В.А. Рыбаков

В статье рассматриваются вопросы массового обслуживания электрических двигателей. Проведен анализ различных систем массового обслуживания, указаны их достоинства и недостатки. Определены возможности применения различных систем обслуживания с точки зрения сложности и точности. Показан пример составления уравнений, описывающих потоки выходов из строя и восстановления электрических двигателей.

Ключевые слова: электрические двигатели, система массового обслуживания, интенсивность потока событий, техническое обслуживание.

Как показали результаты исследований, выполненных в России и за рубежом, существует достаточно большое количество теоретических подходов к управлению системами массового обслуживания от использования простейших эмпирических формул до применения математического аппарата теории случайных функций и разработки дорогостоящих программных продуктов, осуществляющих различные виды планирования.

Вслед за развитием математической теории массового обслуживания, постоянно совершенствовались и методы планирования сроков и объемов ремонта электрооборудования. Так, в СССР исследования, посвященные управлению СМО, благодаря работам И.Н. Коваленко, А.Я. Хинчина, Б. В. Гнеденко и их коллег [1,2,3], активно проводились в 50 – 60-е гг. прошлого века.

Правила прохождения вышедшего из строя ЭО по всем элементам системы ремонта в зависимости от его текущего состояния, лежащие в основе методов планирования ремонтных работ, в теории массового обслуживания принято называть управляемыми дисциплинами обслуживания (УДО). Другими словами, все методы планирования сроков и объемов ремонта различаются входящими в их состав УДО.

Существующие УДО можно декомпозировать на две большие группы [3]: аналитические управляемые дисциплины обслуживания (УДОА), к которым относятся дисциплины, представляющие собой некоторые аналитические выражения (приоритетные функции), вычисляемые в процессе изменения состояния системы, и табличные (УДОТ), представленные в виде массивов управле-

ний, в которых каждому состоянию системы ставится в соответствие оптимальное (для данного состояния) управление, определяющее текущее местоположение вышедшего из строя оборудования и режимы его ремонта. Данные массивы синтезируются численным путем и используются для оперативного управления процессом обслуживания заявок в системе.

Рассмотрим более подробно правила обслуживания электрооборудования с линейным характером потерь от пребывания в системе его ремонта. В частности, дисциплина обслуживания Шраге (в зарубежных источниках – дисциплина SRPT (the shortest remaining processing time discipline)) формулируется следующим образом: высший приоритет в обслуживании предоставляется заявке с минимальным временем дообслуживания [4]. При этом в работе [5] однолинейная управляемая система массового обслуживания (УСМО) с неограниченным числом мест для ожидания вышедших из строя технических элементов и произвольными входящими потоками ремонтных заявок рассматривается при следующих допущениях: момент поступления заявок не зависят от дисциплины обслуживания; длительность обслуживания определяется в момент прихода заявок; потери, связанные с прерываниями обслуживания, отсутствуют; отказы в обслуживании запрещены.

В [6] доказывается, что дисциплина Шраге является оптимальной с точки зрения минимизации времени пребывания или ожидания заявки, а также среднего числа заявок в системе ремонта или очереди. При более общих допущениях аналогичный вывод сделан в [7], когда ресурсы прибора обслужива-

ния могут распределяться некоторым образом между несколькими одновременно обслуживаемыми заявками. Более детально дисциплина обслуживания Шраге изучалась в [8,9] в предположении, что входящие потоки заявок — простейшие и выполняется условие стационарности процесса обслуживания (коэффициент загрузки прибора

$$\rho = \lambda \int_{0}^{\infty} x dB(x) < 1,$$
 где x – интенсивность

входящего потока; B(x) — функция распределения времени обслуживания). В [10] получены преобразования Лапласа — Стильтьеса функций распределения времен ожидания и пребывания заявок в системе, а также формулы для вычисления первых двух моментов этих величин. Так, среднее время пребывания заявки в системе определяется согласно следующему выражению

$$V = \int_{0}^{\infty} \frac{\int_{0}^{x} y(1 - B(y))dy}{x^{2}(1 - \lambda \int_{0}^{x} ydB(y))} dx.$$
 (1)

В [11] обозначены границы, в которых может изменяться среднее время пребывания заявки в системе ремонта при фиксированной средней длительности обслуживания. Показано, что при дисциплине обслуживания Шраге максимальное среднее время пребывания получается при постоянном времени обслуживания. В [12] найдена формула для расчета среднего числа заявок в очереди при использовании дисциплины Шраге и при отсутствии допущения о непрерывности функции B(x).

Значительным ограничением для практического использования дисциплины Шраге является допущение о наличии полной и достоверной информации о длительностях обслуживания или дообслуживания всех устройств, находящихся в системе ремонта, что далеко не всегда бывает в условиях реального сельскохозяйственного производства. Поэтому представляет интерес рассмотрение общего случая, когда известны лишь распределения длительностей обслуживания заявок в ремонтной системе. В [13] изучалась СМО типа M / G / $^{\infty}$ со следующей дисциплиной обслуживания: каждой поступившей заявке соответствует некоторый приоритет $\xi \geq 0$ являющийся случайной величиной и распределенный по закону $F(x) = P(\xi < x)$.

В данном случае, продолжительность обслуживания заявки приоритета х распределена по закону $G_x(y)$: первой обслуживается заявка минимального приоритета, причем прерывания обслуживания не допускаются. В [14] найдены стационарное распределение времени ожидания начала обслуживания заявки приоритета x и распределение числа заявок в момент t в рассматриваемой системе. Показано, что в случае непрерывных приоритетов, минимальное значение стационарной средней очереди получается, если приоритеты расположены в порядке возрастания средних длительностей обслуживания. В [15] обозначены границы изменения стационарного времени ожидания начала обслуживания при фиксированных первых двух моментах длительности обслуживания и распределения, на которых эти границы достигаются.

Описанные аналитические управляемые дисциплины обслуживания минимизируют потери (среднюю длину очереди, среднее время пребывания или ожидания) в УСМО с однотипными заявками. Однако многим реальным системам свойственно обслуживание заявок нескольких типов, характеризующихся различными значениями убытков от ожидания. Вопросам анализа и синтеза УДОА в таких системах с простейшими входящими потоками заявок с одной линией обслуживания и неограниченным числом мест для ожидания посвящены работы [15,16].

Задача синтеза УДОА, минимизирующей в классе динамических приоритетов следующий критерий качества, решена в [3]

$$L = \lim_{T \to \infty} M \frac{1}{T} \sum_{\alpha} a_{i_{\varphi}} t_{\varphi} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i} a_{i} v_{i}, \quad (2)$$

где M — математическое ожидание; T — длительность наблюдения; t_{φ} — время пребывания заявки в системе; λ_i — интенсивность входящего потока заявок i-го типа; ν_i — среднее время пребывания в системе заявки данного типа; $a_{i_{\varphi}}$ — убытки от пребывания в системе в течение единицы времени заявки t_{φ} -го типа, поступившей φ -й по порядку; N — число типов заявок.

Там же показано, что при отсутствии прерываний в обслуживании оптимальная УДОА совпадает с постоянными относительными приоритетами. Причем высший приоритет должен предоставляться заявке с максимальным отношением a_i/b_i , где b_i — среднее время обслуживания заявки i-го типа. При этом ограничения на вид распределений дли-

тельностей обслуживания заявок не накладываются.

Аналогичная система рассматривалась в [2, 4, 9], однако времена обслуживания заявок имели показательные распределения, при этом снимался запрет на прерывания обслуживания. Показано, что оптимальными в классе динамических приоритетов являются постоянные абсолютные приоритеты с предоставлением высшего приоритета заявке с максимальным значением a_iu_i , где u_i интенсивность обслуживания заявки i-го типа. Таким образом, как в данном, так и предыдущем случаях наличие информации о числе заявок в системе не приводило к улучшению качества ее функционирования.

Одноканальная УСМО с неограниченной очередью, на вход которой поступают N простейших потоков заявок с интенсивностями λ_i , штрафами a_i и детерминированными длительностями обслуживания τ_i , изучалась в [10]. При этом ставилась задача синтезировать УДОА, минимизирующую (3.2). Показано, что правило выбора на обслуживание заявки с максимальным $a_i/\Delta \tau_i$, где $\Delta \tau_i$ — время дообслуживания заявки i-го типа, является оптимальным в достаточно широком классе дисциплин, включающих абсолютные и относительные приоритеты. Отметим, что при $a_i = a \forall i$ описанная УДОА совпадает с дисциплиной обслуживания Шраге.

Таким образом, особенностью аналитических управляемых дисциплин обслуживания является ограниченность областей их возможного применения. Так, все описанные выше УДОА могут использоваться лишь на одноканальных УСМО. Причем для дисциплины Шраге делается предположение об однородности всех заявок (одинаковых убытков от ожидания) и отсутствии отказов в их обслуживании, для дисциплины Климова - о простейших входящих потоках заявок, а также об отсутствии отказов. Все эти ограничения сужают области возможного применения УДОА, что, наряду с отсутствием универсальных методов их синтеза, является существенным недостатком, не позволяющим широко использовать их в системах различного назначения.

В свою очередь, табличные управляемые дисциплины обслуживания лишены недостатков, свойственных УДОА. Во многих практически важных случаях имеются все необходимые предпосылки для разработки универсальных инженерных методик синтеза УДОТ, основанных на численных методах 114

математического программирования, которые ориентированы на широкие классы УСМО. Однако здесь присутствуют сложности, заключающиеся, прежде всего, в трудоемкости синтеза УДОТ для систем с большим числом состояний. Более того, для полумарковских и немарковских моделей УСМО, адекватно описывающих многие реальные процессы массового обслуживания заявок, поиск оптимальной УДОТ (в широком смысле слова) теоретически возможен лишь при неограниченном числе фазовых состояний системы. Поэтому с целью практического решения задачи синтеза УДОТ ее ставят следующим образом: необходимо синтезировать такую управляемую дисциплину, которая минимизировала бы потери в системе при заданных ограничениях на число ее состояний *N*. Здесь величина N выступает в качестве управляющего параметра процесса синтеза, причем разработчик, задаваясь ограничениями на процесс функционирования системы, должен иметь возможность управлять числом ее состояний, а, следовательно, и трудоемкостью синтеза УДОТ.

Проведенный анализ показал, что синтез оптимальной УДОТ возможен лишь в исключительных случаях (например, для марковских УСМО 1-го класса). Это связано с тем, что для полного описания фазового состояния системы необходимо указывать времена текущего обслуживания частично обслуженных заявок, интервалы времени с моментов поступления последних заявок до момента наблюдения и, в ряде случаев, времена текущего пребывания заявок в системе [329]. Это приводит к появлению непрерывных компонентов в векторе текущего состояния УСМО, следствием чего является бесконечное число фазовых состояний системы. Поэтому обычно решают задачу синтеза не оптимальной, а квазиоптимальной УДОТ, наложив ряд ограничений на процесс функционирования УСМО и параметры управления и, тем самым, ограничив число состояний сис-

Более того, анализ методов исследования полумарковских и немарковских моделей УСМО 1-го и 2-го классов, основанных на сведении их к марковским моделям с помощью методов дополнительных переменных и гиперэрланговской аппроксимации [17], показал их несостоятельность. Такой подход приводит к резкому расширению пространства состояний, нахождению приближенных решений, которые, в ряде случаев, далеки от оптимальных, и к невозможности управления

трудоемкостью процессов синтеза путем изменения числа состояний УСМО, что делает применение данных систем не универсальным.

В [18], что после проведения комплекса мероприятий по диагностике возникает возможность определения интенсивностей выходов из строя электродвигателей не на основе статистики отказов, которая может оказаться неточной, отсутствующей или сильно отличающейся от будущей статистики расчетного периода, а на основе объективного прогноза их остаточного ресурса. Построенные планы ремонтных мероприятий при данном подходе в большей степени точны и адет. е. необходимость использования кватны, современных методов диагностики и прогнозирования технического состояния электродвигателей для определения требуемых показателей систем массового обслуживания очевидна. Кроме того, данное определение показателей СМО предполагает исследование и обоснование входных параметров модели надежности электрических двигателей (ЭД); выбор закона распределения времени нахождения единичного двигателя в различных состояниях, а также закона распределения и длительностей ожидания ремонта: определение математического ожидания и дисперсии числа электродвигателей при известных интенсивностях их выхода из строя и восстановления.

Таким образом, приступая к исследованию системы организации ремонта электродвигателей, определим, прежде всего, входные параметры создаваемой модели надежности ЭД. При этом целью разработки данной математической модели является оптимальное управление этими параметрами, обеспечивающее глобальный минимум функционала потерь, который синтезируется как на процесс функционирования УСМО, так и на объем информации о ее текущем состоянии и поведении в прошлом.

В проведенном исследовании в качестве входных параметров модели, влияющих на исследуемый объект, при анализе процессов выхода из строя и восстановления электрооборудования в сельском хозяйстве были рассмотрены: количество электрических двигателей, используемых хозяйством; количество линий обслуживания (число ремонтных бригад с соответствующим оборудованием, работающих как в данном хозяйстве, так и являющихся сторонней организацией); интенсивность потока отказов (количество отказов в единицу времени, определяемое на ос-

нове результатов диагностики); интенсивность ремонта электродвигателей (количество двигателей, отремонтированных в единицу времени); стоимость ремонта каждого электродвигателя; убытки от простоя производственных мощностей в результате выхода электродвигателей из строя; прибыль, приносимая каждым двигателем.

Как показал анализ, синтез оптимального управления для применяемой на сельхозпредприятии системы массового обслуживания практически невозможен. Объясняется это тем, что для полного описания фазового состояния УСМО необходимо указывать время текущего обслуживания частично отремонтированных электродвигателей, интервалы времени с моментов последних отказов из рекуррентных потоков до момента наблюдения и время текущего пребывания заявок в системе [19]. Это, в свою очередь, приводит к появлению непрерывных компонентов в векторе текущего состояния УСМО, следствием чего является бесконечное число состояний системы. Поэтому для данного случая удобнее решать задачу синтеза не оптимальной, а квазиоптимальной системы управления с наложением некоторых ограничений на процесс функционирования УСМО, ограничив тем самым число состояний системы.

Кроме того, специфика УСМО в АПК самостоятельно накладывает ряд ограничений: потоки выходов из строя и восстановления для данной системы можно считать пуассоновскими; при начале отсчета анализируемого периода можно пренебречь прошедшим временем обслуживания ранее вышедших из строя электродвигателей; количество двигателей и линий обслуживания не может быть бесконечным.

Таким образом, для себя сельскохозяйственное предприятие выбирает один из следующих способов организации ремонта электрооборудования:

- 1) ремонт электрических двигателей сторонними организациями;
- 2) создание собственной ремонтной базы.

В первом случае отличительными особенностями функционирования системы является то, что ремонтная база состоит из ограниченного числа *п* ремонтных линий; каждая линия способна обслуживать одновременно только один двигатель (вышедший из строя ЭД, застав все обслуживающие линии занятыми, становится в очередь и находится в ней, пока одна из линий не освободится). В случае, когда вышедший из строя электро-

двигатель застает хотя бы одну свободную линию ремонта, он подлежит немедленному обслуживанию.

Данная система считается работоспособной при условии поступления в нее пуассоновского потока ремонтных заявок. Поток требований неограничен по своим возможностям, однако его плотность λ имеет конечное значение. Для каждого электродвигателя время ремонта $t_{oбc}$ является случайной величиной, которая подчиняется показательному закону распределения с параметром μ . Все линии ремонта обладают одинаковой производительностью. За основные показатели работы системы (выходные параметры разрабатываемой модели) приняты: вероятность того, что все линии обслуживания свободны или заняты, математическое ожидание длины очереди, коэффициенты занятости или простоя линий обслуживания.

При втором способе организации ремонта, когда система обслуживания является замкнутой, отремонтированные электродвигатели возвращаются в источник требований и пополняют его [2]. При этом основные расчетные показатели данной системы аналогичны предыдущему случаю. Кроме того заметим, что при определении рассматриваемых показателей работы системы необходимо помнить, что ряд двигателей в сельском хозяйстве может иметь приоритет в обслуживании, а также возможна взаимопомощь между ремонтными бригадами.

С помощью системы уравнений Колмагорова можно определить следующие показатели эксплуатации электрических двигателей: закон распределения времени нахождения единичного двигателя в различных состояниях; математическое ожидание и дисперсия числа электродвигателей при известных интенсивностях их выхода из строя и восстановления. При этом процесс эксплуатации ЭД на сельхозпредприятии рассмотрим как марковский процесс «гибели и размножения» с непрерывным временем [6].

Предположим имеется электрический двигатель, который может находиться в одном из двух состояний: S_1 – двигатель исправен (работает); S_2 – двигатель неисправен (находится в ремонте или ожидает замены на аналогичный). При этом на ЭД, находящийся в состоянии S_1 , действует поток отказов с интенсивностью $\lambda(t)$, переводящий его в состояние S_2 , а на двигатель в состоянии S_2 действует поток восстановлений с интенсивностью $\mu(t)$. Оба потока пуассоновские, независимые [7].

Для данной системы уравнения Колмогорова имеют вид:

$$dp_{1}(t)/dt = p_{2}(t)\mu(t) - p_{1}(t)\lambda(t);$$

$$dp_{2}(t)/dt = p_{1}(t)\lambda(t) - p_{2}(t)\mu(t), \quad (3)$$

где $p_1(t)$ и $p_2(t)$ — вероятности нахождения двигателя в состояниях S_1 и S_2 соответственно ($p_1(0)=1$, т. к. двигатель исправен в начальный момент времени).

При произвольных зависимостях $\mu(t)$ и $\lambda(t)$ вычисление $p_1(t)$ достаточно трудоемко. Численный метод решения уравнения (3) на ЭВМ оказывается более простым [9]. Если принять допущение, что финансовое положение хозяйства стабильно и средства на ремонт распределены в течение года равномерно, а качество ремонта не зависит от времени, то можно рассмотреть частный случай, когда интенсивности $\mu(t)$ и $\lambda(t)$ не зависят от времени

$$\mu(t) = \mu = \text{const}, \lambda(t) = \lambda = \text{const}.$$

Решение данной системы уравнений приведено в [18]. Показаны методы нахождения длительности ожидания ремонтов при различных видах организации ремонтной базы. Выведен универсальный критерий, позволяющий определять эффективность функционирования системы ремонта любом предприятии АПК.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Коваленко, И.Н. Теория массового обслуживания применительно к задачам производств [Текст] / И. Н. Коваленко. М.: Высш. шк., 1995. 245 с.
- 2. Хинчин, А.Я. Теория массового обслуживания [Текст] / А.Я. Хинчин. М.: Высш. шк., 2001. 481 с.
- 3. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей [Текст] / Б. В. Гнеденко. Изд. 6-е, перераб. и доп. М.: Наука, 1988. 446 с.
- 4. Назаров, А. А. Управляемые системы массового обслуживания [Текст] / А. А. Назаров. Томск : Изд-во Том. ун-та, 1984. 234 с.
- 5. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей [Текст] / Б. В. Гнеденко. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1988. – 446 с.
- 6. Правоторова, Н.А. К определению оптимальной системы массового обслуживания в системе с разнотипными конечными источниками [Текст] / Н.А. Правоторова // Теория и средства автоматики. 1986. № 6. С. 95-97.
- 7. Преображенская, А. М. Об одном способе нахождения оптимального управления марковским процессом с большим числом состояний [Текст] / А. М. Преображенская // Динамика систем. Горький. Изд-во горько. ун-та, 1976. Вып. 9. С. 164-168.

- 8. Преображенская, А.М. Исследование оптимальных алгоритмов управления системами массового обслуживания с двумя и тремя конфликтными потоками заявок [Текст] / А. М. Преображенская, З. Г. Павлюченок. Горький: Изд-во горько. ун-та, 1982. 32 с.
- 9. Бронштейн, А.Г. Об одной управляемой системе обслуживания [Текст] / А.Г. Бронштейн, Е.Б. Беклеров // Известия Ан СССР. Техн. кибернетика. 1976. № 5. С. 101-105.
- 10. Артемян, Г.Л. Исследование влияния эксплуатационных факторов на виброактивность двигателей малой мощности [Текст] / Г.Л. Артемян // Электротехника. 1993. № 2. С. 42.
- 11. Хейер, Х. Вероятностные меры на локально компактных группах [Текст] / Х. Херберт; пер. с англ. В.Г. Миранцева, С. А. Молчанова и В.В. Ульянова под ред. В. В. Сазонова. – М.: Мир, 1981. – 701 с.
- 12. Саати, Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения [Текст] / Т.Л. Саати. М.: Советское радио, 1965. 410 с.
- 13. Печинкин, А.В. Система с дисциплиной обслуживания первым наикратчайшего требования без прерывания обслуживания [Текст] / А.В. Печинкин, А. Д. Соловьев // Автоматика и телемеханика. 1985. № 2. С. 87-93.
- 14. Бурлаков, М.В. Адаптивное обслуживание заявок с зависящими от времени пребывания ценами потерь [Текст] / М.В. Бурлаков // Адаптив-

- ные системы автоматического управления. 1985. Вып. 13. С. 98-101.
- 15. Бурлаков, М.В. Ситуационное управление в системах массового обслуживания с нелинейно зависящими от времени пребывания критериями качества [Текст] /М.В. Бурлаков // Там же. 1988. Вып. 16. С. 128-133.
- 16. Мова, М. В. Организация приоритетного обслуживания в АСУ [Текст] / М. В. Мова, Л. А. Пономаренко, А. М. Калиновский. Киев: Техніка, 1997. 160 с.
- 17. Жалдак, М.И. Теория вероятностей с элементами информатики [Текст] / М.И. Жалдак; под общ. ред. М.И. Ядренко. Киев: Выща шк., 1989. 261 с.
- 18. Рыбаков, В.А. Разработка методики планирования ремонта электродвигателей в сельском хозяйстве на основе математического моделирования их жизненного цикла [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.02 / В. А. Рыбаков. Барнаул, 2007. 168 с.
- 19. Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания [Текст] / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. М.: Высш. шк., 1966. 425 с.

Рыбаков В.А., к.т.н., старший преподаватель, кафедра «Электроснабжение промышленных предприятий», АлтГТУ им. И.И. Ползунова, тел.: 8(3852) 29-07-76,

E-mail: valera2281@yandex.ru