

НОРМАЛЬНЫЕ КОНТАКТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ

А.А. Максименко, Н.В. Котенева, А.Д. Перфильева

Разработан метод определения контактных сближений, который можно использовать в уточненных инженерных расчетах условно-неподвижных соединений с учетом упруго-пластической деформации. Данная модель для шероховатых поверхностей позволяет определять различные динамические характеристики контактных перемещений в упруго-пластической зоне. С помощью данной методики в некоторых случаях можно рассчитать частоту процесса и величину диссипации механической энергии.

Ключевые слова: упруго-пластическая зона, шероховатые поверхности, контактные сближения.

Жесткость машин характеризуется собственной жесткостью деталей и контактной, определяемой деформациями в местах сопряжения деталей. Контактные перемещения составляют значительную часть от общих перемещений, в среднем до 80 %. Кроме того, контактные перемещения значительно изменяют частоты собственных и вынужденных колебаний сопрягаемых деталей машин, смягчают ударные нагрузки и оказывают существенное демпфирующее значение. Поэтому вопросы, связанные с контактным взаимодействием деталей, прежде всего, динамической контактной жесткостью и диссипацией энергии, являются весьма актуальными особенно для точного приборостроения и прецизионного машиностроения и определяют долговечность эксплуатации механизма. Все это имеет огромное значение особенно в упруго-пластической и пластической зонах контактирования.

Целью данной работы является исследование динамического нормального контакта твердых тел с учетом пластических деформаций.

При вычислении сближения шероховатых тел в расчетах обычно принимают, что вершины всех выступов имеют одинаковые радиусы закругления, которые соответствуют способу обработки поверхности и ее параметру шероховатости. Это допущение существенно упрощает задачу, однако она все же остается достаточно трудоемкой, поскольку на реальных шероховатых поверхностях число выступов велико. Между тем кривая опорной поверхности не содержит раздельной информации о радиусе вершин выступов и их числе на каждом уровне, а учитывает эти параметры лишь в интегральной форме. Это

дает основание предположить для описания шероховатой поверхности «одноуровневую» модель, т.е. такую, в которой все выступы имеют одинаковые радиусы и расположены на одном уровне. Кроме этого также предполагается, что:

- одна из сопрягаемых поверхностей является гладкой, а на второй имеются выступы;
- все силы нормальны к номинально плоской поверхности стыка;
- сдвигающие силы на этой поверхности отсутствуют;
- взаимное влияние выступов незначительно;
- номинальные контактирующие поверхности в течение всего периода контакта остаются взаимно параллельными.

Для вычисления полного статического сближения в контакте номинально плоских шероховатых поверхностей используем предложенное И.В. Крагельским и Н.Б. Демкиным [1] уравнение начального участка кривой опорной поверхности:

$$t_p = \frac{A_r}{A_a} = a_k b \left(\frac{\alpha}{R_{\max}} \right)^v, \quad (1)$$

где $A_r = \frac{P}{HK_Y} \left(1 + \frac{\alpha_Y}{2h} \right) = \frac{P}{HK_Y h} (h + 0,5\alpha_Y)$ - фактическая площадь контакта; A_a - номинальная площадь контакта; $a_k = \frac{h + 0,5\alpha_Y}{\alpha}$ - коэффициент, зависящий от характера деформации в контакте; $H = c\sigma_T$ - пластическая твердость;

НОРМАЛЬНЫЕ КОНТАКТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ

C - коэффициент стеснения, характеризующий величину упрочнения материала; σ_T - предел текучести материала; α_V - упругая составляющая абсолютного сближения;

$$h = \frac{R_{\max} P^{\frac{1}{\nu}}}{(A_a b H)^{\frac{1}{\nu}}} - \text{пластическая составляющая}$$

абсолютного сближения; k_V - коэффициент, зависящий от ν [2].

Используя уравнение (1) с учетом A_r ; a_k ; h , получаем сближение в контакте

$$\alpha = \frac{R_{\max} P^{\frac{1}{\nu}}}{(A_a b H)^{\frac{1}{\nu}} K_V^{\frac{1}{\nu-1}}}. \quad (2)$$

Сопоставление результатов расчета полного сближения по формуле (2) с экспериментальными данными показали удовлетворительную сходимость для различных материалов и параметров шероховатости.

Далее в работе реализуем попытку исследования упругопластического контакта нормального направления математическими методиками, путем исследования нелинейного дифференциального уравнения процесса взаимодействия двух твердых тел, поверхность одного из которых имеет шероховатость.

Предлагаемое решение представляет собой развитие метода расчета чисто упругого контактного динамического нагружения и распространяет его на случай, когда в зоне контакта возникает местная пластическая деформация.

Дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + P(x) = 0. \quad (3)$$

При чисто упругом контактном взаимодействии тел сближение α связано с нагрузкой зависимостью Герца

$$P(\delta) = k \delta^{\frac{3}{2}},$$

где k - постоянная, зависящая от радиуса кривизны поверхности и упругих свойств материалов соударяющихся тел [1].

При возникновении пластической деформации указанная зависимость нарушается

следствие этого, зависимость силы от сближения примет следующий вид

$$P = z \cdot x^l. \quad (4)$$

Для получения значений z и l логарифмируем выражение (4). В результате получим

$$\lg P(\alpha) = \lg z + l \lg \alpha. \quad (5)$$

В конце активной стадии динамического нагружения $P(\alpha) = P_0$; $\alpha = \alpha_{\max}$, поэтому $\lg P_0 = \lg z + l \lg \alpha_{\max}$, где α_{\max} определяется по формуле (2).

Чтобы установить вид функциональных зависимостей z и l , задаются произвольными нагрузками P_{0i} и вычисляют отвечающие им величины α_{\max} , а затем находят

$$l = \frac{\lg \frac{P_{0i}}{P_{0i+1}}}{\lg \frac{\alpha_{\max i}}{\alpha_{\max i+1}}},$$

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}.$$

т.е. дифференциальное уравнение движения преобразуется в

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + z \cdot x^l = 0. \quad (6)$$

Рассматриваемая механическая система является нелинейной и обладает значительной диссипацией энергии, поэтому уравнение движения интегрируются при помощи степенных рядов.

Решение его представляется следующим образом:

$$x = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + \dots + a_n t^n. \quad (7)$$

Начальные условия движения: $x|_{t=0} = \alpha$, $V = V_0$, α - сближение в контакте, определяемое по формуле (2).

Период движения состоит из пяти этапов, показанных на рисунке 1. Первый, чет-

вертый и пятый – этапы нагрузки, второй и третий – этапы разгрузки.

Для определения сближения на каждом этапе ограничиваемся суммой первых четы-

рех значащих членов ряда, поскольку последующие, ввиду их малости, не вносят существенных изменений в конечный результат.

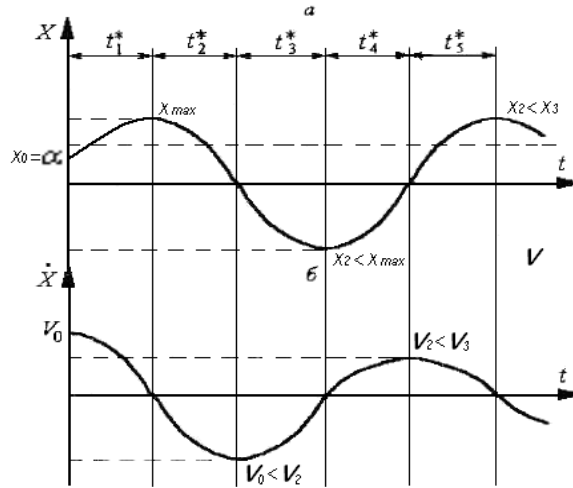


Рисунок 1 - Нормальные контактные колебания: а - изменение сближения от времени процесса; б - изменение скорости от времени процесса

Общее решение уравнения (3) имеет вид:

определяемые по рекуррентным формулам.

$$x = \begin{cases} \bar{a}_0 + \bar{a}_1 t_1 + \bar{a}_2 t_1^2 + \bar{a}_3 t_1^3 + \bar{a}_4 t_1^4, & 0 \leq t_1 \leq t_1^*, \\ \bar{b}_0 + \bar{b}_1 t_2 + \bar{b}_2 t_2^2 + \bar{b}_3 t_2^3 + \bar{b}_4 t_2^4, & 0 \leq t_2 \leq t_2^*, \\ \bar{c}_0 + \bar{c}_1 t_3 + \bar{c}_2 t_3^2 + \bar{c}_3 t_3^3 + \bar{c}_4 t_3^4, & 0 \leq t_3 \leq t_3^*, \\ \bar{d}_0 + \bar{d}_1 t_4 + \bar{d}_2 t_4^2 + \bar{d}_3 t_4^3 + \bar{d}_4 t_4^4, & 0 \leq t_4 \leq t_4^*, \\ \bar{e}_0 + \bar{e}_1 t_5 + \bar{e}_2 t_5^2 + \bar{e}_3 t_5^3 + \bar{e}_4 t_5^4, & 0 \leq t_5 \leq t_5^*. \end{cases} \quad (8)$$

Для определения скорости на каждом этапе берем первую производную от выражения смещения

$$v = \begin{cases} \bar{a}_1 + 2\bar{a}_2 t_1 + 3\bar{a}_3 t_1^2 + 4\bar{a}_4 t_1^3, \\ \bar{b}_1 + 2\bar{b}_2 t_2 + 3\bar{b}_3 t_2^2 + 4\bar{b}_4 t_2^3, \\ \bar{c}_1 + 2\bar{c}_2 t_3 + 3\bar{c}_3 t_3^2 + 4\bar{c}_4 t_3^3, \\ \bar{d}_1 + 2\bar{d}_2 t_4 + 3\bar{d}_3 t_4^2 + 4\bar{d}_4 t_4^3, \\ \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 t_5 + 3\bar{e}_3 t_5^2 + 4\bar{e}_4 t_5^3. \end{cases} \quad (9)$$

где $t_1^* \dots t_4^*$ - длительность движения на каждом этапе; a_n, b_n, c_n, d_n - коэффициенты,

Вывод

Предлагаемый метод определения контактных сближений можно использовать в уточненных инженерных расчетах условно-неподвижных соединений с учетом упруго-пластической деформации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демкин, Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей/ Н.Б. Демкин; - М.: Наука. 1970.— 227 с.
2. Дрозд, М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации/ М.С. Дрозд, М.М. Матлин, Ю.И. Сидякин;— М.: Машиностроение. 1986. –220с.

Максименко А.А., д.т.н., проф., проректор АлтГТУ им. И.И. Ползунова, тел. 8(3852) 36-84-71;
Котенева Н.В., доц. каф. ПРМ АлтГТУ им. И.И. Ползунова, тел. 8-903-958-90-44;
Перфильева А.Д., аспирант, каф. ПРМ АлтГТУ им. И.И. Ползунова.