УДК 633.25:621.926/.927:681.5.015.23

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПТИМИЗАЦИИ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА ДЕРТИ, ОБРАЗУЕМОЙ ПРИ ИЗМЕЛЬЧЕНИИ ФУРАЖНОГО ЗЕРНА

И.Я. Федоренко, И.Б. Шагдыров, В.В.Садов

*В статье обосновано применение логарифмически нормального закона распределения частиц дерти по размерам. Введение параметра оптимизации позволило определить потери на недоизмельчение и переизмельчение фуражного зерна. Получена формула целесообразности применения многостадийного измельчения зерновых кормов в животноводстве.*

*Ключевые слова: измельчение, дерть, оптимизация, логарифмически нормальный закон*

**Введение**

Согласно зоотехническим требованиям фуражное зерно подвергается трем степеням размола, которые характеризуются средними размерами частиц (модуль размола): 0,2-1,0 мм (для свиней),1,0-1,8 (для КРС) и 1,8-2,6 мм (для птицы). Однако существующие измельчители дают широкий спектр размеров частиц дерти, захватывающий, как правило, все три степени размола. В связи с этим возникает проблема оптимизации гранулометрического состава получаемой дерти и выбор способов снижения разбросов частиц по размерам при измельчении фуражного зерна.

**Методы исследований**

Известно, что размольные характеристики фуражного зерна могут быть описаны с помощью непрерывного логарифмически нормального распределения. Впервые на этот закон указал академик А.Н. Колмогоров при анализе процесса измельчения различных материалов [1], а экспериментально подтвердил в отношении измельчения фуражного зерна профессор С.В. Мельников [2]. Однако в дальнейшем это распределение было незаслуженно забыто, а исследователи использовали в основном распределение Розина-Раммлера.

Логарифмически нормальное (логнормальное) распределение частиц по размерам *x* утверждает, что нормально распределена не сама случайная величина *x*, а логарифм этой величины.

Аналитически функция плотности вероятности *f(x)* и функция распределения *F(x)* записывается в виде [3]

$$f(x)=\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\left[\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]^2\right\};\ x\geq 0, \quad (1)$$

$$F(x)=\frac{1}{2}\left\{1+erf\left[\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]\right\}, \quad (2)$$

где $\sigma$, $\mu$ – параметры распределения, причем $\sigma>0$, $-\infty\leq\mu\leq+\infty$; *erf* – функция ошибок (табулирована).

Графическая иллюстрация этих функций приведена на рисунке 1.

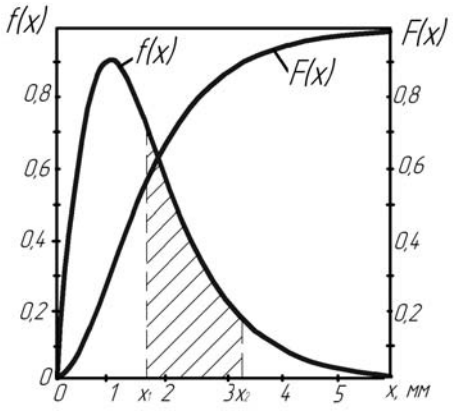


Рисунок 1 - Логарифмически нормальное распределение размеров *x* частиц дерти

График функции *f(x)* асимметричен с максимумом в точке $exp(\mu-\sigma^2)$. Распределение имеет крутой левый и пологий правый спад, т.е. речь идет о положительной асимметрии. Фактически данный вид распределения указывает на то, что полученная дерть имеет размеры от нуля и до размера исходных зерновок. Для животных же требуется определенный интервал размеров частиц ($x_1$, $x_2$).

Интервал ($x_1$, $x_2$) можно также записать в виде ($x_1$, $kx_1$), где $k=x_2/x_1$.

**Методы оптимизации гранулометрического состава получаемой дерти**

Возможность *P* того, что размер *x* частиц дерти примет значение, принадлежащее интервалу ($x_1$, $x_2$) составит

$$P(x_1 \prec x \prec x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_1) - F(x_2). \quad (3)$$

Геометрически указанную вероятность можно истолковать как площадь заштрихованной на рис.1 фигуры. Соответственно вероятность получения: мелкого (для данного вида животных) размола

$$P(x \prec x_1) = \int_0^{x_1} f(x)dx, \quad (4)$$

крупного (для данного вида животных) размола

$$P(x \succ x_2) = \int_{x_2}^{\infty} f(x)dx. \quad (5)$$

Как видно из рис. 1, в нужную зону ($x_1<x<x_2$) попадает лишь некоторая часть помола. Размеры частиц ($0$, $x_1$) представляют переизмельченный продукт, ($x_2$, ∞) – недоизмельченный. Мелкий размол вреден для животных и ведет к перерасходу энергии измельчителем, крупный – не усваивается животными. И в том и в другом случае производство несет потери. Традиционный путь улучшения размольной характеристики – настроить измельчитель таким образом, чтобы пик функции распределения находился в интервале ($x_1$, $x_2$). Это мало спасает положение, поскольку недоизмельченный и переизмельченный продукт остаются. Тем не менее определим аналитически наибольшую вероятность попадания размера частиц *x*, как случайной величины, в интервал ($x_1$, $x_2$), вычислив производную *dP/dx* и приравняв ее нулю, т.е.

$$\frac{dP}{dx} = F'(x_2) - F'(x_1) = 0. \quad (6)$$

Поскольку функция *F(x)* содержит функцию ошибок

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad (7)$$

где $t = \dfrac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}$, то производная от этой функции будет равна подынтегральной функции.

Следовательно, имеем

$$F'(x_1) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left[\frac{\ln(x_1) - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]^2\right\};$$

$$F'(x_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left[\frac{\ln(x_2) - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]^2\right\}.$$

Отсюда выражение (6) примет форму

$$\left[\ln(x_1) - \mu\right]^2 = \left[\ln(x_2) - \mu\right]^2.$$

Значение параметра $\mu$, доставляющее максимум функции (3), определится формулой

$$\mu_* = \frac{\ln(x_1) + \ln(x_2)}{2}. \quad (8)$$

Таким образом, чтобы максимальное количество продукта размола попало в требуемый интервал ($x_1$, $x_2$), измельчитель должен быть построен так, чтобы обеспечить параметр $\mu_*$, подсчитываемый по выражению (8). Например, если речь идет о крупном рогатом скоте, то $x_1$=1,0 мм, $x_2$=1,8 мм, и требуемое значение параметра $\mu$

$$\mu_* = \frac{\ln(1,0) + \ln(1,8)}{2} = 0,294.$$

Заметим, что μ – это не математическое ожидание, а параметр логнормального распределения. Математическое ожидание (т.е. среднее для *x*) рассчитывается для данного вида распределения по формуле [3]

$$M(x) = \exp(\mu + 0,5\sigma^2). \quad (9)$$

Пусть $\sigma$ = 0,4, тогда

$$M(x) = \exp(0,294 + 0,5 \cdot 0,4^2) = 1,35 \text{ мм}$$

При этом вероятность попадания частиц дерти в требуемую зоотехническую зону (1,0<*x*<1,8) составит величину

$$P(x_1 \prec x \prec x_2) = F(1,8) - F(1,0) = 0,578.$$

Таким образом, даже при соответствующей настройке измельчителя, в требуемый интервал попадет только часть получаемой дерти (в данном примере 57,8 %).

Из приведенных выкладок видно, что использование логнормального распределения позволяет получать физически и математически отчетливые результаты, достоверно описывать вероятностный аспект процесса измельчения фуражного зерна.

**Основные результаты и их обсуждение.** Более тонкий подход к решению задачи оптимизации гранулометрического состава дерти связан с введением экономических по-

казателей. Для этого зададим удельные (в расчете на 1 кг дерти) потери от переизмельчения зерна (повышенные затраты энергии, недополучение продукции от животных) $C_1$ (руб/кг), измельчения согласно зоотехническим требованиям $C_2$ (руб/кг), недоизмельчения зерна (потраченная зря электроэнергия на измельчение и фуражное зерно, которое не усвоилось животными) $C_3$ (руб/кг).

Имея перечисленные показатели потерь, можно подсчитать общие средние потери $W$, которые будут равны сумме всех потерь, умноженных на вероятность их получения, т.е.

$$W_1 = C_1\int_0^{x_1} f(x)dx + C_2\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + C_3\int_{x_2}^{\infty} f(x)dx.$$

Логично предположить, что $C_2$ =0, тогда функцию цели можно записать в виде

$$W_1 = C_1\int_0^{x_1} f(x)dx + \int_{x_2}^{\infty} f(x)dx \to \min. \quad (10)$$

Таким образом, в качестве критерия оптимальности принят показатель $W$ – общие средние потери от нарушения зоотехнических требований на размер частиц дерти.

Функцию цели (10) можно записать по другому

$$W_1 = C_1\left[F(x_1) - F(x_0)\right] + C_3\left[F(\infty) - F(x_2)\right] \to \min.$$

Поскольку $F(0)=0$; $F(\infty)=1$, то

$$W_1 = C_1F(x_1) + C_3\left[1 - F(x_2)\right] \to \min. \quad (11)$$

Для отыскания минимума потерь берем производную $dW/dx$ и приравниваем ее нулю

$$\frac{dW_1}{dx} = C_1F'(x_1) + C_3F'(x_2) = 0. \quad (12)$$

Вычисление производных приводит к выражению

$$C_1\exp\left\{-\left[\frac{\ln(x_1)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]^2\right\} = C_3\exp\left\{-\left[\frac{\ln(x_2)-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right]^2\right\}.$$

Решение этого уравнения относительно $\mu$ дает формулу

$$\mu_* = \frac{\ln(x_1)+\ln(x_2)}{2} - \sigma^2\frac{\ln(C_3/C_1)}{\ln(x_2/x_1)}. \quad (13)$$

Таким образом, чтобы потери от большого разброса частиц дерти по размерам были минимальными, измельчитель должен быть настроен по параметру $\mu$ таким образом, чтобы отвечать соотношению (13) при заданных значения $x_1$, $x_2$, $\sigma$, $C_1$ и $C_2$.

Потери $C_1$ и $C_3$ можно приблизительно подсчитать по формулам

$$C_1 = C_э\left\{a_v\left[\lg(\lambda_1^3) - \lg(\lambda_2^3)\right] + a_s(\lambda_1 - \lambda_2)\right\}\eta + C; \quad (14)$$

$$C_2 = C_э\left\{a_v\lg(\lambda_3^3) + a_s(\lambda_3 - 1)\right\}\eta + C, \quad (15)$$

где $C_э$ – стоимость 1 кВт·час электроэнергии, руб; $a_v$, $a_s$ – коэффициенты пропорциональности в формуле С.В. Мельникова для затрат энергии на измельчение, кДж/кг [2]; $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ – показатели степени измельчения соответственно переизмельченного, отвечающего зоотехническим требованиям и недоизмельченного продукта; $\eta$ – коэффициент перевода кДж в кВт·час ($\eta$ = 0,0002778); С – стоимость 1 кг фуражного зерна.

Формулы (14) и (15) учитывают только потери, связанные с затратой энергии на измельчение и с потерей кормов в связи с их неусвоением животными. Конечно, часть дерти с размерами частиц, не отвечающих физиологическим потребностям животного, усваивается организмом последнего. Но зоотехнические данные по этой проблеме столь разноречивы, что на данном этапе не могут быть включены в указанные формулы. К тому же эти потери ($C_1$ и $C_3$) входят в формулу в виде отношения, что в некоторой степени нивелирует неучет некоторых потерь.

При конструировании измельчителей фуражного зерна и построения технологического процесса измельчения необходимо, как это следует из формулы (13), чтобы

$$\sigma \to 0; \quad \mu \to 0{,}5(\ln x_1 + \ln x_2). \quad (16)$$

Эти условия могут быть в некоторой степени выполнены следующими конструктивными приемами и способами:

а) применением рабочих органов скалывающе-срезающего типа;

б) использованием многостадийного процесса измельчения с сепарацией продуктов измельчения;

в) комбинация двух первых направлений, реализована в многоступенчатых измельчителях, разрабатываемых Бурятской ГСХА.

Первый путь нашел свое развитие в трудах Челябинской школы исследователей (ЧИМЭСХ-ЧГАУ) под руководством профессоров П.И. Леонтьева и Н.С. Сергеева.

При использовании рабочих органов скалывающе-срезающего типа получается более выровненный по размерам продукт, чем в ударно-измельчающих машинах. В последних при действии на зерновки ударной нагрузки происходит неуправляемое ветвление трещин с получением широкого размерного ряда частиц дерти.

Второй путь, связанный с многостадийным измельчением, также эффективен. В ча-

стности, в работе В.А. Афанасьевой и Л.А. Плаксиной [4] экспериментально установлено, что двухстадийное измельчение является перспективным технологическим приемом гарантированного производства продуктов измельчения требуемой крупности. При этом производительность линии измельчения возрастает на 43%, а удельный расход энергии снижается на 32-34% в сравнении с одностадийным измельчением.

Необходимое условие эффективного использования многостадийного измельчения – промежуточное просеивание продуктов размола. Одна из возможных схем такого стадийного измельчения показана на рисунке 2.

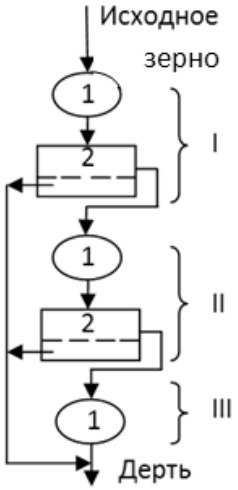


Рисунок 2 - Технологическая схема многостадийного измельчения: 1- дробилка; 2 - сепаратор; I, II, III – номера систем «дробилка-сепаратор».

Здесь показаны две полные системы «дробилка-сепаратор» и одна неполная, включающая лишь дробильную машину. При соответствующем наборе решет сепаратора проходом идут частицы, отвечающие зоотехническим требованиям. Сходом идут крупные частицы на повторное измельчение. Третья система является неполной, состоит лишь из дробилки.

В условиях комбикормовых предприятий, находящихся в ведении хозяйств, производящих сельскохозяйственную продукцию, линия из двух-трех дробилок является чрезмерной. Поэтому задача состоит в том, чтобы в одной дробилке осуществить несколько стадий измельчения-сепарации фуражного зерна. Этой проблеме посвящена многолетняя научно-исследовательская работа И.Б. Шагдырова [5].

Потери (в смысле, приведенном выше), связанные с многостадийным измельчением, можно записать в виде

$$W_n = \frac{W_1}{n} + C_4(n-1), \qquad (17)$$

где $W_1$ – потери при одностадийном измельчении; n – число стадий измельчения; $C_4$ – потери, обусловленные усложнением технологической линии или конструкции дробильной машины, руб. на 1кг получаемой дерти.

Формула (17) показывает, что при многостадийном процессе потери, в сравнении с одностадийным, с одной стороны уменьшаются (первый член формулы) в связи с повышением эффективности процесса, а с другой увеличивается (второй член формулы) в связи с усложнением процесса.

Оптимальное число стадий измельчения можно отыскать на основе классического анализа производной $dW_n/dn$, доставляющей минимум функции $W_n(n)$:

$$\frac{dW_n}{dn} = -\frac{W_1}{n^2} + C_4 = 0.$$

Отсюда

$$n = \sqrt{\frac{W_1}{C_4}}. \qquad (18)$$

Таким образом, применять многостадийное измельчение нужно тогда, когда $W_1 >> C_4$.

На основе подобных расчетов И.Б. Шагдыров пришел к выводу, что $n$=2,5 (т.е. две полные системы «дробилка-сепаратор» и одна неполная, включающая лишь дробилку). Собственно этот вариант и изображен на рис. 2.

## ВЫВОДЫ

1. Применение логарифмически нормального закона распределения частиц дерти по размерам позволяет обоснованно подойти к построению математических моделей гранулометрического состава дерти.

2. Введение критерия оптимальности, содержащего потери от переизмельчения, недоизмельчения фуражного зерна, а также дополнительные затраты, обусловленные применением многостадийного процесса измельчения, дают научную основу для разработки рекомендации по настройке и конструированию измельчителей.

3. Получена формула (18), по которой можно подсчитать целесообразность использования многостадийного процесса измель-

чения фуражного зерна и число стадий измельчения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров, А.Н. О логарифмически нормальном распределении размеров частиц при дроблении // Доклады АН СССР. – 1941. – Т.31, №2. – С.145-148.

2. Мельников, С.В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм.- Л.: Колос, 1978. – 560с.

3. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А.И. Кобзарь.- М.: Физматлит, 2006. – 816с.

4. Афанасьев, В.А. Эффективность двухстадийного измельчения сырья при производстве комбикормов для живкомплексов / В.А. Афанасьев, Л.А. Плаксина // Повышение эффективности технологических процессов производства комбикормов: Сб. науч. трудов, вып. 34. – М.: ЦНИИТЭИ хлебопродуктов, 1990. – С. 13-19.

5. Шагдыров И.Б. Механико-технологические основы создания многостадийных измельчителей фуражного зерна: Монография / И.Б. Шагдыров, М.Б. Балданов. – Улан-Удэ: Изд-во БГСХА им. Филиппова, 2010. – 234с.

***Федоренко И.Я.**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Механизация животноводства» Алтайского ГАУ, тел.: 8(3852)62-83-26, тел.: 8(3842)62-84-10, E-mail: IJFedorenko@mail.ru;*

***Шагдыров И. Б.**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Сельскохозяйственные машины» Бурятской ГСХА, тел.:8 (3012)44-26-11;*

***Садов В. В.**, к.т.н., доцент кафедры «Механизация животноводства» Алтайского ГАУ, тел.:8 (3852) 62-83-26, E-mail: Sadov.80@mail.ru.*