

# О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В РОТОРЕ ЛАБОРАТОРНОЙ ЦЕНТРИФУГИ

Н.В. Павлова, И.Н. Павлов, Т.М. Тушкина

*В работе описаны возможности ЭВМ в процессе математического моделирования процессов центробежного разделения суспензий. Решена система уравнений, определяющих движение твердых частиц в потоке жидкости. Проведена проверка адекватности разработанной модели. Проанализированы способы прогнозирования эффективности разделения на лабораторной центрифуге.*

Широкое использование центробежных методов очистки жидкостей от высокодисперсной твердой фазы, как правило, сдерживается высокой стоимостью оборудования, сложностью его обслуживания и недостаточной эффективностью выделения частиц небольших размеров из суспензий. Возникшие в настоящее время тенденции в развитии высокопроизводительной техники обусловили появление разнообразных конструкций центрифуг, большинство из которых известным расчетным путем оценить затруднительно.

Поэтому поиск конструкции центрифуги и определение наилучших условий проведения процесса разделения для заданной суспензии является важной задачей исследования. Эта задача может быть решена в том случае, если будут получены надежные сведения о протекании процесса разделения сред в роторе центрифуги и концентрации частиц твердой фазы в очищенной жидкости (фугате).

Очевидно, что перспективный путь исследования и проектирования состоит в выборе, построении математической модели процесса разделения суспензии и последующем решении системы уравнений с использованием электронно-вычислительных машин, а также экспериментальной проверке результатов моделирования. Разработка математической модели, алгоритмов расчета и программных средств описания гидродинамики в роторе центрифуги позволяет существенно сократить сроки необходимых исследований и конструкторских разработок, направленных на совершенствование технологии и аппаратного оформления процесса центробежного разделения низкоконтрированных суспензий, содержащих высокодисперсную твердую фазу, в осадительных центрифугах.

В работе [1] исследован процесс разделения суспензий в лабораторной центрифуге. Полученные данные позволяют выявить параметры, влияющие на качество разделения

суспензий. Представляется важным уделить внимание и технологическим параметрам, а также свойствам жидкой и дисперсной фаз. При выполнении требований, предъявляемых к качеству разделения суспензии, значительное внимание следует уделить двум основным характеристикам: расходу суспензии и частоте вращения ротора центрифуги.

Для прогноза разделения неоднородных систем на центрифугах необходимо рассматривать движение двух фаз.

Т.к. концентрация частиц твердой фазы мала, это позволяет пренебречь обратным влиянием дисперсной фазы на жидкую фазу. Поэтому движение твердых частиц и жидкости рассматривается независимо друг от друга.

Рассмотрено движение жидкой фазы. В процессе математической постановки задачи осуществлен переход от естественных переменных «скорость-давление» к переменным «напряженность вихря - функция тока». В результате получена система, включающая в себя уравнения переноса вихря и функции тока:

$$\operatorname{Re} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\omega}{r^2}$$
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = r \omega,$$

где  $\psi$  и  $\omega$  - дифференциальные операторы, определяемые посредством равенств:

$$r\omega = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad r\nu = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}.$$

Для жидкой фазы принята модель несжимаемой жидкости. Вязкость постоянна. Действием массовых сил пренебрегаем.

Решение задачи проводилось методом Сполдинга [2] на ортогональных сетках. Предложенный метод применен к расчету потоков, схема организации которых наиболее часто встречается на практике процесса центробежного разделения.

Для исследования вопроса о движении мелких частиц твердой фазы в поле течения

решена задача Коши. Рассматривалось радиальное движение частицы твердой фазы под действием основных сил: центробежной и сопротивления.

В процессе исследований были приняты следующие допущения:

- концентрация частиц твердой фазы мала;
- скорость частиц на входе равна скорости жидкости;
- частицы имеют сферическую форму;
- влияние силы тяжести и силы Архимеда незначительно;
- движение частиц описывается законом сопротивления Стокса.

В результате получена система уравнений, описывающих движение частиц твердой фазы в поле центробежных сил:

$$\begin{cases} Stk \frac{dw_q}{dt} = w - w_q, \\ Stk \left( \frac{dv_q}{dt} - \Omega^2 r \right) = v - v_q, \\ dz/dt = w_q, \\ dr/dt = v_q, \end{cases} \quad (1)$$

где  $Stk = \frac{\rho_q \cdot d_q^2}{18\mu}$  - число Стокса;  $\rho_q$ ,  $d_q$  - плотность и диаметр частицы твердой фазы;  $\mu$  - вязкость жидкости, Па·с.

Строгое аналитическое решение системы (1) нелинейных уравнений второго порядка действительно вызывает определенные трудности, поэтому для численного расчета траекторий принято допущение о постоянстве локальных величин  $v$  и  $w$ , рассчитывается средняя скорость жидкости в каждой ячейке.

Экспериментальное и численное исследование движения частиц проводилось на примере разделения низкоконцентрированной водной суспензии микрокристаллической целлюлозы, содержащей твердые частицы плотностью  $1550 \text{ кг/м}^3$ .

Решение системы уравнений (1) движения твердых частиц в центробежном поле центрифуги осуществлялось одношаговым методом Гира. Скорость жидкости определялась по результатам численного нахождения профиля скоростей в центрифуге. При решении уравнений определялась минимальная подача суспензии в ротор, при которой все частицы осаждались.

При анализе влияния расхода суспензии, подводимой в ротор лабораторной центрифуги, на эффективность осаждения частиц микрокристаллической целлюлозы получены зависимости, представленные на рисунке 1.

Процесс осаждения проводился в центрифуге с биконическим ротором при постоянной частоте вращения для частиц различных диаметров. Полученные результаты по определению содержания частиц в фугате позволяют установить необходимую производительность центрифуги с целью получения более чистого фугата.

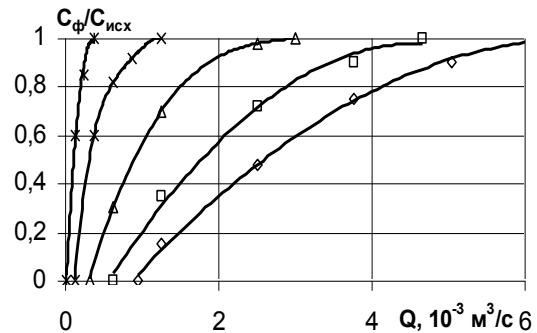


Рис. 1. Зависимость относительного уноса частиц  $C_{\phi}/C_{исх}$  от расхода  $Q$  суспензии.  $d_{\phi}$  ( $10^{-6}$  м):  $\diamond$  - 25,  $\square$  - 20,  $\Delta$  - 15,  $\circ$  - 10,  $*$  - 5;  $n = 50 \text{ с}^{-1}$

При постоянной производительности центрифуги определение частоты вращения ротора, при которой достигается требуемая эффективность разделения, является важной задачей. Для оценки влияния частоты вращения ротора на степень разделения суспензии при постоянной подаче проведены исследования.

Ввиду того, что частицы разных материалов одного и того же диаметра при одинаковых условиях осаждаются по-разному, оценено влияние плотности частиц суспензии на эффективность осаждения. Для анализа рассмотрены частицы с плотностями  $1350 \text{ кг/м}^3$  (каменный уголь),  $1550 \text{ кг/м}^3$  (МКЦ) и  $2650 \text{ кг/м}^3$  (кварц).

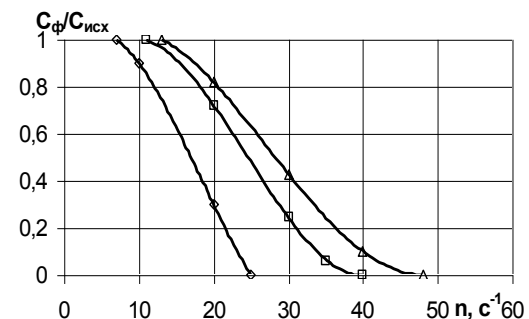


Рис. 2. Зависимость относительного уноса  $C_{\phi}/C_{исх}$  от частоты вращения  $n$  ротора  $d_{\phi} = 5 \cdot 10^{-6}$  м;  $Q = 19 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с;  $\rho_{\phi}$  ( $\text{кг/м}^3$ ):  $\diamond$  - 2650,  $\square$  - 1550,  $\Delta$  - 1350

## О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В РОТОРЕ ЛАБОРАТОРНОЙ ЦЕНТРИФУГИ

Как видно из рисунка 2, плотность  $\rho_c$  частиц, содержащихся в суспензии, может играть существенную роль при выборе производительности центрифуги и частоты вращения ротора. Частоты вращения ротора центрифуги, при которой происходит осаждение частиц, имеющих более высокую плотность, недостаточно для осаждения частиц, у которых плотность ниже. Это позволяет сделать вывод о том, что рабочие характеристики, оптимальные для какой-либо суспензии, могут оказаться неприемлемыми для другой суспензии. Поэтому при выборе рабочих условий всегда нужно учитывать плотность дисперсной фазы.

По результатам исследований создана диаграмма определения относительного уноса частиц в роторе лабораторной центрифуги (рисунок 3). Для определения доли частиц, выходящих в фугат, необходимо найти точку пересечения линии диаметра частиц и линии плотности частиц.

Например, выбраны частицы диаметром 5 мкм и плотностью 1550 кг/м<sup>3</sup>. Из этой точки проводится вертикальная прямая до пересечения с линией частоты вращения ротора центрифуги (например, 60 с<sup>-1</sup>). Далее из найденной точки проводится прямая, соответствующая диапазону расхода суспензии. То

есть, чтобы полностью осадить данные частицы при частоте вращения ротора 60 с<sup>-1</sup>, требуется расход не более 0,02·10<sup>-3</sup> м<sup>3</sup>/с.

Одной из проверок при отладке программного комплекса является сравнение результатов численных расчетов с известными решениями и натурным экспериментом. Несомненно, численный эксперимент не может заменить натурального. Он может лишь снизить объем натурального моделирования в пользу увеличения объема численного моделирования. Кроме того, не следует стремиться к полной идентификации результатов численных расчетов и натуральных экспериментов. Такой итог можно считать справедливым лишь тогда, когда используемые физико-математические модели в максимальной степени соответствуют реальному процессу и построены без каких-либо допущений. Поэтому наиболее рациональной стратегией реализации численного эксперимента следует считать такую, при которой накапливается поле численных результатов, полученное при варьировании исходных данных с учетом их неопределенности, а также вариантов физических моделей, заложенных в функциональное наполнение пакета прикладных программ.

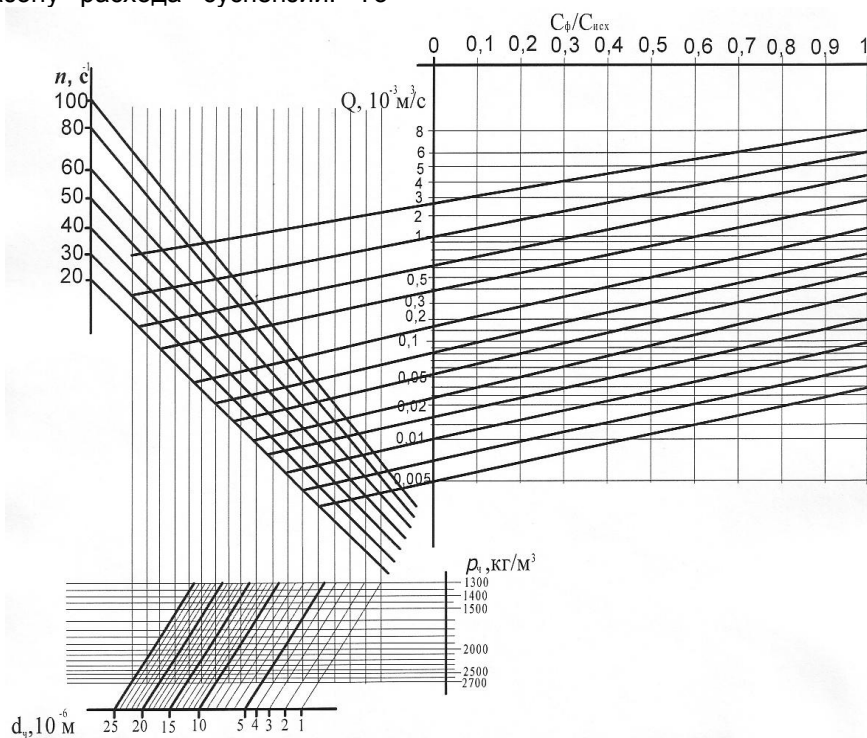


Рис. 3. Диаграмма определения относительного уноса частиц твердой фазы

Сформированное поле численных результатов можно считать прогнозом изменения рабочих характеристик изделия в период его работы. В то же время нанесение на это поле экспериментальных кривых позволяет уточнить характер протекающих процессов, выделить явления, оказывающие на рабочий процесс наибольшее влияние, снизить уровень неопределенности по ряду исходных данных.

Разделяемость суспензий в большей степени зависит от степени дисперсности их твердой фазы. Монодисперсные суспензии встречаются весьма редко, в связи с чем часто необходимо учитывать характер распределения частиц по их размерам.

Рассмотрим суспензию с полидисперсным составом, интегральная кривая которой представлена на рисунке 4. Найдем зависимость относительной доли частиц в фугате от частоты вращения ротора. Интерес к задаче обусловлен рядом причин. Во-первых, имеются результаты экспериментальных исследований. Таким образом, есть возможность сравнения результатов, полученных качественно различными методами. Необходимо отметить, что задача определения относительной доли частиц имеет большое практическое значение, однако, основной целью рассмотрения ее в настоящей статье является оценка эффективности разработанного выше метода при расчете гидродинамики в роторе центрифуги.

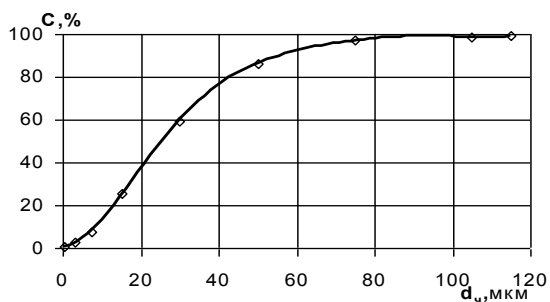


Рис. 4. Интегральная кривая распределения частиц по размерам суспензии микрокристаллической целлюлозы

Результаты исследования процесса разделения водной суспензии микрокристаллической целлюлозы имеются в [3]. Воспользуемся этими данными для проверки результатов, полученных численным экспериментом. Критические диаметры частиц при различных скоростях вращения ротора центрифуги и постоянной подаче были определены ранее. С их помощью легко будет установить содер-

жание частиц в фугате, используя кривую распределения частиц по размерам.

Относительные доли частиц в фугате  $C_{ф}/C_{исх}$  (%) при различных частотах вращения ротора  $n$ , полученные в результате численного и натурального экспериментов по разделению суспензии МКЦ, представлены на рисунке 5.

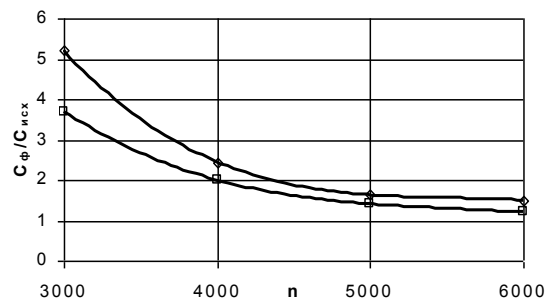


Рис. 5. Зависимость относительной доли частиц суспензии МКЦ в фугате от частоты вращения ротора  $Q=70$  л/ч;  $\circ$  – результаты натурального эксперимента;  $\square$  – результаты численных решений

Известно, что дисперсный состав суспензий определяется содержанием частиц определенного размера в них. Поэтому при одинаковых условиях эффективность осаждения разных суспензий будет разной. Исследуем процесс разделения другой суспензии – водной суспензии нитроцеллюлозы. Как видно из интегральной кривой (рисунок 6), в этой суспензии содержание мелких частиц значительно меньше, чем в суспензии МКЦ. Оценим влияние этого различия на эффективность осаждения суспензий (рисунок 7).

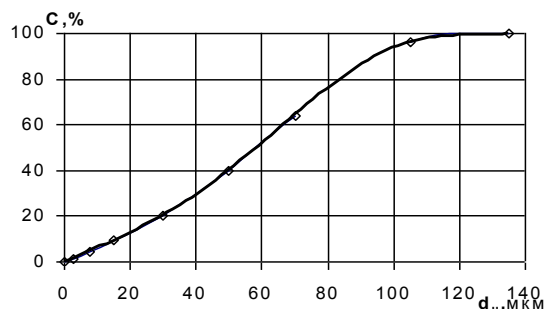


Рис. 6. Интегральная кривая распределения частиц по размерам суспензии нитроцеллюлозы

Из рисунков 6 и 7 можно заключить, что результаты численных экспериментов весьма приближены к данным, полученным из натуральных экспериментов, и имеют удовлетворительную сходимость. Поэтому данная математическая модель может быть использована для выбора оптимальных условий работы центрифуг.

## О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В РОТОРЕ ЛАБОРАТОРНОЙ ЦЕНТРИФУГИ

### Влияние конструктивных параметров ротора центрифуги на эффективность разделения

Как известно, для обеспечения требуемой эффективности при уменьшении диаметра ротора требуется увеличение высоты ротора центрифуги и наоборот. Для определения характера взаимного влияния рассматриваемых конструктивных параметров проведены численные эксперименты. На рисунке 8 представлены зависимости по определению конструктивных параметров ротора, в которых обеспечивается осаждение частиц кварца диаметром 5, 10, 15, 20 и 25 мкм.

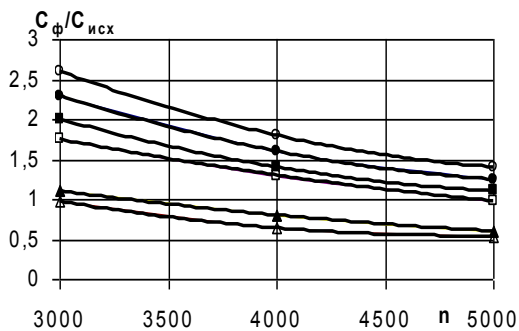


Рис. 7. Зависимость относительной доли частиц в фугате  $C_f/C_{исх}$  (%) от частоты вращения ротора  $n$  (мин<sup>-1</sup>):  
○, □, △ - натурный эксперимент при 100, 80, 60 л/ч;  
●, ■, ▲ - численный эксперимент при 100, 80, 60 л/ч соответственно

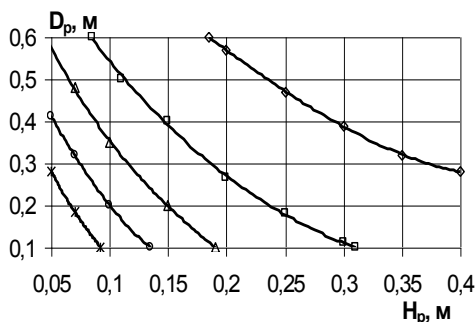


Рис. 8. Зависимость диаметра ротора от высоты ротора центрифуги для осаждения частиц  $d_c$ ,  $10^{-6}$  м: ◇ - 5; □ - 10; △ - 15; ○ - 20; \* - 25.  $Q=50$  м<sup>3</sup>/ч;  $n=50$  с<sup>-1</sup>.  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_c = 2650$  кг/м<sup>3</sup>

Из рисунка 8 видно, что для осаждения мелких частиц требуется увеличивать габаритные размеры ротора.

На рисунке 9 представлены зависимости критического диаметра осаждающихся частиц микрокристаллической целлюлозы от конструктивных параметров ротора. Полученные

результаты позволяют определить диаметр и высоту ротора в зависимости от требований, предъявляемых к чистоте фугата.

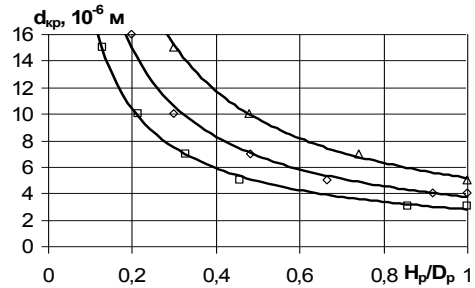


Рис. 9. Зависимость критического диаметра частиц от конструктивных параметров ротора  $D_p$  (м): □ - 0,7; ◇ - 0,6; △ - 0,5.  $Q=0,014$  м<sup>3</sup>/с;  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_c = 1550$  кг/м<sup>3</sup>;  $n=50$  с<sup>-1</sup>

На основании проведенных исследований создана номограмма, предназначенная для определения критического диаметра осаждающихся частиц, а также рабочих характеристик процесса и конструктивных параметров ротора по результатам численных исследований.

По результатам проведенных исследований представляется возможным исследование процесса разделения в промышленной центрифуге при требуемых рабочих условиях для определения оптимальных параметров центрифуги. В результате чего можно получить рекомендации по работе на такой центрифуге, определить ее возможности и применимость для разделения низкоконцентрированных суспензий.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Светлов С.А., Спиридонов Ф.Ф., Павлова Н.В. Моделирование процесса разделения суспензий в центрифуге с биконическим ротором: Отчет о НИР (промежуточный) // БТИ АлтГТУ. - № ГР 01.20.0013399, Инв. №.02.2003.05085. - Бийск, 2003. - 28 с.
2. Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К., Сполдинг Д.Б., Вольфштейн М. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М.: Мир, 1972. - 324 с.
3. Волков Ю.П., Светлов С.А. Исследование процесса разделения суспензий в центрифуге с биконическим ротором // ЖПХ, 2001. - Т.74. - №11. - С.1812-1814.