

СИСТЕМА ТЕПЛОГО ПОЛА В АВТОНОМНЫХ РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИХ ДОМАХ И ОБЪЕКТАХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

А.А. Захаров, В.В. Малых, С.Н. Удалов

В статье проведено теоретическое исследование эффективности различных систем теплого пола для автономного ресурсосберегающего дома и объектов сельскохозяйственного назначения. Предложена новая конструкция с использованием алюминиевого профиля труба - лист для съёма тепловой энергии с рабочих жидкостей.

Ключевые слова: математическая модель, теплый пол, распределение температур, профиль труба - лист.

Введение

Тенденции современного строительства малоэтажных зданий в двадцать первом веке диктуют новые стандарты качества и уровень комфорта для человека. Традиционные подходы в малоэтажном жилье, на базе централизованных сетей, себя не оправдали ввиду большой дороговизны строительства коммуникаций и всё возрастающих эксплуатационных затрат на их содержание. Для решения задачи строительства экологического жилья и сельскохозяйственных объектов созданы интересные архитектурные проекты энергоэффективных домов на базе новых строительных материалов и автономных систем жизнеобеспечения. Приоритетным жилищем для семьи является индивидуальный дом со всеми удобствами. Чтобы построить такой дом, необходимо применить системный подход на первом этапе проектирования. Одним из таких подходов является установка более эффективных конструкций теплого пола.

В статье предложен обзор и анализ существующих конструкций теплого пола, и предложена совершенно новая конструкция.

Формулировка задачи

Система тёплого пола позволяет использовать теплоноситель с температурой 30 - 35 °С, при этом внутри помещений будет поддерживаться комфортная температура в пределах 18 – 22 °С, которая рекомендована медиками для здоровых людей и людей с сердечно – сосудистыми проблемами.

Дальнейшие рассуждения будут проводиться на основе моделей теплого пола в автономном ресурсосберегающем доме, для которых поставлены следующие задачи:

1. Исследовать действующие модели теплого пола с целью дальнейшего эффективного применения их для стран с различным климатом.

2. Предложить новую конструкцию теплого пола с использованием алюминиевого профиля труба – лист для съёма тепловой энергии с рабочих жидкостей.

Конструкции теплого пола

Электрический теплый пол. В настоящий момент на рынке самыми распространенными и популярными среди населения являются электрические теплые полы (рисунк 1), но в данной статье большое внимание уделяться им не будет, так как основной задачей является энергоэффективность, а такие конструкции очень энергоемкие, они потребляют большое количество электроэнергии, что недопустимо в автономных жилых системах. А основная цель исследований таких конструкций это достичь максимальной эффективности применения современных энергосберегающих технологий на единицу площади всего дома. Поэтому далее будут рассмотрены системы без потребления электрической энергии.

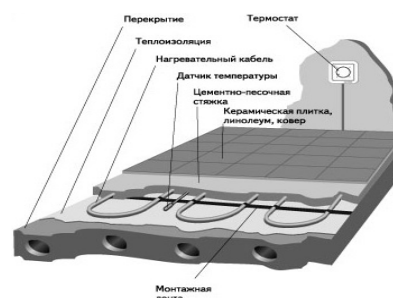


Рисунок 1 – Конструкция электрического теплого пола

Конструкция тёплого пола с воздушной прослойкой (рисунок 2). Конструкция тёплого пола зависит от климатической зоны, в которой находится автономный дом. В зонах с тёплым и умеренным климатом можно использовать упрощенную конструкцию с воздушной прослойкой, которая не обладает аккумулярующим эффектом.

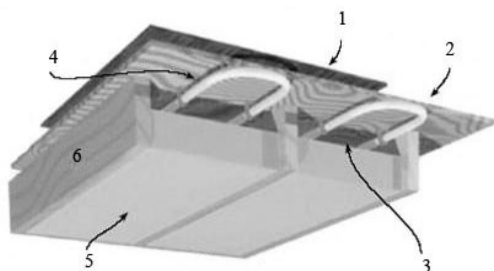


Рисунок 2 – Конструкция тёплого пола с воздушной прослойкой:

1 – напольное покрытие из ламината; 2 – подложка для наката ламината; 3 – воздушная прослойка 7,5 см; 4 – трубы отопления; 5 – теплоизоляционный материал; 6 – деревянный брус

Конструкция тёплого пола в виде блока (рисунок 3). В районах с холодным климатом применяется блочная конструкция, обладающая большой инерционностью, которая позволяет более полно использовать выработанное тепло и повысить энергоэффективность системы отопления дома за счет аккумулярования тепловой энергии.

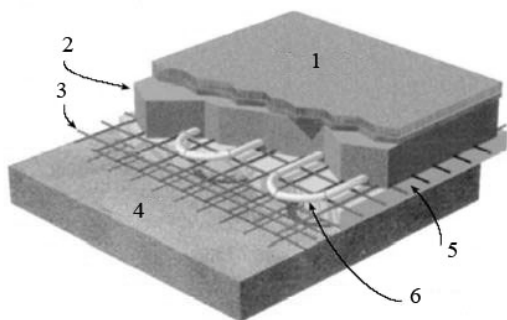


Рисунок 3 – Конструкция тёплого пола в виде блока:

1 – напольное покрытие; 2 – бетон; 3 – сетка из сварной проволоки; 4 – основа из песка; 5 – пенопласт; 6 – трубы отопления

Для более эффективного съема тепловой энергии в конструкции, нагревательные трубы укладываются с оптимальным шагом, при котором теплоотдача пола максимальная (рисунок 4).

Оптимизировать шаг можно при представлении данной конструкции математической моделью.

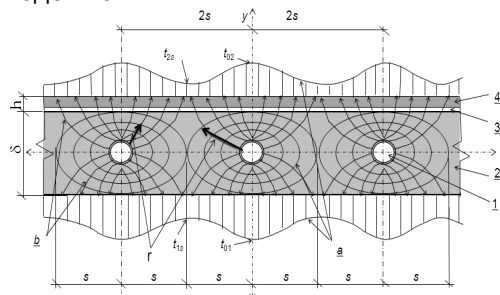


Рисунок 4 – Конструкция напольно-лучистого отопления

Представляем ее общее решение дифференциальным уравнением распределения температуры в панели, выраженным через интеграл Пуассона [1]:

$$\theta(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\xi}^{+\xi} \frac{r^2 - a^2}{r^2 - 2ar \cos(\varphi - \xi) + a^2} f(\xi) d\xi, \quad (1)$$

где r – изменяющийся радиус эллипса, отображающего температурное поле, a – внутренний диаметр условного дополнительного слоя бетона, φ – угол между r и осью OZ , ξ – угол, дополняющий φ до 90° . Из решения интеграла Пуассона получается выражение для вычисления температуры на поверхности плиты:

$$t(r, \varphi) = t_{\text{вн}} + \frac{t_0 - t_{\text{вн}}}{\pi} \arctg \frac{(1 - a^2/r_1^2) \sin \xi_2}{(1 + a^2/r_1^2) \cos \varphi - 2a/r_1 \cos \xi_2}, \quad (2)$$

где r_1 – изменяющийся радиус эллипса, отображающего температурное поле, a – внутренний диаметр условного дополнительного слоя бетона, φ – угол между r_1 и осью OZ , ξ – угол, дополняющий φ до 90° . И далее из уравнения теплового потока, отводимого с поверхности цилиндрической трубы, определяется оптимальный шаг укладки нагревательных труб в плитах перекрытий по формуле:

$$s = \left(r_2 + \frac{\lambda_{\text{б}}}{\alpha_1} \right) \sqrt{\left(\frac{2ch(\lambda_{\text{б}}/k^*)}{1 + \sqrt{ch(2\lambda_{\text{б}}/k^*)}} \right)^2 - 1}, \quad (3)$$

где r_2 – расстояние от центра трубы до поверхности потолка, α_1 – коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности потолка, $\lambda_{\text{б}}$ – коэффициент теплопроводности бетона, k – приведенный коэффициент теплоотдачи, учитывающий пограничное взаимодействие

СИСТЕМА ТЕПЛОГО ПОЛА В АВТОНОМНЫХ РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИХ ДОМАХ И ОБЪЕКТАХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

между полиэтиленовой трубой и бетоном. Из этого выражения следует, что расстояние между греющими трубами зависит от глубины заложения труб r_2 , приведенного коэффициента теплоотдачи k , конвективного коэффициента теплоотдачи на внешней поверхности панели α_1 и коэффициента теплопроводности бетона λ_6 . Такая конструкция теплого пола обладает высокой тепло - инерционностью и достаточно высокими тепловыми потерями, т. к. они рассеиваются в большом количестве в самой конструкции и она не отдает максимальное количество тепла в отапливаемое помещение. Поэтому перейдем к более подробному описанию конструкции, в которой устраняется этот недостаток.

Конструкция тёплого пола с алюминиевыми лист – трубами (рисунок 5). На черновой пол из обрезной доски, в швы между досками, во фрезерованные пазы укладываются греющие алюминиевые трубы. Сверху на дощатый пол с греющими трубами на клей толщиной 4 мм (для кладки газобетонных блоков) монтируются выравнивающие плиты ЦСП толщиной 16 мм, и на плиты укладывается на мастику толщиной 2 мм ламинированный пол толщиной 8 мм. Данная конструкция представлена на рисунке 5. Для съёма тепловой энергии в конструкции тёплого пола используется алюминиевый профиль труба – лист (рисунок 6).

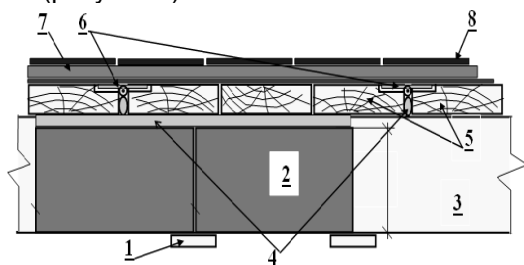


Рисунок 5 – Конструкция тёплого пола с алюминиевой лист – трубой:

1 – деревянная обрешётка; 2 – теплоизоляционные блоки из арболита; 3 – деревянные балки; 4 – пенополиуретановая щелевая теплоизоляция; 5 – черновой пол из досок; 6 – алюминиевые лист – трубы отопления; 7 – цементно – стружечные листы; 8 – листы ламината

Теплоноситель, проходя по трубе, нагревает лист, с которого тепло посредством теплопроводности элементов 7 и 8, а затем конвекцией и излучением передаётся в помещение. Труба укладывается в щель и между деревянными досками и снизу заливается пенополиуретаном. Тепловые потери снизу и с боков трубки почти отсутствуют за счет хо-

рошей теплоизоляции данных материалов, и вся энергия уходит вверх за счет высокого коэффициента теплопроводности материалов.



Рисунок 6 – Фрагмент конструкции труба – лист

Требуется определить тепловой баланс и распределение температуры внутри настила и на поверхности ламинированного покрытия. Математическая модель для расчёта температурного поля принимается плоской двумерной задачей для стационарного режима, которая описывается однородным уравнением Лапласа в декартовых координатах x и y [2]:

$$\frac{\partial T^2(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2(x, y)}{\partial y^2} = 0, \quad (4)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$T(x, y) = (ae^{ny} + be^{-ny})(c \cos nx + d \sin nx). \quad (5)$$

Из условия симметрии по координате x , следует, что коэффициент $d = 0$, тогда уравнение примет вид:

$$T(x, y) = (Ae^{ny} + Be^{-ny}) \cos nx, \quad (6)$$

где $A = a \cdot c$, $B = b \cdot c$. При решении этого уравнения вводится избыточная температура [2]:

$$\theta(x, y) = (T(x, y) - T_{\text{вн}}), \quad (7)$$

И, найдя частную производную по координате y , уравнение преобразуется к виду:

$$\partial \theta(x, y) / \partial y = [A \operatorname{sh}(ny) + B \operatorname{ch}(ny)] n \cos nx. \quad (8)$$

Конструкция тёплого пола является многослойной: это лист ЦСП на цементном клее и лист ламината с мастикой. Разбивается это покрытие на два характерных слоя и вычисляется приведённый коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{пр}}$. Это покрытие изменяется в следующих пределах как видно из рисунка 7:

$$\begin{aligned} -l < x < +l, \\ 0 \leq y \leq \delta, \end{aligned}$$

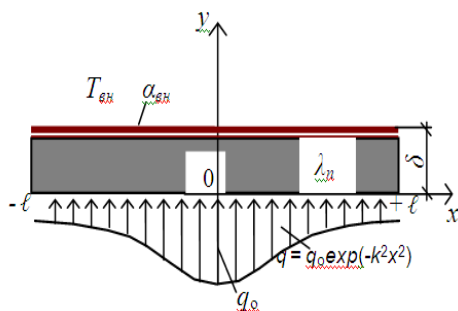


Рисунок 7 – Расчётная схема тёплых полов с греющими трубами (труба-лист)

Граничные условия для теплообмена поверхности пола с воздухом в помещении [1]:

$$-\lambda_{np} \partial T(x, y) / \partial y|_{y=\delta} = \alpha_{вн} (T(x, y)|_{y=\delta} - T_{вн}). \quad (9)$$

И преобразовывая его, через избыточную температуру получаем следующее уравнение:

$$\partial \theta(x, y) / \partial y|_{y=\delta} = -(\alpha_{вн} / \lambda_{np}) (\theta(x, y))|_{y=\delta}. \quad (10)$$

При контакте напольного покрытия с греющими трубами уравнение примет вид:

$$-\lambda_{np} \partial \theta(x, y) / \partial y|_{y=\delta} = q_0 \exp(-k^2 x^2), \quad (11)$$

где k – коэффициент формы функции распределения теплового потока вдоль поверхности лист - труба.

При этом межтрубное пространство, где пересекаются температурные поля, образуемые соседними греющими трубами, принимается:

$$\partial \theta(x, y) / \partial x|_{y=\pm \ell} = 0. \quad (12)$$

И подставляя выражения (7) и (8) в граничное условие (10), получаем:

$$-B = A \frac{n \operatorname{sh}(n\delta) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) ch(n\delta)}{n ch(n\delta) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh(n\delta)}.$$

Тогда уравнение (7) примет вид:

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n ch n(\delta - y) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh n(\delta - y)}{n ch(n\delta) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh(n\delta)} \cos nx. \quad (13)$$

где n – эффективность теплообмена на поверхности внутренней стенки трубы.

Из граничного условия (12) определяют собственные значения по собственным функциям, и бесконечный ряд будет выглядеть следующим образом:

$$\theta(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{(i\pi/\ell) ch[(i\pi/\ell)(\delta - y)] + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh[(i\pi/\ell)(\delta - y)]}{(i\pi/\ell) ch(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)} \cos\left(\frac{i\pi}{\ell} x\right)$$

Таким образом, температурное поле определяется бесконечным рядом Фурье по

четным функциям. Коэффициент A_i определяется из граничного условия (10) [1]:

$$A_i = \frac{2}{i\pi\lambda_{np}} \frac{(i\pi/\ell) ch(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)}{(i\pi/\ell) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} / \lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \int_0^{\ell} q(x) \cos\left(\frac{i\pi}{\ell} x\right) dx$$

Исходя из того, что выполняется неравенство $\delta \ll \ell$, тогда интеграл можно представить в виде:

$$\int_0^{\ell} q(x) \cos\left(\frac{i\pi}{\ell} x\right) dx = q_0 \int_0^{\ell} \exp(-k^2 x^2) \cos\left(\frac{i\pi}{\ell} x\right) dx = q_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2k} \exp\left[-(i\pi/(2k\ell))^2\right]$$

И окончательно уравнение температурного поля примет вид [3]:

$$\frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} = -\frac{q_0 \sqrt{\pi}}{\lambda_{np} k} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i\pi) sh[(i\pi/\ell)(\delta - y)] + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) ch[(i\pi/\ell)(\delta - y)]}{(i\pi) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \cdot \exp\left[-\left(\frac{i\pi}{2k\ell}\right)^2\right] \cos(i\pi/\ell). \quad (14)$$

Наиболее нагретая точка греющего пола соответствует началу координат над трубой. Её температуры представляются в безразмерном виде, и максимальный температурный градиент будет равен:

$$(T_a - T_b) = \frac{q_0 \sqrt{\pi}}{\lambda_{np} k} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i\pi) [ch(i\pi\delta/\ell) - 1] + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)}{(i\pi) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \cdot \exp\left[\left(\frac{i\pi}{2k\ell}\right)^2\right] \frac{1}{i\pi}. \quad (15)$$

Тепловой поток в данной конструкции представлен в виде показательной симметричной функции распределения, и основные параметры, которые необходимо определить, это q_0 и k . Амплитудное значение q_0 представляется пропорционально температурному градиенту, вычисленному над греющей трубой в виде выражения:

$$q_0 = \varepsilon (T_a - T_b). \quad (16)$$

Тогда тепловой поток представляется, преобразуя уравнение (15):

$$\frac{\lambda_{np} k \sqrt{\pi}}{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \frac{(i\pi) [ch(i\pi\delta/\ell) - 1] + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)}{(i\pi) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \exp\left[-\left(\frac{i\pi}{2k\ell}\right)^2\right]$$

Параметр k определяется, решая это нелинейное уравнение, представив его в следующем виде:

$$f'(k) = \frac{\lambda_{np} \sqrt{\pi}}{\psi} \frac{1}{2k} \left(\frac{\pi}{k\ell}\right) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i \frac{(i\pi) [ch(i\pi\delta/\ell) - 1] + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)}{(i\pi) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн} \ell / \lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \exp\left[-\left(\frac{i\pi}{2k\ell}\right)^2\right]$$

Тогда уравнение, решаемое методом итераций, принимает вид:

$$k_{j+1} = k_j - f(k_j) / f'(k_j). \quad (17)$$

Очевидно, что тепловой поток q , передаваемый потоком воды, передаётся по стенкам цилиндрической трубы (рисунок 8) и

**СИСТЕМА ТЕПЛОГО ПОЛА В АВТОНОМНЫХ РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИХ ДОМАХ И
ОБЪЕКТАХ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

подводится к стыку примыкания плоских рёбер греющей трубы.

Тепловой поток рассчитывается по следующему уравнению [1]:

$$q = \alpha_{nom} \pi d (T_{nom} - T_a) \eta_{mp}, \quad (18)$$

где $\eta_{mp} = th(n\pi d/2)/(n\pi d/2)$ – коэффициент эффективности отвода тепла от цилиндрической стенки трубы к месту стыка лист-труба, а $n = \sqrt{\alpha_{nom}/\lambda_{ат} \delta}$.

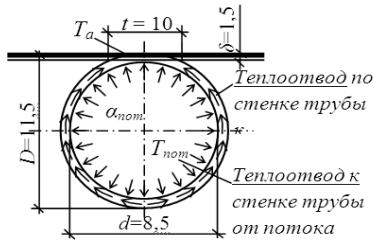


Рисунок 8 – Расчётная схема по теплоотводу в стыке труба-лист

При стационарном режиме количество тепла, переданного трубой - лист верхнему покрытию, определяются тепловым балансом (тепловыми потерями в полу через подстилающий слой пренебрегаем в виду закладки в конструкции эффективной изоляции – пенополиуретана)

$$q_0 = \alpha_{nom} \pi d (T_{nom} - T_a) \eta_{mp} = 2q_0 \int_0^{\infty} \exp(-k^2 x^2) dx,$$

где $l \rightarrow \infty$ – расстояние передачи тепла при аппроксимации теплового потока функцией нормального распределения. Тогда уравнение примет вид:

$$q_0 = \alpha_{nom} k \sqrt{\pi} d (T_{nom} - T_a) \eta_{mp}. \quad (19)$$

И, решая совместно уравнения (14) и (19), исключается температура T_a , тогда получается выражение, связывающее градиенты $(T_{nom} - T_{вн})$ и q_0 между собой. Далее находится коэффициент пропорциональности ε из уравнения (16) и затем определяем новое значение k из итерационного уравнения (17).

Коэффициент теплоотдачи $\alpha_{пот}$ в случае турбулентного потока внутри гладких труб определяется при $1 \cdot 10^4 < Re_{nom} < 5 \cdot 10^6$ и $0,6 < Pr < 2500$ и вычисляется по известной формуле М. А. Михеева [1]:

$$Nu_{nom} = 0,021 Re_{nom}^{0,8} Pr_{nom}^{0,43} (Pr_{nom}/Pr_{cm})^{0,25}. \quad (20)$$

В первом приближении в этой формуле выражение в скобках равно единице, тогда коэффициент теплоотдачи будет равен:

$$\alpha_{nom} = Nu_{nom} \lambda_6 / d. \quad (21)$$

Далее определяются безразмерные числа Рейнольдса и Прандтля, и периметр смоченного сечения трубы. И теперь требуется определить при какой толщине δ будет оптимальная толщина покрытия, которой соответствует минимальный градиент, определяемый из уравнения (14). При изменении толщины покрытия δ над греющими трубами температурный градиент $(T_a - T_b)$ может меняться не монотонно, а достигать экстремума. Вводим безразмерный параметр $\bar{\delta}_i = i\pi\delta/l$, и получается:

$$(\lambda_{np}/\delta)(T_a - T_b) = \sqrt{\pi} \frac{q_0/k\ell}{\delta/\ell}.$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(i\pi) [ch(i\pi\delta/\ell) - 1] + (\alpha_{вн}\ell/\lambda_{np}) sh(i\pi\delta/\ell)}{(i\pi) sh(i\pi\delta/\ell) + (\alpha_{вн}\ell/\lambda_{np}) ch(i\pi\delta/\ell)} \exp\left[-\left(\frac{i\pi}{2k\ell}\right)^2\right] \frac{1}{i\pi}.$$

И после преобразований данного уравнения получаем нелинейное уравнение для оптимальной толщины верхнего покрытия δ :

$$f(\bar{\delta}_i) = (\bar{\delta}_i - i\pi\lambda_{np}/\alpha_{вн}\ell) + (1 - sh\bar{\delta}_i)/(ch\bar{\delta}_i) = 0.$$

Если принять, что при $l \rightarrow \infty$, $\bar{\delta}_i \approx 0$, тогда из этого выражения следует оптимальная толщина покрытия:

$$\delta = \lambda_{np} / \alpha_{вн}. \quad (22)$$

Тепловой поток, отводимый от греющей конструкции – труба - лист, определяется по формуле (18), а температура T_a из выражения (14), в которое подставляем толщину δ , определяемую по формуле (22), тогда уравнение примет вид:

$$T_a = T_{вн} + \frac{q_0 \sqrt{\pi}}{\lambda_{np} k}. \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{\delta}_i ch \bar{\delta}_i + sh \bar{\delta}_i}{\bar{\delta}_i sh \bar{\delta}_i + ch \bar{\delta}_i} \frac{\exp\left[-\left(\frac{(\bar{\delta}_i \alpha_{вн}) / (2\lambda_{np} k)}{i\pi}\right)^2\right]}{i\pi}.$$

Вычисляя все необходимые параметры данной модели, можно оценить съём тепла с использованием данной конструкции.

Заключение

В статье рассмотрены основные конструкции теплого пола. Указаны их достоинства и недостатки. Предложена новая конструкция теплого пола с использованием алюминиевого профиля труба – лист. В дальнейшем бу-

ЗАХАРОВ А.А., МАЛЫХ В.В., УДАЛОВ С.Н.

дет произведен анализ и сравнение данной конструкции с действующими моделями теплового пола.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зарубин, В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности / В.С. Зарубин. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 326 с.
2. Арнольд, Л.В. Техническая термодинамика и теплопередача / Л.В. Арнольд. – М.: Высш. школа, 1979. – 446 с.
3. Блох, А.Г. Теплообмен излучение: Справочник / А.Г. Блох. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 432 с.
4. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 387 с.

5. Двайт, Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт; пер. с англ. Н.В. Леви. – М.: Наука, 1977. – 228 с.

6. Корн, Г.А. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г.А. Корн, Т.М. Корн. – М.: Наука, 1977. – 345 с.

Захаров А.А., магистрант первого года обучения, Новосибирский технический университет, E-mail: PhARAON13@mail.ru;

Малых В.В., тех. дир., ООО «СибЭкоДом-Строй», тел. 8(383) 203-81-10, E-mail: Malych58@mail.ru;

Удалов С.Н., к.т.н., доц., Новосибирский государственный технический университет, тел. 8(383) 346-08-43, E-mail: Unelli47@cn.ru.