

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЛЭП НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗАРЯДОВ

И.В. Белицын, А.В. Макаров

В статье предложен алгоритм расчета потенциала электрического поля создаваемого воздушной линией электропередач. В основу модели ВЛЭП положена реальная пространственная структура опор, и горизонтальное расположение проводов и тросов. Полученный алгоритм может быть использован для расчета полей ВЛЭП как постоянного, так и переменного тока.

Электроустановки высокого напряжения, которые включают в себя воздушные линии электропередач (ВЛЭП) высокого и сверхвысокого напряжения являются фактором, влияющим на окружающую среду. Это проявляется как неблагоприятное физиологическое воздействие электромагнитных полей на живые организмы, в том числе и на человека, кроме этого ВЛЭП создают шум, обусловленный коронным разрядом на проводах. Для количественной оценки данных воздействий необходимо знать значение напряженности электрического поля как вблизи поверхности земли для определения времени пребывания человека в зоне воздействия электрического поля [1], так и на поверхности проводов для определения уровня шума [2]. Поэтому возникает необходимость в разработке методики расчета электромагнитного поля, созданного ВЛЭП.

Расчет электрических полей можно производить аналитическими или численными методами. Применение аналитических методов целесообразно при небольшом количестве проводников простой конфигурации. Во всех других случаях обычно применяют численные методы.

Метод сеток, или метод релаксации основан на усреднении гармонической функции потенциала электрического поля по шести симметрично расположенным точкам. Использование метода для открытых областей, например для расчета ЭМП ВЛЭП, возможно, однако в этом случае не следует ожидать высокой точности расчетов, поскольку придется искусственно ограничивать область путем ввода дополнительных граничных условий.

В основе вариационных методов лежит эквивалентность решения уравнения Пуассона и определения функции, при котором функционал I достигает минимума.

$$I = \int_S \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2f(x, y)U \right] dS, \quad (1)$$

где $f(x, y)$ - известная (заданная) функция; $U(x, y)$ - функция распределения потенциала; S - область, в которой определяется $U(x, y)$.

Практические способы для определения функции, при котором функционал (1) достигает минимума, основаны на методах Ритца, Галеркина или Треффтца [3]. Основным затруднением, связанным с использованием вариационных методов, является невозможность его полной автоматизации.

Метод интегральных уравнений основан на замене реального поля некоторым эквивалентным, образованным зарядами, распределенными по поверхностям проводников и границам раздела однородных диэлектриков [4].

Метод эквивалентных зарядов [5] состоит в том, что условие эквипотенциальной поверхности проводника записывается в виде

$$\sum_{i=1}^N \alpha_{ij} Q_i + \varphi_{ВШ} = \varphi_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Выражение (2) - эквивалентно тому, что внутри поверхности проводника имеется N электрических зарядов Q_i , создающих в N расчетных точках поверхности проводника, находящегося во внешнем поле с потенциалом $\varphi_{ВШ}$ потенциал φ_j . Расчет поля состоит в том, что выбираются различные системы зарядов: точечных, кольцевых, линейных и т. д., размещающихся внутри поверхности проводника. Выбор системы зарядов и их положение определяет вид и значения коэффициентов α_{ij} .

Поскольку реальная высоковольтная установка имеет большое число проводников, на которых в большинстве случаев известны значения потенциалов, т.е. задано граничное условие первого рода, или известен суммарный заряд проводника, то в качестве численного метода решения целесообразно использовать интегральные методы расчета электростатических полей, а именно метод интегральных уравнений или метод эквивалентных зарядов.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЛЭП НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗАРЯДОВ

В настоящее время существуют методики для расчета напряженности от проводов ВЛЭП [6, 7], однако в них не учитывается или недостаточно обосновано влияние массивной металлической конструкции, которую представляет опора ВЛ класса напряжения 330 кВ и более. На элементах металлической опоры, вследствие электрической индукции, наводятся электрические заряды, которые заметно искажают электрическое поле вблизи опоры.

Конструктивно высоковольтная опора состоит из уголков и полос металла, которые для предлагаемой методики можно заменить цилиндрическими проводниками круглого сечения с таким радиусом, чтобы емкость круглого и некруглого проводников на единицу длины была одинаковой, такой радиус называется эквивалентным. Эквивалентные радиусы можно определить, например, по формулам, приведенным в [8], так эквивалентный радиус для полосы малой толщины и шириной a

$$r_э = \frac{a}{4}, \quad (3)$$

а для равностороннего уголка со стороной a

$$r_э = \frac{a}{2,5}. \quad (4)$$

Итак, металлическую опору ВЛЭП можно заменить совокупностью из N цилиндрических проводников с длиной L_k и эквивалентными радиусами $r_{эk}$, где $k \in N$. Заряд, наведенный на проводниках вследствие электрической индукции, приходящийся на единицу длины k -го проводника обозначим τ_k . Он не является постоянным по всей длине проводника и зависит от конкретной его точки. Общее число проводов и грозозащитных тросов, подвешенных на опоре, обозначим N_{np} . Линейный заряд на проводе считаем постоянным по всей длине и обозначаем τ_{np} , а радиус провода - r_{0np} . Поверхность земли будем считать плоской и проводящей, и ее влияние заменим фиктивными зарядами, как для проводников τ'_k , так и для проводов τ'_{np} , причем

$$\tau'_k = -\tau_k \text{ и } \tau'_{np} = -\tau_{np}. \quad (5)$$

Выберем систему координат xyz таким образом, чтобы $z=0$ соответствовала поверхности земли. Тогда потенциал произвольной точки наблюдения $M(x_j, z_j, y_j)$, будет определен из принципа суперпозиции и равен алгебраической сумме потенциалов от всех N проводников и из зеркальных изображений, а также от всех N_{np} проводов и их изображений

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{kM}} + \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{\tau'_k(l_k) dl_k}{R'_{kM}} + 2 \left(\sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npV} \ln \frac{1}{r_{vM}} + \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau'_{npV} \ln \frac{1}{r'_{vM}} \right) \right], \quad (6)$$

где $\tau_k(l_k)$ - линейный заряд k -го проводника на его элементарном участке dl_k ; R_{kM} - расстояние от элементарного участка dl k -го проводника до точки M ; R'_{kM} - расстояние от элементарного участка dl зеркального изображения k -го проводника до точки M ; r_{vM} - расстояние от v -го провода до точки M ; r'_{vM} - расстояние от зеркального изображения v -го провода до точки M .

Функциональное уравнение (6) включает интегральное преобразование над неизвестной функцией $\tau_k(l_k)$ является интегральным уравнением, а именно уравнением Фредгольма первого рода, с учетом (5) перепишем его в виде

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \left(\int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{kM}} - \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R'_{kM}} \right) + 2 \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npV} \ln \frac{r'_{vM}}{r_{vM}} \right]. \quad (7)$$

Поместим точку наблюдения поочередно вначале на поверхность всех цилиндрических проводников и, учитывая, их потенциал, получим

$$0 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \left(\int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{k1}} - \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R'_{k1}} \right) + 2 \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npV} \ln \frac{r'_{v1}}{r_{v1}} \right] \quad (8)$$

...

$$0 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \left(\int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{kN}} - \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R'_{kN}} \right) + 2 \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npV} \ln \frac{r'_{vN}}{r_{vN}} \right].$$

Затем, последовательно на поверхность всех проводов

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_{1np} &= \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \left(\int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{k1np}} - \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R'_{k1np}} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npv} \ln \frac{r'_{v1np}}{r_{v1np}} \right] \\ &\dots \\ \varphi_{N,np} &= \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \left(\int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{kN,np}} - \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R'_{kN,np}} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{v=1}^{N_{np}} \tau_{npv} \ln \frac{r'_{vN,np}}{r_{vN,np}} \right]. \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) представляют собой систему интегральных уравнений.

Одним из самых распространенных методов решения интегральных уравнений и их систем является метод квадратурных формул (конечных сумм) и состоит в замене интегрального уравнения аппроксимирующей системой алгебраических (конечных) уравнений относительно дискретных значений искомой функции и ее решении [9, 10].

Для составления системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), каждый проводник разбиваем на g равных участков, длиной h_k . Будем считать, что линейная плотность заряда на каждом участке проводника τ_i

остается постоянной величиной. При этом суммарный заряд каждого электрода при плавном изменении линейной плотности и при ступенчатом одинаков. Поэтому каждый интеграл в (8, 9) может быть заменен на g интегралов, и соответствующая τ_i может быть вынесена из-под знака интеграла. Поэтому (8) можно представить в виде из $2g+N_{np}$ линейных уравнений с $2g+N_{np}$ неизвестными, оставшиеся N_{np} неизвестных определим линеаризацией интегральной системы уравнений (9). Чтобы не увеличивать число уравнений в СЛАУ, то учитывая выражение (9), запишем результирующий потенциал от участка g, k -го провода и его изображения

$$\tau_i (\alpha_{ij\Pi} - \alpha_{ij3}) = \tau_i \alpha_{ij} \quad \text{или} \quad \alpha_{ij} = \alpha_{ij\Pi} - \alpha_{ij3}. \quad (10)$$

где $\alpha_{ij\Pi} = \int_{h_k} \frac{dl_i}{R_{ij,np}}$ - коэффициент, обусловленный зарядом участка проводника;

$$\alpha_{ij3} = \int_{h_k} \frac{dl_i}{R'_{ij,np}}$$

зарядом зеркального изображения того же участка проводника.

Таким образом, система интегральных уравнений (8) и (9), учитывая (10) может быть заменена СЛАУ вида

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_{11}\tau_1 + \dots + \alpha_{N,1}\tau_N + \alpha_{N+1,1}\tau_{N+1(np1)} + \dots + \alpha_{N+N_{np},1}\tau_{N+N_{np}(N_{np})} &= 0 \\ \dots \\ \alpha_{1,N}\tau_1 + \dots + \alpha_{N,N}\tau_N + \alpha_{N+1,N}\tau_{N+1(np1)} + \dots + \alpha_{N+N_{np},N}\tau_{N+N_{np}(N_{np})} &= 0 \\ \alpha_{1,N+1}\tau_1 + \dots + \alpha_{N,N+1}\tau_N + \alpha_{N+1,N+1}\tau_{N+1(np1)} + \dots + \alpha_{N+N_{np},N+1}\tau_{N+N_{np}(N_{np})} &= \varphi'_{np1} \\ \dots \\ \alpha_{1,N+N_{np}}\tau_1 + \dots + \alpha_{N,N+N_{np}}\tau_N + \alpha_{N+1,N+N_{np}}\tau_{N+1(np1)} + \dots + \alpha_{N+N_{np},N+N_{np}}\tau_{N+N_{np}(N_{np})} &= \varphi'_{N_{np}}. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Или в матричной форме записи

$$\begin{cases} [\alpha_{ij}][\tau_i] = [0] \\ [\alpha_{ij}][\tau_i] = [\varphi'_i] \end{cases} \quad (12)$$

где i - номер истока участка проводника (провода) с линейной плотностью τ_i , j - номер узловой точки расчета, $\varphi'_i = \varphi_i 4\pi\epsilon\epsilon_0$ - приведенное значение потенциала. В качестве узловых точек выбираем середину элементарных участков (рис. 1).

Для определения коэффициентов (потенциальных коэффициентов) в (12), предварительно через координаты начала k -го проводника (x_{Hk} , y_{Hk} , z_{Hk}) и его конца (x_{Kk} , y_{Kk} ,

z_{Kk}), определим угол наклона k -го проводника к плоскости xOy

$$\beta_k = \arctg \left(\frac{z_{Kk} - z_{Hk}}{\sqrt{(x_{Kk} - x_{Hk})^2 + (y_{Kk} - y_{Hk})^2}} \right), \quad (13)$$

и его длину

$$L_k = \sqrt{(x_{Kk} - x_{Hk})^2 + (y_{Kk} - y_{Hk})^2} + \sqrt{(z_{Kk} - z_{Hk})^2}. \quad (14)$$

Для получения однозначных значений углов в (13) и далее, начало проводника следует выбирать по приоритету из следующих условий

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЛЭП НА ОСНОВЕ МЕТОДА
ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗАРЯДОВ

$$x_{Hk} < x_{Kk}; \quad y_{Hk} < y_{Kk}; \quad z_{Hk} < z_{Kk}. \quad (15)$$

$$h_k = \frac{L_k}{g}, \quad (16)$$

Длина элементарного участка k -го проводника

где g – количество элементарных участков, на которые разбивается любой k -й проводник.

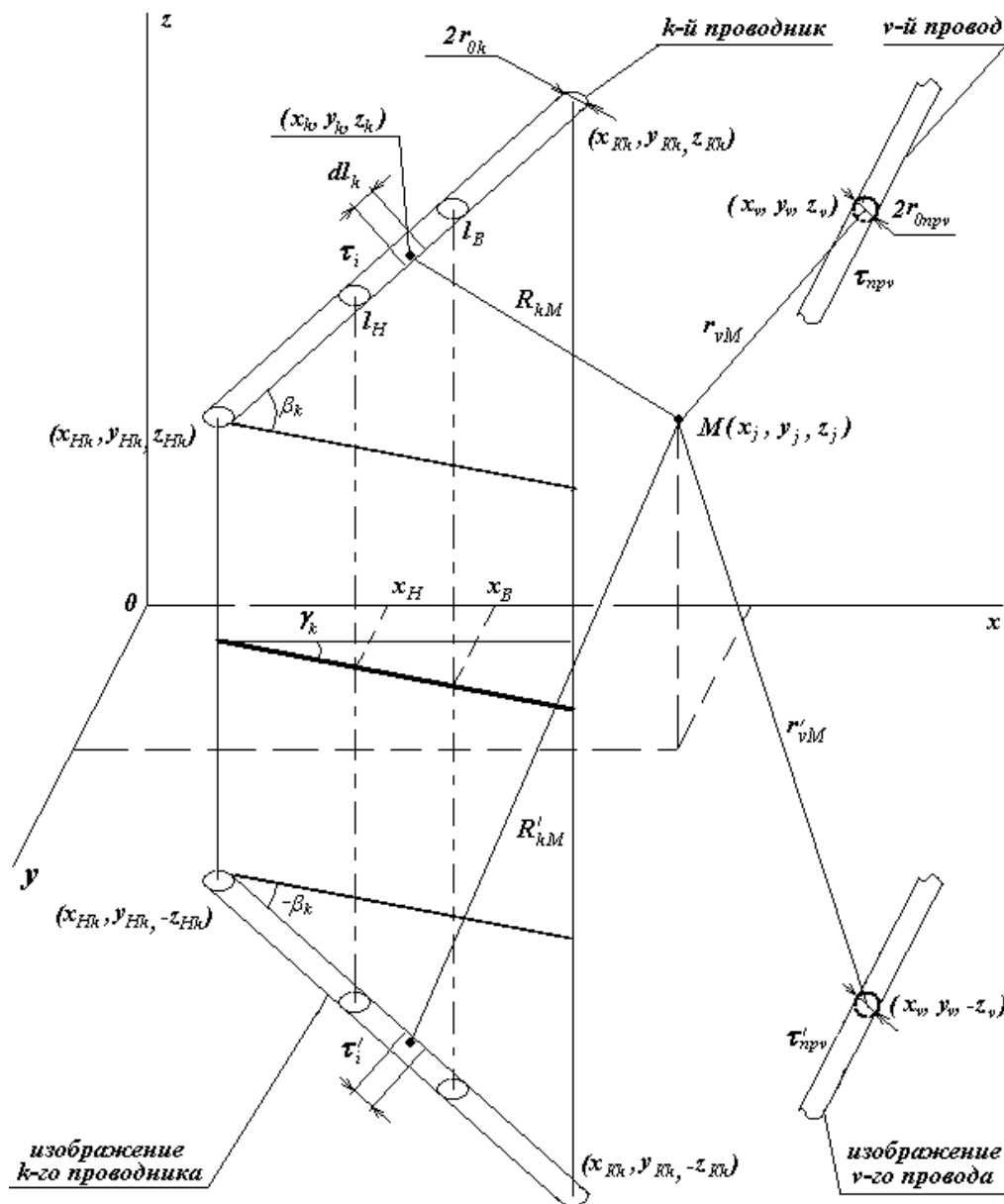


Рис. 1. К определению коэффициентов в СЛАУ

Расстояние от начала k -го проводника до середины g -го участка этого проводника

$$l_j = l_{gk} = h_k \left(G - \frac{1}{2}\right); \quad G \in [1; g], \quad (17)$$

а координаты середины участка:

$$x_{j0} = x_{gk} = x_{Hk} + l_{gk} \cos \beta_k \cos \gamma_k;$$

$$y_{j0} = y_{gk} = y_{Hk} + l_{gk} \cos \beta_k \sin \gamma_k; \quad (18)$$

$$z_{j0} = z_{gk} = z_{Hk} + l_{gk} \sin \beta_k,$$

$$\text{где } \beta_k = \arctg \left(\frac{z_{Kk} - z_{Hk}}{\sqrt{(x_{Kk} - x_{Hk})^2 + (y_{Kk} - y_{Hk})^2}} \right) -$$

угол наклона k -го проводника к плоскости xOy ;

$\gamma_k = \arctg\left(\frac{y_{kk} - y_{Hk}}{x_{kk} - x_{Hk}}\right)$ – угол наклона проекции

k -го проводника в плоскости xOy к положительному направлению оси Ox .

Учитывая радиус провода координаты узлов, т.е. середины участка на его поверхности.

$$\begin{aligned} x_j &= x_{jo} + r_{0k} \sin \beta_k \cos \gamma_k; \\ y_j &= y_{jo} + r_{0k} \sin \beta_k \sin \gamma_k; \\ z_j &= z_{jo} - r_{0k} \cos \beta_k. \end{aligned} \quad (19)$$

Порядковый номер проводника, которому принадлежит рассматриваемый элементарный участок истока, при $i \leq Ng$

$$k = \Pi.Ч. \left(\frac{i + g - 1}{g} \right). \quad (20)$$

Если, $i, j \leq Ng$, и k -ый проводник наклонен под углом $\beta_k \neq \pi/2$, $\gamma_k \neq \pi/2$ обозначив текущие координаты i -го участка k -го проводника (x_k , y_k , z_k), коэффициенты α определим как

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{l_H}^{l_B} \frac{dl_k}{R_{kM}} = \int_{x_H}^{x_B} \frac{dx_k}{\cos \beta_k \cos \gamma_k \sqrt{(x_k - x_j)^2 + \frac{1}{\left((y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2 \right)}}} = \int_{x_H}^{x_B} \frac{dx_k}{\cos \beta_k \cos \gamma_k \sqrt{(x_k - x_j)^2 + \frac{1}{\left((tg \gamma_k (x_k - x_{Hk}) + y_{Hk} - y_j)^2 \right)}}} \quad (21)$$

$$\times \frac{dx_k}{\left((tg \beta_k \sqrt{(x_k - x_{Hk})^2 + (y_k - y_{Hk})^2 + z_{Hk} - z_j} \right)^2} ;$$

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{x_H}^{x_B} \frac{dx_k}{\cos \beta_k \cos \gamma_k \sqrt{(x_k - x_j)^2 + \frac{1}{\left((tg \gamma_k (x_k - x_{Hk}) + y_{Hk} - y_j)^2 \right)}}} \times \frac{1}{\left((tg \beta_k \left(\sqrt{(x_k - x_{Hk})^2 + (tg \gamma_k (x_k - x_{Hk})^2) \right)^2 \right) + \frac{1}{\left(z_{Hk} - z_j \right)^2} \right)}.$$

После интегрирования

$$\alpha_{ij\Pi} = \ln \frac{x_B + 0,5\Pi + \sqrt{x_B(x_B + \Pi) + \mathcal{D}}}{x_H + 0,5\Pi + \sqrt{x_H(x_H + \Pi) + \mathcal{D}}}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi &= 2 \cos^2 \beta_k (tg \beta_k \Phi - x_j \cos^2 \gamma_k - \cos^2 \gamma_k tg \gamma_k \mathcal{K}); \\ \mathcal{D} &= \cos^2 \beta_k (x_j^2 \cos^2 \gamma_k + \Phi^2 + \cos^2 \gamma_k \mathcal{K}^2); \\ \Phi &= \cos \gamma_k (z_{Hk} - z_j) - tg \beta_k x_{Hk}; \\ \mathcal{K} &= tg \gamma_k x_{Hk} + y_j - y_{Hk}; \end{aligned}$$

x_H и x_B - нижние и верхние пределы изменения участка проводника, по которому производится интегрирование:

$$\begin{aligned} x_H &= x_{Hk} + ((i - (k - 1)g) - 1)h_k \cos \beta_k \cos \gamma_k; \\ x_B &= x_{Hk} + (i - (k - 1)g)h_k \cos \beta_k \cos \gamma_k. \end{aligned}$$

Аналогично определяется потенциальный коэффициент от зеркального изображения участка g , k -го провода

$$\alpha_{ij3} = \ln \frac{x_B + 0,5\Pi' + \sqrt{x_B(x_B + \Pi') + \mathcal{D}'}}{x_H + 0,5\Pi' + \sqrt{x_H(x_H + \Pi') + \mathcal{D}'}} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi' &= 2 \cos^2 \beta_k (-tg \beta_k \Phi' - x_j \cos^2 \gamma_k - \cos^2 \gamma_k tg \gamma_k \mathcal{K}'); \\ \mathcal{D}' &= \cos^2 \beta_k (x_j^2 \cos^2 \gamma_k + \Phi'^2 + \cos^2 \gamma_k \mathcal{K}'^2); \\ \Phi' &= \cos \gamma_k (-z_{Hk} - z_j) + tg \beta_k x_{Hk}; \\ \mathcal{K}' &= tg \gamma_k x_{Hk} + y_j - y_{Hk}. \end{aligned}$$

Используя (10, 22,23), окончательно имеем

$$\alpha_{ij} = \ln \frac{(x_B + 0,5\Pi + \sqrt{x_B(x_B + \Pi) + \mathcal{D}})}{(x_H + 0,5\Pi + \sqrt{x_H(x_H + \Pi) + \mathcal{D}})} \times \frac{(x_H + 0,5\Pi' + \sqrt{x_H(x_H + \Pi') + \mathcal{D}'})}{(x_B + 0,5\Pi' + \sqrt{x_B(x_B + \Pi') + \mathcal{D}'})} \quad (24)$$

Если, $i, j \leq Ng$, и k -ый проводник наклонен под углом $\beta_k \neq \pi/2$, $\gamma_k = \pm \pi/2$ обозначив текущие координаты i -го участка k -го проводника (x_k , y_k , z_k), (проводник расположен в плоскости параллельной yOz , $x_k = \text{const}$), то коэффициенты

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{l_H}^{l_B} \frac{dl_k}{R_{kM}} = \int_{y_H}^{y_B} \frac{dy_k}{\cos \beta_k \sqrt{(y_k - y_j)^2 + \frac{1}{\left((z_k - z_j)^2 + (x_k - x_j)^2 \right)}}} =$$

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВЛЭП НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЗАРЯДОВ

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{y_H}^{y_B} \frac{dy_k}{\cos \beta_k \sqrt{(y_k - y_j)^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(tg \beta_k (y_x - y_{Hk}) + z_{Hk} - z_j)^2 + (x_k - x_j)^2}};$$

$$\alpha_{ij\Pi} = \ln \frac{y_B + 0,5\Pi + \sqrt{y_B(y_B + \Pi) + D}}{y_H + 0,5\Pi + \sqrt{y_H(y_H + \Pi) + D}}, \quad (25)$$

где $\Pi = 2 \cos^2 \beta_k (tg \beta_k \Phi - y_j)$;

$$D = \cos^2 \beta_k (y_j^2 + \Phi^2 + (x_k - x_j)^2);$$

$$\Phi = z_{Hk} - z_j - tg \beta_k y_{Hk};$$

y_H и y_B - нижние и верхние пределы изменения участка проводника по которому производится интегрирование

$$y_H = y_{Hk} + ((i - (k - 1)g) - 1)h_k \cos \beta_k;$$

$$y_B = y_{Hk} + (i - (k - 1)g)h_k \cos \beta_k.$$

Аналогично определяется потенциальный коэффициент от зеркального изображения участка g , k -го провода

$$\alpha_{ij3} = \ln \frac{y_B + 0,5\Pi' + \sqrt{y_B(y_B + \Pi') + D'}}{y_H + 0,5\Pi' + \sqrt{y_H(y_H + \Pi') + D'}}, \quad (26)$$

где $\Pi' = 2 \cos^2 \beta_k (-tg \beta_k \Phi' - y_j)$;

$$D' = \cos^2 \beta_k (y_j^2 + \Phi'^2 + (x_k - x_j)^2);$$

$$\Phi' = -z_{Hk} - z_j + tg \beta_k y_{Hk}.$$

Используя (10, 25, 26), окончательно имеем

$$\alpha_{ij} = \ln \frac{(y_B + 0,5\Pi + \sqrt{y_B(y_B + \Pi) + D})}{(y_H + 0,5\Pi + \sqrt{y_H(y_H + \Pi) + D})} \times \frac{(y_H + 0,5\Pi' + \sqrt{y_H(y_H + \Pi') + D'})}{(y_B + 0,5\Pi' + \sqrt{y_B(y_B + \Pi') + D'})}. \quad (27)$$

Если $\beta_k = \pm \pi/2$ (проводник расположен вертикально, $x_k, y_k = const$), то коэффициенты

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{z_H}^{z_B} \frac{dz_k}{\sqrt{(y_k - y_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2}};$$

$$\alpha_{ij\Pi} = \ln \frac{z_B - z_j + \sqrt{(z_B - z_j)^2 + (y_{Hk} - y_j)^2}}{z_H - z_j + \sqrt{(z_H - z_j)^2 + (y_{Hk} - y_j)^2}} \cdot \frac{\sqrt{(x_{Hk} - x_j)^2}}{\sqrt{(x_{Hk} - x_j)^2}}, \quad (28)$$

где z_H и z_B - нижние и верхние пределы изменения участка проводника, по которому производится интегрирование

$$z_H = z_{Hk} + ((i - (k - 1)g) - 1)h_k;$$

$$z_B = z_{Hk} + (i - (k - 1)g)h_k.$$

Аналогично определяется потенциальный коэффициент от зеркального изображения участка g , k -го провода

$$\alpha_{ij3} = \int_{-z_B}^{-z_H} \frac{dz_k}{\sqrt{(y_k - y_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2}}$$

$$\alpha_{ij3} = -\ln \frac{-z_B - z_j + \sqrt{(-z_B - z_j)^2 + (y_{Hk} - y_j)^2}}{-z_H - z_j + \sqrt{(-z_H - z_j)^2 + (y_{Hk} - y_j)^2}} \cdot \frac{\sqrt{(x_{Hk} - x_j)^2}}{\sqrt{(x_{Hk} - x_j)^2}}. \quad (29)$$

Окончательно коэффициент от участка провода и его изображений по (10).

Если $\beta_k = \pm \pi/2$ и расчетная точка лежит на оси проводника, т.е. $x_{Hk} = x_j$, и $y_{Hk} = y_j$ то потенциальный коэффициент от провода

$$\alpha_{ij\Pi} = \int_{z_H}^{z_B} \frac{dz_k}{|z_k - z_j|} = \ln \left| \frac{z_B - z_j}{z_H - z_j} \right| \quad (31)$$

и его изображения

$$\alpha_{ij3} = \int_{-z_B}^{-z_H} \frac{dz_k}{|z_k - z_j|} = \ln \frac{-z_B - z_j}{-z_H - z_j}. \quad (32)$$

Окончательно коэффициент от участка провода и его изображений по (10)

$$\alpha_{ij} = \ln \left| \frac{z_B - z_j}{z_H - z_j} \right| - \ln \frac{-z_B - z_j}{-z_H - z_j}. \quad (33)$$

Если $i > Ng$ ($i = Ng + v$), то потенциальные коэффициенты от проводов до участков при $i \neq j$: (или до других проводов $j > Ng$ $z_j =$ высота подвеса j -го провода, $x_j =$ координата x j -го провода)

$$\alpha_{ij} = 2 \ln \frac{\sqrt{(x_v - x_j)^2 + (y_v - y_j)^2 + (z_v + z_j)^2}}{\sqrt{(x_v - x_j)^2 + (y_v - y_j)^2 + (z_v - z_j)^2}}. \quad (34)$$

Если $i > Ng$ и $i = j$, то

$$\alpha_{ij} = 2 \ln \frac{2z_v}{r_{0npv}}. \quad (35)$$

Итак, для решения необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений СЛАУ общее число которых $N_{yp} = N_{np} + Ng$. Для решения СЛАУ можно использовать различные методы, например, метод Гаусса, Краута-Холецкого или др. [11, 12, 13]. Поскольку СЛАУ получается высокой размерности, то предлагается для ее решения исполь-

зывать метод Холецкого с фазовой обработкой.

В общем случае (8) можно использовать для описания электростатических полей, которое возникает вблизи воздушных линий электропередач (ВЛЭП) постоянного тока.

В случае ВЛЭП переменного тока под значениями потенциалов и линейных зарядов следует понимать их комплексные значения. Запишем уравнение (8) для трехфазной ВЛЭП с расщепленной фазой на n проводников.

$$\begin{aligned} \phi_M = & \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{\tau_k(l_k) dl_k}{R_{kM}} + \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{\tau'_k(l_k) dl_k}{R'_{kM}} + \right. \\ & + 2 \left(\sum_{p=1}^n \tau_{npA.p} \ln \frac{r'_{Ap.M}}{r_{p.M}} + \sum_{p=1}^n \tau_{npB.p} \ln \frac{r'_{Bp.M}}{r_{p.M}} + \right. \\ & \left. \left. + \sum_{p=1}^n \tau_{npC.p} \ln \frac{r'_{Cp.M}}{r_{p.M}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Используя аналогичный подход, решаем интегральное уравнение (36), для этого необходимо решить СЛАУ вида

$$\begin{cases} [\alpha_{ij}][\tau_i] = [0] \\ [\alpha_{ij}][\tau_i] = [\phi'_i] \end{cases} \quad (37)$$

Из сравнения (12) и (37) очевидно, что матрица потенциальных коэффициентов в обоих выражениях идентична, поэтому для расчета потенциальных коэффициентов можно использовать приведенную методику, т.е. формулы (13-35). Решать (35) можно тем же методом, что и (12) учитывая, что линейные заряды и потенциалы будут комплексными числами. Систему (37) возможно представить в виде двух СЛАУ, первая из которых необходима для нахождения действительной части зарядов, а вторая - мнимой

$$\begin{cases} [\alpha_{ij}][\text{Re}(\tau_i)] = [0] \\ [\alpha_{ij}][\text{Re}(\tau_i)] = [\text{Re}(\phi'_i)], \\ [\alpha_{ij}][\text{Im}(\tau_i)] = [0] \\ [\alpha_{ij}][\text{Im}(\tau_i)] = [\text{Im}(\phi'_i)] \end{cases} \quad (38)$$

После нахождения зарядов на каждом элементарном участке проводников напряженность в любой точке поля может быть найдена по принципу наложения.

Таким образом, получена методика расчета, которую можно использовать как для расчета напряженности электрического поля вблизи опор ВЛЭП и непосредственно на поверхности проводов, так и для определения влияния опор на рабочие емкости проводов ВЛЭП. Кроме этого, если по предложенной методике учитывать цилиндрические проводники экрана, которые используются для уменьшения напряженности вблизи поверхности земли, то приведенная методика позволяет оптимизировать конструкцию экранов и высоту их подвеса над поверхностью земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. «Санитарные нормы и правила выполнения работ в условиях воздействия электрических полей промышленной частоты» № 5802—91.
2. Александров Г.Н. Установки сверхвысокого напряжения и охрана окружающей среды. – Л.: Энергоатомиздат, 1989, -360 с.
3. Миролюбов Н.Н., Костенко Н.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н. Методы расчета электростатических полей. – М.: Высш. шк., 1963. – 416 с.
4. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории и магнитных явлений. - М.: Изд-во АН СССР, 1948. -727 с.
5. Блохин Ю.В., Журавлев Э.Н., Ярославский Э.Н. К расчету электростатических полей методом эквивалентных зарядов // Электричество. – 1980. - № 2. - С. 26-31.
6. Александров Г.Н., Евдокунин Г.А. и др. Новые средства передачи электрической энергии в энергосистемах. - Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1987. - 232 с.
7. Справочник по проектированию линий электропередач / Под ред. М.А. Реута, С.С. Рокотьяна. - М. Энергия, 1971.-288с.
8. Колечицкий Е.С. Расчет электрических полей высокого напряжения. – М. Энергоатомиздат, 1983, 168 с.
9. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - Новосибирск: Наука, 1973. – 352 с.
10. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. - М.: Наука, 1967. -270 с.
11. Воеводин В.В. Численные методы алгебры: Теория и алгоритмы. – М.: Наука, 1966.
12. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1980.
13. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / Изд-е 13-е. – М.: Наука, 1986.