

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

А.А.Кандауров

Информационный сигнал в появившихся в последнее время приборах контроля с акустической связью сильно зависит от вида соединения акустического канала с поверхностью пьезоэлемента. В данной статье рассматривается моделирование поверхностных колебаний пьезоэлемента и обсуждаются вопросы передачи информации с минимальным искажением сигнала.

Разработка датчиков для систем управления на основе пьезорезонаторов была начата еще в 60-е года. К настоящему времени разработка всевозможных устройств, построенных на базе пьезорезонаторов, например, измерение механических величин, температуры, микровзвешивание, уровнемеры и др. достигла существенного прогресса. Погрешность в приборах измерения на основе пьезоэлементов находится в пределах сотых долей процента и порогом чувствительности 10^{-6} - 10^{-7} от верхнего предела измеряемой величины. Значительный вклад в развитие методов расчета и проектирования пьезорезонансных датчиков внесли ряд российских ученых, таких как: В.В. Малов, Э.А. Кудряшов, А.И. Трофимов, А.А. Ерофеев, Р.Г. Джагунов, В.Н. Седалищев, Б.М. Кербель и др.

Устройства на основе пьезорезонаторов применяются не только для контроля и измерения различных величин. В последнее время бурно развивается также такое направление, как передача информации по акустическим каналам. В качестве акустических каналов может использоваться акустопроводящая среда: длинные металлические прутья, арматура стен, станины различных станков и установок. Информация по акустическим каналам передается от одного объекта к другому непосредственно через акустические колебания. Данная среда передачи была выбрана как альтернатива передаче информации непосредственно электрическими и электромагнитными (радиоволны, радиолокация), и другими сигналами [1, 2, 3]. Устройства на основе пьезорезонаторов и акустических каналов связи применяются в специфических областях, когда нельзя использовать другие методы передачи и получения информации. В качестве примера можно назвать их использование в экстремальных взрывоопасных и огнеопасных средах, а также в тех местах, где существует опасность возникновения электрической искры, недостаточность прочности конструкции датчиков или их химической

стойкости в экстремальных средах. Кроме того, такие устройства сами по себе могут выступать в роли генератора информации или первичного измерительного преобразователя.

Для трансляции информации из экстремальной среды могут быть использованы как простые (пластины, пленки), так и сложные структуры, например, с помощью сопряжения нескольких пластин разного материала с произвольным закреплением свободных краев. При применении простых методов передачи сигнала через экстремальные среды транслируемая информация сильно зашумляется. Для уменьшения воздействия помех используется метод сильно связанных колебательных контуров. Несмотря на то, что этот метод является более эффективным, он также и более требователен к качеству соединения акустического канала с пьезоэлементом [3,4]. Сложность передачи информации по акустическим каналам из экстремальных сред заключается в том, что при закреплении как самого акустического канала, так при внешнем присоединении к акустическому каналу объектов промышленности уже эксплуатируемой системы контроля возникают нелинейные искажения передаваемых колебаний. Такими присоединенными к акустическому каналу дополнительными объектами связи являются различные резонаторы, демпферы и т.д. И если даже теоретически рассчитать, в каком месте акустической связи необходимо добавлять объект, то качество места соединения (скрутка, спай, винтовое соединение) рассчитать практически невозможно. И в результате могут возникнуть дополнительные помехи.

Определение оптимального места закрепления объекта к основанию можно проводить только тогда, когда было произведено соединение акустического канала с объектом измерения. Но для решения такой задачи необходимо знать распределение узлов колебаний по поверхности. Местонахождение уз-

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

лов колебаний сопряжено с видом и качеством соединения объекта измерения с акустическим каналом связи. Поэтому необходим инструмент, с помощью которого можно было бы быстро определить характер и вид поверхностных колебаний на металлических пластинах акустического канала и на самом пьезоэлементе, являющиеся двумерными микроперемещениями.

Как известно, задача измерения микроперемещений в применении к пьезорезонансным датчикам не является тривиальной, т.к. колебания поверхности датчика характеризуются чрезвычайно малой амплитудой: от долей нанометров до десятков микрометров [4]. Для исследования поверхности колебаний пьезоэлементов можно использовать различные методы, которые по способу получения и преобразования сигнала можно разделить на три группы: электрические, контактные и бесконтактные. Анализ данных методов показал, что из них самыми перспективными для исследования поверхностных колебаний являются бесконтактные оптические методы [9].

Из них методы на основе установок Майкельсона [5], Уверского [6], голографических интерферометров [3], оптоволоконных световодов [3, 7] или оптических гетеродинных систем [8] используются преимущественно в лабораторных условиях для особо точных измерений, и приобрести такую установку способна далеко не каждая организация.

В [9] было показано, что среди бесконтактных оптических методов применение для измерения микроперемещений триангуляционного метода является наиболее перспективным. Но и в нем тоже есть недостатки. Как правило, в триангуляционном методе рассматриваются ситуации с плоскопараллельной поверхностью. И при длине волны по-

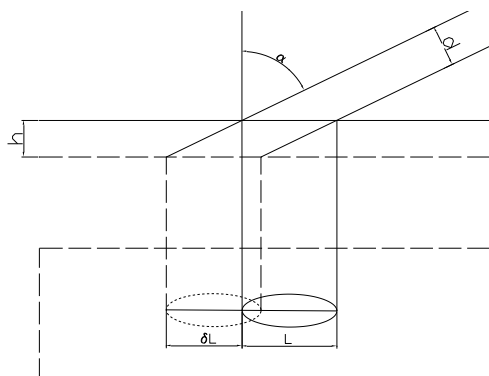


Рис. 1. Смещение светового пятна

верхностных колебаний, соизмеримых, либо меньших диаметра светового луча, приме-

няемого в триангуляционной установке, появляются дополнительные погрешности измерения. Кроме того, для наблюдения отраженного луча плоскость отражения должна иметь достаточно высокий коэффициент отражения светового луча.

Рассмотрим самый простой способ измерения микроперемещений, которым является регистрация смещения светового пятна на поверхности (рисунок 1).

При прогибе плоскости измерения на величину δ смещение светового пятна L происходит на величину:

$$\Delta L = |h \cdot \tan(\alpha)| \quad (1)$$

где:

h – величина прогиба пьезоэлемента,
 α – угол падения светового потока на плоскость пьезоэлемента относительно нормали.

Зависимость величины смещения ΔL от угла падения светового луча и величине прогиба $h = 10 \mu$ показана на рисунке 2.

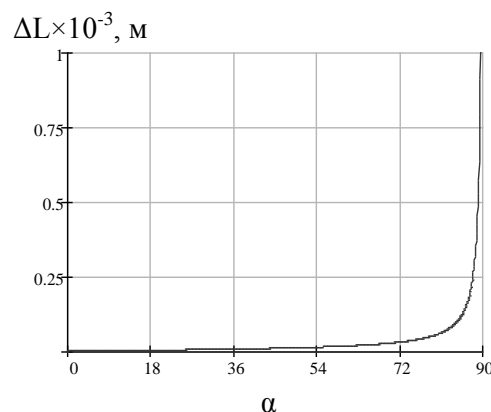


Рис. 2. Смещение светового пятна от угла падения источника света

Как видно из этой зависимости, увеличение угла падения бесконечно увеличивает относительное смещение светового пятна от величины прогиба отражающей поверхности. Вместе с этим увеличиваются и относительные размеры светового пятна:

$$L = \frac{d}{\cos(\alpha)}, \quad (2)$$

где d – диаметр светового пятна.

Но нам необходимо учитывать ограничение на увеличение угла падения, которое состоит в том, чтобы длина проекции светового пятна L была не более полупериода колебаний контролирующей поверхности, то есть:

$$L < \frac{T}{2}, \quad (3)$$

Подставляя формулу (3) в (2), мы найдем предельный угол наклона светового потока к исследуемой поверхности:

$$\alpha > \arccos\left(\frac{d}{T/2}\right), \quad (4)$$

где $T/2$ – полупериод колебаний пьезоэлемента.

Определим частотную область пьезоэлемента через его основную гармонику:

$$f = \frac{f_0 \cdot T/2}{D}, \quad (5)$$

где f_0 – основная гармоника пьезоэлемента,

D – диаметр пьезоэлемента,

$T/2$ – полупериод колебаний пьезоэлемента.

Она образуется, если во всю длину пьезоэлемента укладывается ровно в половину периода колебаний (рисунок 3). Из неравенства (3) и формулы (2) следует ограничение на исследуемую частоту колебаний пьезоэлемента:

$$f_{\max} < \frac{f_0 \cdot d}{D \cdot \cos(\alpha)}, \quad (6)$$

Если учитывать, что $n = \frac{D}{T/2}$ – мода колебаний пьезоэлемента (рисунок 3), то,

используя формулы проекции светового пятна (2) и ограничение размеров светового пятна от вида колебаний (3), мы получим:

$$f_n = \frac{f_0}{n}, \quad (7)$$

где n – мода колебаний.

Для упрощенного рассмотрения вида колебаний на поверхности пьезоэлемента можно использовать модель стержня (рисунок 3). Длина стержня равна диаметру пьезоэлемента, а его диаметр – толщине пьезоэлемента. Определим граничные условия для шарнирно опертого стержня:

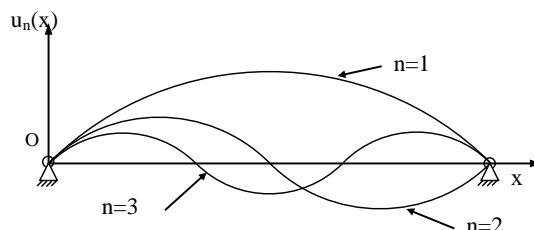


Рис. 3. Колебания шарнирно опертого стержня, при различных модах (n)

$$\begin{aligned} x = 0 \quad u(x, t) = 0 \\ x = D \quad u(x, t) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Решая волновое уравнение (9) методом стоячих волн (метод Фурье) [10]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 1c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (9)$$

находится частное решение в виде главных координат:

$$u_n(x, t) = U_n(x) \cos(\omega_n t - \phi_n), \quad (10)$$

где $U_n(x)$ – n -я собственная форма колебаний, n -я гармоника (амплитудная функция, неизменная во времени).

Тогда, учитывая формулу решения (10), граничные условия можно записать в виде:

$$U_n(0) = U_n(D) = 0. \quad (11)$$

И окончательным решением (10) будет

$$\sin(k_n D) = 0. \quad (12)$$

где k_n – волновое число.

Оно определяется из уравнения (12) как

$$k_n = \frac{n\pi}{D}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \infty \quad (13)$$

Тогда можно определить собственные (главные) частоты и собственные формы колебаний:

$$\omega_n = k_n c_0 = \frac{n\pi}{D} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (14)$$

$$U_n(x) = \sin(k_n x) = \sin\left(\frac{n\pi}{D} x\right).$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ

где

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} - \text{фазовая скорость (скорость}$$

распространения продольной волны в стержне),

E – модуль упругости,

ρ – плотность материала.

Из формулы (14) видно, что все частоты

$$\text{будут кратны основной: } \omega_n = \frac{\pi}{D} \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

Общее решение можно получить, умножив суммы стоячих волн на временные функции:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n U_n(x) \cos(k_n c_0 t - \phi_n), \quad (15)$$

Собственные формы колебаний представлены на рисунке 3. коэффициенты a_n и ϕ_n определяют амплитуду и начальную фазу колебаний по соответствующей собственной форме и находятся из начальных условий.

$$N_n = a_n \cos(\phi_n), \quad Q_n = a_n \sin(\phi_n)$$

и

$$a_n^2 = N_n^2 + Q_n^2, \quad (16)$$

$$tg(\phi_n) = \frac{Q_n}{N_n}$$

Тогда уравнение (15) в соответствии с (16) переписывается в виде

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{D} x\right) (N_n \cos(\omega_n t) + Q_n \sin(\omega_n t)), \quad (17)$$

где

$$N_n = \frac{2}{n} \int_0^D u_0(x) U_n dx, \quad (18)$$

$$Q_n = \frac{2}{n \omega_n} \int_0^D \dot{u}_0(x) U_n dx$$

Таким образом, уравнение (17) описывает колебания поверхности стержня при различных модах. С некоторым приближением

полученное решение можно применить и для описания колебаний поверхности пьезоэлемента в диаметральной сечении. Для получения двумерного решения, описывающего колебания поверхности пьезорезонатора, необходимо в уравнении (17) ввести дополнительное суммирование по m – м гармоникам в направлении m координаты y .

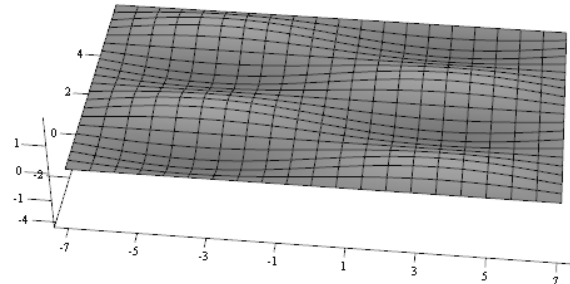


Рис. 4. Колебания поверхности пьезоэлемента прямоугольной формы при $t = 1 \text{ мс}$

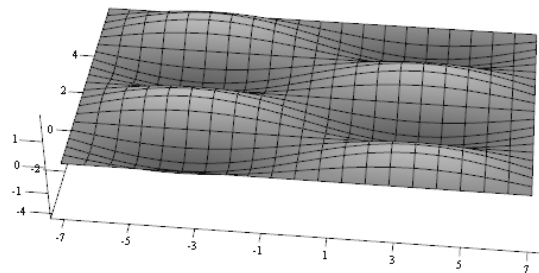


Рис. 5. Колебания поверхности пьезоэлемента прямоугольной формы при $t = 2 \text{ мс}$

Моделирование будем производить с помощью свободно распространяющегося программного пакета для выполнения математических вычислений SciLab. Для моделирования возьмем, например, прямоугольную форму пьезоэлемента с размерами 7×4 см (см. рисунки 4 и 5). Выберем по оси x моду n равной 1, а по оси y - моду m , равную 2.

Таким образом, мы нашли месторасположение узлов на поверхности пьезоэлемента. Так как пьезоэлемент может быть соединен с акустическим каналом непосредственно по периметру или в местах пучности, то соединение пьезоэлемента с основанием или несущей конструкцией необходимо проводить по узловым колебаниям поверхности. Тогда такое закрепление даст наименьшее искажение информационного сигнала. После закрепления пьезоэлемента (спайка, винтовое соединение) пучности колебаний поверхности обязательно сместятся. Это смещение невозможно промоделировать из-за того, что

точно учесть все факторы, связанные с технологическим процессом закрепления пьезоэлемента, практически невозможно. Лучше всего для определения фактического месторасположения сместившихся пучностей использовать оптический метод измерения микроколебаний. Выявление с его применением местонахождения пучностей позволит оптимально разместить элементы крепления акустического канала связи и выбрать место закрепления пьезоэлемента к снованию, обеспечив тем самым максимальную передачу и прием энергии колебаний между пьезоэлементом и акустическим каналом, а, значит, и максимальную чувствительность системы контроля и минимизировать погрешности измерения.

Таким образом, совмещение двух подходов: определения узлов и пучностей на поверхности с помощью оптической установки и путем компьютерного моделирования поверхностных колебаний является наиболее рациональным подходом к процессу расчета и проектирования пьезорезонансных структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кукуш В.Д. Электрорадиоизмерения: учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1985.

2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: учебник. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2000.

3. Фрайден Дж. Современные датчики: Справочник. – М.: Техносфера, 2005.

4. Андросова В.Г. Справочник по кварцевым резонаторам. – М.: Связь, 1978.

5. Левшина Е.С. Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи: учеб. пособие для вузов по спец. "Информ.-измерит. техника" / Е.С. Левшина, П.В. Новицкий. – Л.: Энергоатомиздат, 1983.

6. Оптико-электронные приборы для научных исследований: учеб. пособие для приборостроит. спец. вузов / Л.А. Новицкий и др.; под ред. Л.А. Новицкого. – М.: Машиностроение, 1986.

7. Вклеб Г. Датчики: пер. с нем. – М.: Мир, 1989.

8. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: справочник в 2 кн. Кн. 1 / Р.В. Васильева и др.; под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1978.

9. Воронов А.С. Метод и оптико-электронное средство контроля качества пьезорезонансных датчиков по комплексному коэффициенту передачи. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Барнаул.: АлтГТУ, 2007.

10. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. т 3. – М.: Атом, 1969.