

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ТОЧЕНИИ МЕТАЛЛОВ

С.Л. Леонов, Е.Б. Белов

Приведена математическая модель для прогнозирования установившихся автоколебаний при точении металлов. Модель позволяет определять амплитуду и частоту колебаний, вызываемых координатной связью и нелинейностью силы резания.

Ключевые слова: точение, установившиеся автоколебания, гармоники

В настоящее время установлено [1], что при резании металлов наблюдаются два вида колебаний: вынужденные колебания, вызываемые периодически действующими внешними силами, и автоколебания, которые не зависят от действия внешних сил. Причины появления вынужденных колебаний наиболее ясны и потому сравнительно легко устранимы. Появление автоколебаний не связано с какой-либо внешней периодической силой, они являются самовозбуждающимися колебаниями. В связи с этим необходимо уделить большое внимание изучению и умению управлять автоколебаниями, умению прогнозировать их появление еще на этапе проектирования технологических процессов механической обработки деталей. Умение управлять автоколебаниями в процессе обработки резанием является актуальной задачей при обеспечении заданной точности и производительности, а также при создании экономически оправданных технологических процессов обработки деталей.

Повышение требований к геометрическим параметрам качества обработанных поверхностей приводит к необходимости прогнозировать наличие и величину колебательных явлений при механической обработке.

Основными источниками возникновения автоколебаний при точении являются координатная связь и падающая нелинейная зависимость силы от скорости резания [1]. Координатная связь проявляется в том, что в общем случае под действием приложенной силы вершина резца стремится сместиться не только в направлении вектора силы, но и в ортогональном направлении. Это происходит из-за того, что жесткость инструментального узла различна по разным направлениям, т.е. существуют главные оси жесткости (оси V_1 и V_2), которые обычно не совпадают с

координатными осями станка. На рисунке 1 приведена расчетная схема для математического описания колебательной системы.

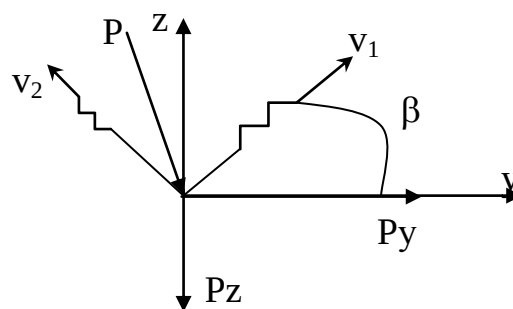


Рисунок 1 - Расчетная схема для описания колебаний

Рассмотрим одномассовую систему, в которой происходят колебания только одного элемента - токарного резца - вдоль главных осей V_1 и V_2 . Тогда уравнение движения представляет собой систему двух нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{V}_1 + G_1 \dot{V}_1 + C_1 V_1 = P_y(V_\phi; t_\phi) \cdot \cos \beta - P_z(V_\phi; t_\phi) \cdot \sin \beta = P_1(V_\phi; t_\phi); \\ m_2 \ddot{V}_2 + G_2 \dot{V}_2 + C_2 V_2 = -P_y(V_\phi; t_\phi) \cdot \sin \beta - P_z(V_\phi; t_\phi) \cdot \cos \beta = P_2(V_\phi; t_\phi) \end{cases} \quad (1)$$

где: m_1 ; m_2 , G_1 , G_2 , C_1 , C_2 — соответственно, приведенные массы резца, коэффициенты демпфирования и жесткости по осям V_1 ; V_2 ;
 V_ϕ — фактическая скорость резания;
 t_ϕ — фактическая глубина резания.

Ранее проведенными исследованиями были получены формулы для расчета тангенциальной и нормальной составляющих силы резания (1). Аналитическое выражение

для расчета составляющей P_z , полученное аппроксимацией экспериментальных данных методом наименьших квадратов, для стали 40X [3] имеет вид:

$$P_z = K_t \cdot K_0 \cdot \left(\frac{a \cdot V \cdot k_1 + b \cdot k_2}{V^2 + f \cdot V \cdot k_5 + g \cdot k_6} + \frac{c \cdot k_3}{V} + d \cdot k_4 \right) \quad (2)$$

$$K_0 = (1.099 - 0.00166 \cdot \varphi); K_t = 0.307 \cdot t^{0.852}$$

$$\begin{cases} a = 1998.6 \cdot S^{-0.172} \\ b = -43092 \cdot S^{-0.5179} \\ c = 2601.3 \cdot S^{0.8343} \\ d = 596.87 \cdot S^{0.9812} \\ f = -33.5 \cdot S^{-0.95} \\ g = 354 \cdot S^{-1.98} \end{cases} \begin{cases} k_1 = 1.0756 \cdot e^{-0.00729\gamma} \\ k_2 = 0.937 \cdot e^{0.00649\gamma} \\ k_3 = 1.7054 \cdot e^{-0.0534\gamma} \\ k_4 = 1.066 \cdot e^{-0.00639\gamma} \\ k_5 = 0.583 \cdot e^{0.054\gamma} \\ k_6 = 0.3816 \cdot e^{0.09634\gamma} \end{cases}$$

Аналогичное выражение получено и для составляющей P_y .

Выражения (1) и (2) позволяет описать устойчивость системы на различных участках зависимости силы от скорости резания (Рис. 2). В частности при решении уравнения (1) можно сделать вывод, что технологическая система резец - деталь может терять устойчивость на падающем участке, т.е. появляются автоколебания.

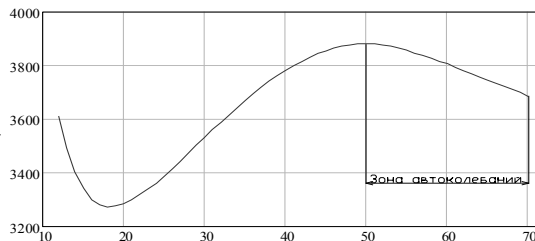


Рисунок 2 - Изменение составляющей силы резания P_z в зависимости от скорости резания V , при обработке стали 40X, $t=4$ мм, $S=0.49$ мм/об

Для расчета автоколебаний необходимо численными методами решать дифференциальное уравнение (1) при силе, полученной по формуле (2). Начальные условия для уравнения (1) можно выбирать произвольно, но для получения установившихся автоколебаний необходимо задаваться достаточно большим временем, что значительно увеличивает продолжительность расчета. Особенно это важно при колебаниях на границе устойчивости, когда колебания устанавливаются медленно. На рис. 3 приведен пример расчета фазового портрета при расчете установившегося движения.

Время расчета переходного процесса (решение дифференциальных уравнений) на современной вычислительной технике составляет десятки минут. При этом реальное время обработки, за которое колебания устанавливаются обычно не превышает 1 секунды.

Известно, что дифференциальные уравнения второго порядка обладают фильтрующими свойствами и даже при нелинейности силы резания колебания описываются законом, близким к моногармоническому по каждой из осей. Это подтверждается также и примерами расчетов (рис. 3). Учитывая это, нами разработан алгоритм получения первой гармоники установившихся колебаний, который позволяет исключить из расчетов переходной процесс и значительно сократить время решения.

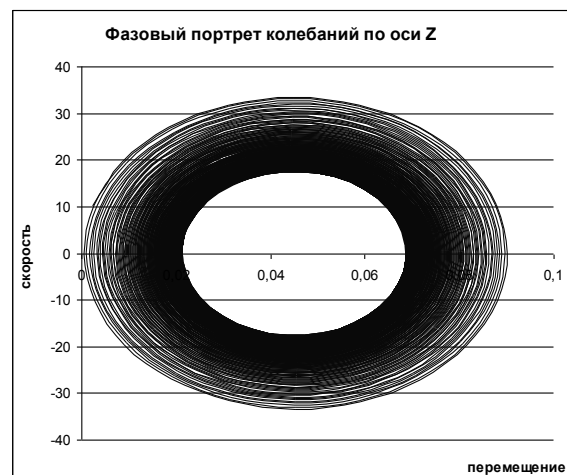


Рисунок 3 - Фазовый портрет колебаний при скорости резания $V = 100$ м/мин

Полагаем колебания по соответствующим осям моногармоническими с различными частотами:

$$\begin{aligned} V_1 &= A_1 \sin \omega_1 \tau + V_{10}; & V_2 &= A_2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi) + V_{20}; \\ \dot{V}_1 &= A_1 \omega_1 \cos \omega_1 \tau; & \dot{V}_2 &= A_2 \omega_2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi); \\ \ddot{V}_1 &= A_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 \tau; & \ddot{V}_2 &= A_2 \omega_2^2 \sin(\omega_2 \tau + \varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

Где: A_i , ω_i , φ - соответственно, амплитуды, частоты и фаза колебания по осям V_1 и V_2 ; V_{10} , V_{20} - средние значения упругих отжатий (постоянная составляющая).

Колебания по осям z и y рассчитываются по формулам (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} z &= V_2 \cos \beta + V_1 \sin \beta; & V_\phi &= V_0 + \dot{z} \\ \dot{z} &= \dot{V}_2 \cos \beta + \dot{V}_1 \sin \beta; & t_\phi &= t_0 - y. \\ y &= V_1 \cos \beta + V_2 \sin \beta; \end{aligned}$$

где V_{ϕ} и t_{ϕ} – фактические значения скорости и глубины резания с учетом колебаний.

Считая, что нелинейность силы резания невелика, можно рассчитать предварительные значения частот колебаний и средних значений упругих отжатий:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{C_i}{m_i}}; \quad V_{i0} = \frac{1}{C_i} P_i(V_0, t_0).$$

Задав произвольными значениями A_i , ϕ , рассчитываем значения правой и левой частей уравнений (1). Затем в соответствии с методом наименьших квадратов подбираем значения ω_i и A_i и ϕ , обеспечивая выполнение равенств. Для этого можно использовать надстройку "Поиск решения" табличного процессора Excel. При этом, критерием минимизации является выражение:

$$S = \sum_{\tau=0}^{\tau_k} [m_1 \ddot{V}_1 + G_1 \dot{V}_1 + C_1 V - P_1(V_{\phi}; t_{\phi})]^2 + \quad (4)$$

$$\sum_{\tau=0}^{\tau_k} [m_2 \ddot{V}_2 + G_2 \dot{V}_2 + C_2 V - P_2(V_{\phi}; t_{\phi})]^2$$

В список подбираемых параметров можно включить и параметры V_{i0} .

Проблема поиска параметров A_i с помощью метода наименьших квадратов (МНК) заключается в том, что тривиальным минимумом критерия (4) являются значения $A_i = 0$. Именно к этому решению сходится поиск решения по умолчанию. Однако, это решение при наличии автоколебаний является неустойчивым: малейшие колебания параметров выводят систему из равновесия, вызывая переходной процесс типа (рис. 3). Для исключения тривиального неустойчивого решения, поиск решения включает в себя три этапа:

1. Отделение решений. Изменяя поочередно A_1 и A_2 с постоянным шагом и выполняя поиск параметров ω_i , ϕ с помощью МНК, находят (отделяют) область локального минимума S .

2. Уточнение параметров A_1 , A_2 и ϕ с помощью МНК.
3. Окончательный поиск (уточнение) всех параметров - A_1 , A_2 , ω_1 , ω_2 , V_{10} , V_{20} и ϕ .

Описанный алгоритм позволяет за незначительное время рассчитать параметры первой гармоники автоколебаний. При необходимости получения более высоких гармоник алгоритм практически не меняется, только для расчета колебаний используются полигармонические выражения.

Программа реализована на языке VBA в среде табличного процессора Excel с использованием надстройки "Поиск решения". В настоящее время проводится экспериментальная проверка алгоритма и оценка точности получаемых решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонов С.Л. Основы создания имитационных технологий прецизионного формообразования / Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2006.-198 с.
2. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
3. Белов Е.Б., Рябцева О.П., Леонов С.Л. - Прогнозирование автоколебаний при точении металлов / «4-я Всероссийская научно-техническая конференция» Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул 2010.
4. Белов Е.Б., Рябцева О.П., Леонов С.Л. Расчет установившихся автоколебаний при токарной обработке / «9-я Всероссийская научно-практическая конференция» – Новосибирск 2011.

Леонов С.Л., д.т.н., профессор кафедры ТАП,

Белов Е.Б., аспирант кафедры ТАП,

e-mail: jeka-beliy@yandex.ru

ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»