методы расчета контактных задач при обжатии, расчета усилий обжатия.*

Разработанная технология формования стержней однонаправленного армирования по способу [1] поставила задачу расчёта параметров устройств утягивания (утяжек). Причиной этого служит основной критерий обеспечения прочности стеклопластика - высокий коэффициент объёмного армирования. Из работы [2] видно, что существует некоторый оптимум объёмного армирования, при котором прочностные характеристики материала имеют максимальное значение. Особенность применения утяжек состоит в том, что усилие обжатие формируемого материала зависит от диаметра сечения в плоскости обжатия. В результате этого на большем диаметре плотность материала получается выше. Кроме того, скольжение рабочих элементов утяжки по жгуту стеклопластика, пропитанного связующим, имеет своё ограничение по контактному давлению, при превышении которого возможно перерезание элементарных волокон. Технологические свойства формования стеклопластиков давлением рассмотрены в работе [2]. В настоящей статье приводится методика простейших расчётов при выборе параметров таких устройств. Схема работы устройства показана на рис. 1.

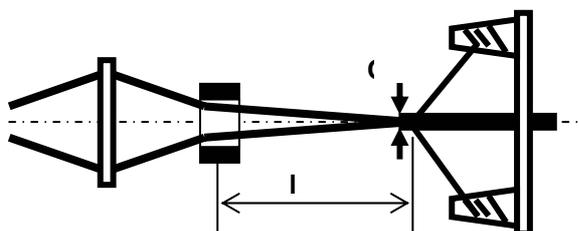


Рис. 1

Прочностные свойства однонаправленных стеклопластиков зависят от объёмного армирования, т.е. соотношения армирующих волокон и матрицы. Авторами [2] даются следующие эмпирические зависимости для стеклопластика формируемого с применением давления. Максимальной прочности стеклопластика  $\sigma_{max}$  соответствует оптимальное значение

объёмного армирования  $H_{opt}$ . В общем случае

$$\sigma = \sigma_{св} + aH_0^b, \quad (1)$$

где  $\sigma$  - прочность стеклопластика,  $\sigma_{св}$  - когезионная прочность связующего,  $a$  - коэффициент, характеризующий свойства компонентов, вид нагружения и схему армирования,  $b$  - коэффициент определяющий толщину полимерных прослоек и величину адгезионной прочности.

Коэффициент объёмного армирования  $H_0$  зависит от удельного давления формования  $P$  ((2) и рис. 2).

$$H_0 = nP^m, \quad (2)$$

где  $n$  и  $m$  экспериментальные коэффициенты.

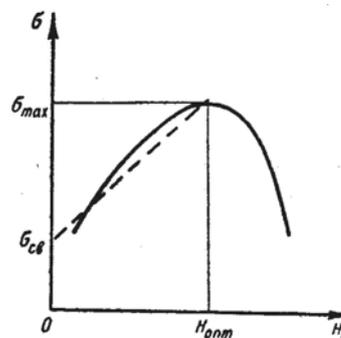


Рисунок 2 - Зависимость прочности стеклопластика от его коэффициента объёмного армирования

Авторы [3] связывают предельное значение коэффициента объёмного армирования  $H_0$  с возможностями роста концентрации касательных напряжений и ростом трещин вдоль волокон. Повышение коэффициента армирования приводит к увеличению прочности и жёсткости в направлении армирования, снижая прочность межслойного сдвига. При этом уменьшается число дефектов структуры - непроклеев, раковин и т.п. [4]. Уплотнение стеклопластика скользящими вокруг стержня рабочими элементами утяжки отличается от уплотнения прессовым методом или прикаткой роликом при намотке труб [5], поскольку вносятся факторы, связанные с трением ра-

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 2 2006

## ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ СПОСОБОМ РАДИАЛЬНОГО ОБЖАТИЯ. Ч.2. МЕТОД РАСЧЁТА

бочих элементов о формуемый стержень, появляется фактор цикличности. Что касается фиксации кольцевой нитью обжато го стеклопластика, то здесь технология похожа на обкатывание роликом.

Вопрос расчёта контактных давлений рабочего элемента утяжки на жгут пропитанного ровинга до сих пор практически не разрешён, поскольку классическая теория контакта соприкасающихся тел создана из следующих допущений [6]:

1. Материалы соприкасающихся тел однородны и изотропны.

2. Нагрузки, приложенные к телам, создают в зоне контакта только упругие деформации, подчинённые закону Гука.

3. Площадка контакта весьма мала по сравнению с общими поверхностями соприкасающихся тел.

4. Силы давления нормальны к поверхности соприкосновения (контакта) тел.

5. Силами трения на площадке контакта пренебрегают.

Полученные в [6, 7] зависимости требуют уточнения, поскольку:

1. Материал жгута ровинга анизотропен и обладает некоторой пластичностью.

2. Площадка контакта одного порядка малости с площадью контактной поверхности скольжения по периметру.

3. Силами трения уже нельзя пренебрегать.

Однако, несмотря на вышеизложенные ограничения, теорию соприкасающихся тел, основанную на теории Г. Герца, можно взять за основу, поскольку:

1. Контакт соприкасающихся тел происходит при скольжении вращения одного тела по периметру другого. Учитывая уравновешенность радиальных сил, воздействующих на рабочие элементы утяжки, можно сделать допущение и считать жгут ровингов упругим.

2. Силы трения будут иметь характер жидкостного трения, т.к. при обжати жгута, выдавливаемое связующее играет роль жидкой смазки. В этом случае, силами трения также можно в первом приближении пренебречь.

Согласно [7] имеем следующие зависимости контактных напряжений и перемещений при приложении нагрузки к натянутому жгуту ровингов, имеющих сечение в форме круга. Предполагаем жгут упругим. Схема приложения сил показана на рис. 3.

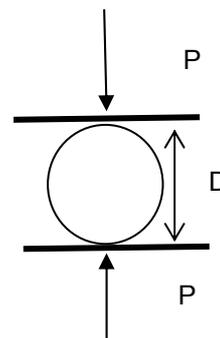


Рис. 3

Наибольшее давление на площадке контакта рабочего элемента утяжки равно:

$$q_0 = 0.798 \sqrt{\frac{P}{D \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}}$$

Уменьшение размера диаметра цилиндра между двумя сжимающими его гранями

$$\Delta D = 4p \frac{1-\mu^2}{\pi E} \left( 0.41 + lg \frac{2D}{c} \right),$$

где P – сила прижатия в Н; p- нагрузка на единицу длины цилиндра в Па;  $q_0$ - наибольшее давление на площадке контакта, равное наибольшему сжимающему напряжению контакта в Па; c - радиус площадки контакта по кругу или половина ширины прямоугольного контакта;  $E_1$ - модуль продольной упругости рабочего элемента;  $E_2$ -модуль упругости при сжатии жгута поперёк волокон;  $\mu$ - коэффициент Пуассона; 1 и 2 индексы рабочего элемента утяжки и жгута ровинга.

$$c = 1,6 \sqrt{PD \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}$$

В случае, когда оси рабочего элемента в виде цилиндра и круглого жгута ровингов параллельны, имеем (рис. 4) расчетные зависимости [7]:

$$c = 1,6 \sqrt{PD \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{7-\mu_2^2}{E_2} \right)}$$

$$q_0 = 0,798 \sqrt{\frac{P \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2}}{\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}}}$$

Сближение центров будет равно

$$\Delta = \frac{2(1-\mu^2)p}{E} \pi \left( \frac{2}{3} + \lg \frac{4D_1D_2}{c^2} \right),$$

где  $\Delta$  - величина сближения по линии давления точек рабочих элементов утяжки и жгута, удаленных от зоны контакта, из-за деформации в зоне контакта (или величина перемещения в направлении, параллельном давлению по отношению к неподвижной удаленной точке.

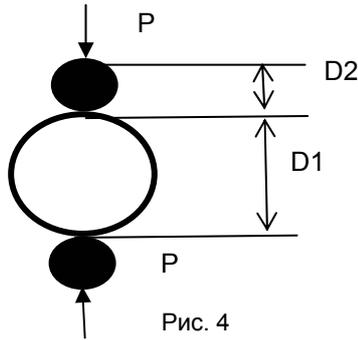


Рис. 4

Утяжка жгута криволинейным с радиусом  $D_1/2$  рабочим элементом представлена на рис. 5.

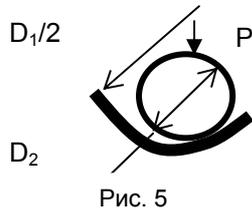


Рис. 5

В случае рабочего элемента утяжки в виде спицы пересекающей под углом жгут ровинга имеем схему рис. 6

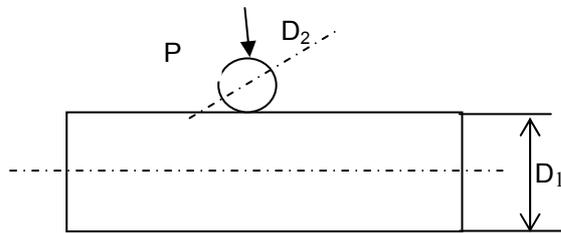


Рис. 6

$$a = \alpha^3 \sqrt{P \frac{D_1 D_2}{D_1 + D_2} \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)};$$

$$b = \beta \cdot \alpha; \quad q_0 = \frac{1,5 P}{\pi a b};$$

$$\Delta = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{P^2}{\left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)} \frac{D_1 + D_2}{D_1 D_2}}$$

где  $\alpha, \beta, \lambda$ , данные в таблице, зависят от соотношения  $\frac{D_1}{D_2}$

Таблица

$\frac{D_1}{D_2}$	1	1,5	2	3	4	6	10
$\alpha$	0,9	1,0	1,2	1,4	1,5	1,8	2,2
$\beta$	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
$\lambda$	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,6

### Влияние скорости вращения вертлюга на утягивание

При вращении вертлюга при укладке кольцевой нити на пропитанный утягиваемый утяжкой жгут действуют силы натяжения кольцевой нити. Кроме того, центробежные силы ослабляют контактные давления на рабочие элементы утяжки.

Сила натяжения нити  $S$  уравновешена силами трения за счёт прижатия нити к формуемому стержню. Схема распределения сил показана на рис. 7.

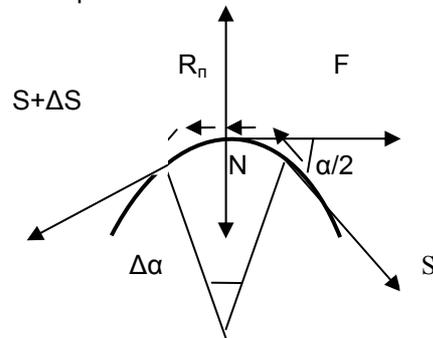


Рис. 7

Сила давления нити на стержень  $N = -R_n$ . Уравнение равновесие выразится как (3) [8]

$$R_n - (S + dS) \sin \frac{\Delta\alpha}{2} - S \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} = 0; \quad (3)$$

$$dS \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx 0, \quad \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \frac{\Delta\alpha}{2};$$

$$R_n = S \cdot \Delta\alpha;$$

Сила трения  $F = f \cdot R_n = f \cdot S \cdot \Delta\alpha$ ; опорная реакция будет равна:

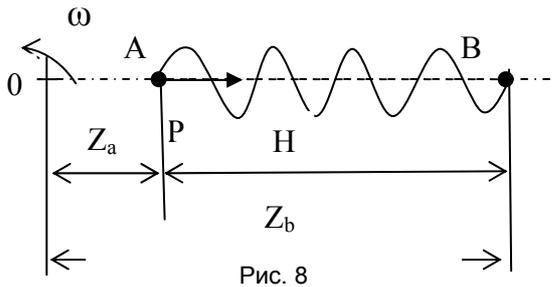
ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ СПОСОБОМ РАДИАЛЬНОГО ОБЖАТИЯ. Ч.2. МЕТОД РАСЧЁТА

$$R_n = 2S \cdot \cos\left(\frac{180 - \alpha}{2}\right), \quad (4)$$

где  $f$  - коэффициент трения.

Условие фиксации обжатого состояния кольцевой нитью при работе утяжки будет  $R_n \geq P$ , где  $P$  контактное усилие рабочих элементов утяжки (рис.3-6).

*Влияние центробежных сил на пружины рабочих элементов.* Наиболее простые схемы утяжек используют энергию пружин. Поскольку условием применения утяжки при формировании однонаправленных стержней является вращение рабочих элементов вокруг стержня, то следует учитывать влияние центробежных сил на контактные давления. Согласно работе [7], на пружину радиально расположенную относительно оси вращения, центробежная сила действует следующим образом (рис. 8).



Радиальное смещение

$$\Delta z = c_1 \cos \beta Z + c_2 \sin \beta Z - Z,$$

где  $\beta = \frac{\omega \cdot D}{2H} \sqrt{\frac{\pi \text{Dim}}{C}}$ . Сила, развиваемая в сечении на расстоянии  $Z$  от оси, в результате вращения пружины

$$P = \frac{4cH}{\pi D^3 i} \frac{d\Delta z}{dZ},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  определяются из условия закрепления концов пружины.

Для пружины закрепленной в точках А и В (при  $Z=Z_A$   $\omega=0$  и при  $Z=Z_B$   $\omega=0$ ) силы, развиваемые в сечениях А и В в результате вращения пружины

$$P_a = \frac{4C}{\pi D^3 i} \left[ \left(1 - \frac{\psi}{\text{tg}\psi}\right) Z_A + \left(\frac{\psi}{\sin\psi} - 1\right) Z_B \right];$$

$$P_b = -\frac{4C}{\pi D^3 i} \left[ \left(\frac{\psi}{\sin\psi} - 1\right) Z_A + \left(1 - \frac{\psi}{\text{tg}\psi}\right) Z_B \right];$$

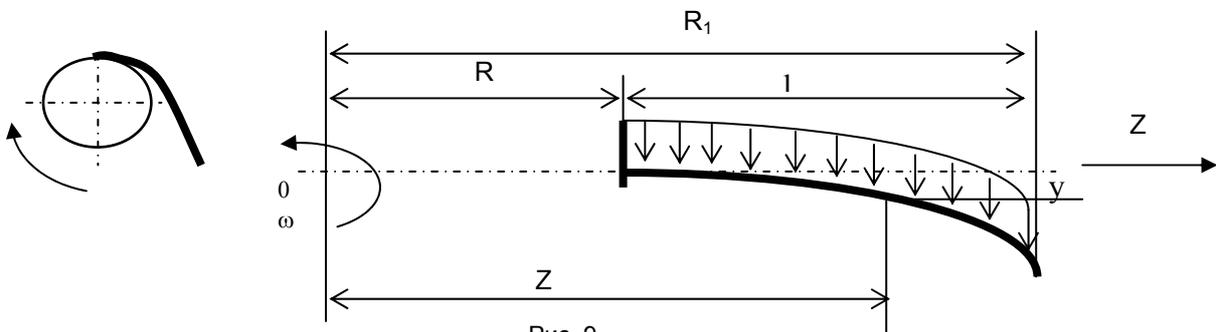
где  $\psi = \beta Y = \frac{\omega D}{2} \sqrt{\frac{\pi \text{Dim}}{C}}$ .

Положительный знак усилия соответствует растяжению пружины, отрицательный – сжатию ( $P_A > 0$ ,  $P_B < 0$ ). Если пружина закреплена в точке А и В в деформированном состоянии (деформирована силой  $P_0$ ), то полная сила в сечениях А и В  $P'_A = P_0 + P_A$ ;  $P'_B = P_0 + P_B$ .

Критическая угловая скорость

$$\omega_{кр} = 2 \sqrt{\frac{\pi C}{m D^3 i}}.$$

На рабочий элемент утяжки в форме упругого стержня расположенного радиально для расчета сил прижатия рабочего элемента утяжки, влияние центробежных сил тем больше, чем больше масса рабочего элемента [7] (рис. 9).



$R_{cp} = \frac{R_0 + R_1}{2}$  - расстояние от оси вращения;

$l = R_1 - R_0$  - длина стержня;

$F$  и  $J$  - площадь и момент инерции относительно нейтральной оси сечения на расстоянии  $Z$  от оси вращения;

$F_0$  и  $F_1$  – площади поперечного сечения на расстоянии  $R_0$  и  $R_1$  от оси вращения соответственно;

$E$  – модуль упругости материала стержня;

$V_{cp} = \omega R_{cp}$  – линейная скорость на радиусе  $R_{cp}$ ;

$q$  – интенсивность распределенной нагрузки;

$E$  – модуль упругости материала стержня;

$V_{cp} = \omega R_{cp}$  – линейная скорость на радиусе  $R_{cp}$ .

Изгибающий момент в сечении на расстоянии  $Z$  от оси вращения, без учета деформации стержня.

$$\bar{M} = \rho \omega^2 y \int_z^{R_1} Fz dz + \rho \omega^2 z \int_z^{R_1} Fy dz + z \int_z^{R_1} q dz - \int_z^{R_1} qz dz,$$

где  $z$  и  $y$  – координаты стержня в недеформированном состоянии. Изгибающий момент в сечении на расстоянии  $z$  с учетом деформации стержня.

Для прямого стержня  $M = \nu M$  постоянного поперечного сечения, нагруженного равномерно распределенной силой

$$\bar{M} = -\frac{q(R_1 - z)^2}{2};$$

$$\nu = \frac{1}{1 + \frac{\chi - 1}{10 \chi^2} a},$$

где  $a = \frac{2\rho V_{cp} \lambda^2}{E}$ ;  $\lambda = l \sqrt{\frac{E}{J}}$  – гибкость стержня.

### Расчет параметров схемы утягивания жгута

Работа утяжки осуществляется по схеме указанной на рис. 1.

Поскольку каждый отдельный жгут из непрерывных волокон (ровинг или нить) может рассматриваться как нить на опорах с воздействием на неё поперечной силы [8] (рис.10).

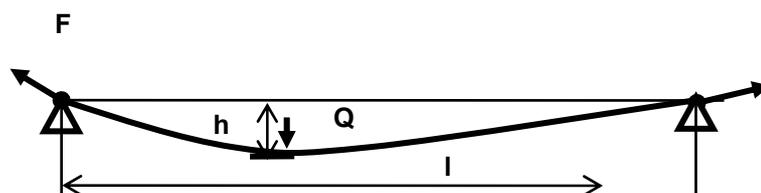


Рис. 10

Напряжение нити можно оценить по зависимости (5)

$$F = \frac{Q}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{16}{3} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left[1 + \frac{4}{3} \left(\frac{h}{l}\right)^2\right]}}. \quad (5)$$

Принимаются следующие допущения:

1. Каждый ровинг считаем гибкой нитью закреплённой в двух точках подвеса.
2. Высоту подвеса обоих концов считаем равной.

Стрела провеса мала по сравнению с пролётом  $h \leq 0,2l$ .

Поскольку жгут всё время протягивается через устройства натяжения и пропитки можно считать одну из опор подвижной (рис. 11).

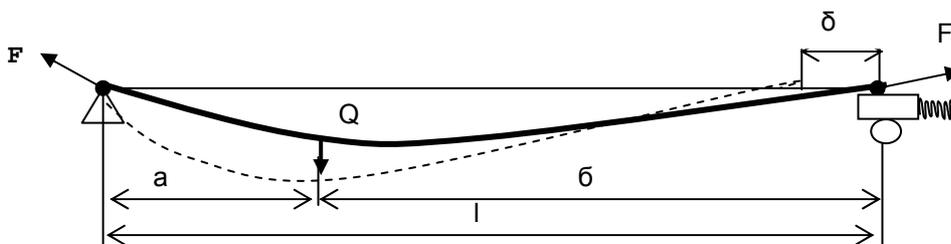


Рис. 11

ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ СПОСОБОМ РАДИАЛЬНОГО ОБЖАТИЯ. Ч.2. МЕТОД РАСЧЁТА

Для упругой нити имеем согласно [10]

(6):

$$H_1^3 + \frac{8}{3} \frac{h^2}{l(\frac{1}{EF} + k)} H_1^2 - \frac{1}{2(\frac{1}{EF} + k)} \frac{Q^2 \cdot a \cdot b}{l} = 0; \quad (6)$$

$$\delta = k(H_1 - H_0);$$

где E- модуль упругости нити, F- площадь сечения жгута.

В случае двухрядной схемы утягивания зависимость усилия прижатия от натяжения нити будет равно [11] согласно рис. 12 (7):

$$h(a_1) = -\frac{Q_1(1-a_1)a_1}{Hl} - \frac{Q_2(1-a_2)a_1}{Hl} + C \frac{a_1}{l}; \quad (7)$$

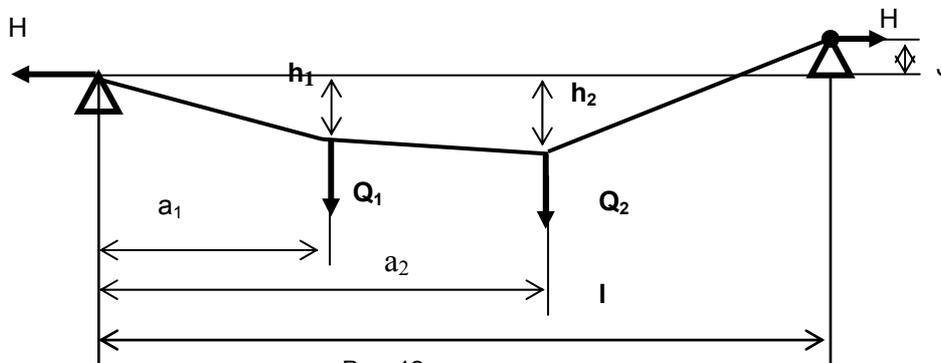


Рис. 12

**Определение параметров отжима излишнего связующего**

Удаление связующего под действием сил давления рабочих элементов утяжки может быть охарактеризовано как движение жидкости в условиях течения Куэтта между двумя плоскостями, одна из которых неподвижна и составляет поверхность вкладыша заматываемого в стеклопластик, а другая параллельна первой и подвижна [12]. Средняя скорость вытекающего связующего будет равна:

$$\bar{u} = \frac{V}{2} + \frac{P}{2\eta} h^2,$$

где V – окружная скорость вращения рабочих элементов вокруг оси стержня; P- перепад давления; h- расстояние между контактной поверхностью рабочего элемента и вкладыша;  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости.

Коэффициент вязкости связующего, продавливаемого через армирующие волокна, определяется согласно [13] зависимостью:

$$\eta = \frac{2P_{cp}}{3\pi} \cdot \frac{D}{\dot{D}},$$

где  $P_{cp}$  – среднее контактное давление; D – расстояние между волокнами;  $\dot{D}$  - скорость сближения волокон при сжатии (скорость уплотнения).

Скорость отжима связующего можно вывести из уравнения скорости фильтрования под постоянным давлением [14].

$$V = \xi F \left[ \sqrt{\left( \frac{R_u}{x_0 r_0} \right)^2 + \frac{\tau \Delta p}{\eta \cdot x_0 r_0}} - \frac{R_u}{2x_0 r_0} \right],$$

где V- объём удаляемого связующего за время  $\tau$ ;  $\xi$  - коэффициент; F - площадь контакта рабочих элементов;  $R_u$ - сопротивление фильтрации армирующих волокон,  $m^{-1}$ ;  $x_0$ - объёмное содержание связующего;  $r_0$ - среднее удельное сопротивление обжимаемого стержня,  $m^{-2}$ .

### **Заключение**

Появление нового класса оборудования для получения однонаправленных композитных стержней создаёт предпосылки для развития теоретических и экспериментальных исследований в направлении получения такой технологии рациональным методом.

Представленные основы расчёта утяжек могут служить делу развития теории технологий в части оптимизации формы утяжек, компоновки их размещения на линии, выбора параметров рабочих элементов, настройки усилий их прижатия, с целью получения композита отвечающего требуемым условиям прочности.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Заявка на изобретение РФ №2004128397/03 от 24.09.04 г. Способ получения стержня переменного диаметра и устройство для его осуществления. Авторы: Башара В.А., Гаврилов В.В., Кархин С.А., Дробышев В.А., Русских Г.И. Положительное решение от 12.10.05 г.
2. Шалыгин В.Н., Пашков Г.С. О некоторых технологических свойствах стеклопластиковых композиций.// Армированные стеклопластики. Сборник трудов ЛМИ. №82. – Л., 1970. – С.81-88.
3. Ермоленко А.Ф., Протасов В.Д. Влияние степени армирования на прочность и характер разрушения однонаправленных волокнитов/ Механика композитных материалов, №2. – 1989. – С. 276.
4. Болотин В.В. Влияние технологических факторов на механическую надёжность конструкций из композитов/Механика полимеров ,№3.- 1972. – С.529-540.
5. Благонадёжин А.Л., Мезенцев Н.С. Экспериментальное влияние технологического фактора прикатки на физико-механические свойства стеклопластика//Механика полимеров, 1976.- №6. – С. 1043-1047.
6. Расчёты на прочность в машиностроении/ С.Д. Пономарёв, В.А. Бидерман, К.К. Лихарёв и др. – М.: Машгиз, 1958, т. 2. – 974с.
7. Справочник машиностроителя. Под ред. Серенсена С.В. В 6-ти томах. Т.3., М.: Машгиз.- 1955.
8. Поляков В.С., Кудрявцев В.Н., Зубанов и др. Детали машин под ред. Н.И. Колчина. – Л: Машгиз, 1954. – 729 с.
9. Крагельский Н.В., Михин Н.М. Узлы трения машин. Справочник. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.
10. Качурин В.К. Гибкие нити с малыми стрелками.-М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 224 с.
11. Краткий справочник нестандартного оборудования под ред. Бакуненко.
12. Жермен П. Курс механики сплошных сред. Общая теория./ пер. с фр. В.В. Федулова.-М.: Высшая школа, 1983. – 399 с.
13. Котомин С.В., Авдеев Н.Н. Уплотнение и монолитизация арамидных и композитных волокон. 2. Монолитизация композитных волокон// Механика композитных материалов. – 2003. – т.39. – №1. – С.97-106.
14. Конструирование и расчёт машин химических производств. Учебник для машиностроительных ВУЗов/Ю.Г. Гусев., И.Н. Карасёв, Э.Э. Кольман – Иванов и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 408 с.