

ных SMS-сообщений. Это объясняется необходимостью оперативно реагировать на возможные неполадки в работе системы во время функционирования в автономном режиме.

В заключение хотелось бы сказать, что пробная реализация CAN-модуля показала работоспособность разработки на первых этапах стендовых испытаний. В дальнейшем после прохождения полного цикла испытаний планируется использование таких модулей в составе комплекса геофизических измерений на магнитометрической обсерватории Байгзан.

УДК 621.314.2:621.382.2

## ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВ СИЛОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ МОДУЛЬНОГО ТИПА

Г. Я. Михальченко, С. Г. Михальченко, В. П. Обрусник

Приведена методика анализа динамики импульсно-модуляционных систем энергообеспечения, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями с разрывами в правой части. Рассматриваются математические модели замкнутых систем регулирования напряжения, выполненные из параллельно включенных ключевых преобразователей, с различными типами модуляции.

**Ключевые слова:** модульный принцип построения силовых преобразователей, многофазная импульсная модуляция, решение кусочно-непрерывных дифференциальных уравнений динамики, бифуркационный анализ установившихся режимов функционирования системы.

### Введение

Линейные системы автоматического регулирования (САР), с точки зрения устойчивости динамических процессов, характеризуются:

- понятием система устойчива или неустойчива;
- переходными процессами и их качественными (периодический или колебательный процесс) и количественными характеристиками (быстродействие, перерегулирование, затухание и др.).

Отметим, что в основе анализа устойчивости по Ляпунову и его первого метода в частности, положен расчет корней характеристических уравнений возмущенного движения и установлено, что если корни основной матрицы системы находятся внутри единичного круга, то последняя устойчива и наоборот.

С целью снижения трудоемкости проектирования замкнутых САР на основе методов Ляпунова А.М. [1] разработаны и успешно используются косвенные оценки динамики систем, в том числе по определению устойчивости – алгебраические и частотные критерии, которые позволяют ускоренно оценивать

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хадлстон К., Проектирование интеллектуальных датчиков с помощью Microchip dsPIC [Текст] /К.Хадлстон/ - МК-Пресс, 2008. - 320 с.
2. Карпов, Ю.Г. Теория автоматов. [Текст] /Ю.Г. Карпов/- СПб.: Питер, 2002. – 224 с.: ил.

к.т.н., доцент **Кудрявцев Н.Г.**, e-mail:ngkudr@mail.ru, аспирант **Кудин Д.В.**, e-mail:dvkudin@gmail.com, аспирант **Учайкин Е.О.**, e-mail:evgeniy\_uch@mail.ru, - Горно-Алтайский государственный университет.

корни характеристических уравнений, строить амплитудно- и фазочастотные характеристики (АФЧХ) и по этим косвенным критериям рассчитывать границы областей устойчивости системы в рассматриваемой области параметров.

Применительно к этим критериям эмпирическим путем установлены необходимые запасы устойчивости по амплитуде и фазе частотных характеристик, определены типы желаемых АФЧХ, при которых достигается тот или другой вид оптимизации переходных характеристик (технический, симметричный оптимум и др.). Примечательно, что эта информация о динамике линейных систем является необходимой и достаточной, т.е. полной.

Совершенно иная эволюция развития динамики характерна для импульсных САР, особенно быстродействующих источников питания, которые описываются нелинейными системами дифференциальных уравнений с разрывными компонентами. Наблюдаемые при этом динамические режимы в корне отличаются от процессов описываемых теорией линейных систем. В практической деятельности специалистам, как правило, приходится

### РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

работать с нелинейными импульсными системами электропитания, а вот здесь они неизбежно сталкиваются с динамическими процессами, которые невозможно адекватно трактовать в рамках «линейного мышления». Более того, известные пакеты автоматизированного проектирования (OrCAD, LTspice, DesignLab, PSpice и др.) так же используют частотные критерии определения устойчивости, которые могут давать правильную оценку динамическим свойствам только робастным системам в «малом».

Изложенные соображения давно привлекают исследователей в области физики нелинейных колебаний. Математический аппарат, применительно к импульсным системам электропитания, разрабатывается нами (с 1986 года) и другими отечественными и зарубежными ведущими школами. Ближе всех к пониманию нелинейной динамики подошли такие исследователи Power Electronics Society (PELS) общества IEEE, как Chi K. Tse и Siu-Chung Wong (Гонконг), Yang-Shung Lee и Shian-Shing Shyu (Тайвань), Milan M. Jovanović (Сербия), Hosein Farzanehfar (Иран), Frede Blaabjerg (Дания), основывающих свои исследования на теории профессора K. Mazumder (США) [10, 13-16].

Накопленный авторами опыт анализа динамических режимов источников электропитания с различными видами модуляции может быть представлен следующим алгоритмом анализа динамических режимов нелинейных импульсных систем.

1. Необходимо отказаться от понятия «устойчива или неустойчива система», а руководствоваться понятием устойчив или неустойчив периодический режим, поскольку в нелинейных системах одновременно существуют и являются устойчивыми большое число режимов – проектный и аномальные режимы: периодические (субгармонические); квазипериодические; хаотические. Размах колебаний последних всегда ограничен глобальными нелинейностями типа «насыщение». Это условие «ограничение размаха колебаний» выполняется до тех пор пока прочность электрорадиоэлементов не позволяет высвободиться накопленной в реактивных элементах энергии. В противном случае аномальная динамика неизбежно сопровождается выходом аппаратуры из строя или, при больших запасах энергии, приводит к техногенным катастрофам.

2. В работах Л. С. Понтрягина [2] установлено, что основные процессы эволюции динамических режимов кусочно-непрерывных дифференциальных уравнений (ДУ) второго порядка определяют основной характер динамики сложной системы, а нелинейности и постоянные времени уравнений более высоких порядков приводят лишь к трансформации основных «черт» динамики, не оказывая значимого влияния на топологию общей картины. Это уникальное свойство позволяет при формировании основных допущений, в процессе построения схем замещения нелинейных импульсных систем электропитания, учитывать, глобальные нелинейности и глобальные (доминирующие) постоянные времени не выше второго порядка.

3. Тонкие нелинейности источника питания с импульсной модуляцией определяют индивидуальные свойства различных видов модуляции и, следовательно, определяют структуру распределения областей существования различных динамических режимов.

Направленность численно-аналитических и имитационных экспериментов по анализу нелинейной динамики импульсно-модуляционного источника питания должна, по мнению авторов, определяться следующим поэтапным наращиванием абстракции:

1. переходом от расчетов мгновенных значений установившегося режима к расчету и анализу точечного отображения (Пуанкаре), которое позволяет понять неединственность существования различных устойчивых периодических режимов (колебаний), сделать оценку эволюции развития устойчивых и неустойчивых колебаний в области параметров. Кроме того, анализ бифуркационных диаграмм (БД) позволяет оценить размах этих колебаний, выявить тип и характер бифуркационной смены режимов, то есть провести бифуркационный анализ;
2. переходом от расчетов БД к топологическому анализу областей существования периодических режимов, их пересекающихся множеств и установить связь смены режимов с величиной возмущающих воздействий;
3. созданием методики построения аналитических зависимостей определения критических в бифуркационном смысле значений параметров, с целью предостав-

ления разработчику простых и понятных косвенных оценок динамических свойств нелинейной системы, но уже с точки зрения эволюции режимов нелинейных импульсных систем.

Целью настоящей статьи является обобщение результатов топологического анализа различных видов импульсной модуляции энергетических потоков и сопоставление их с многофазной импульсной модуляцией, находящей все более широкое распространение в структурах энергообеспечения технологических процессов с магистрально-модульной архитектурой [3-8].

#### **Особенности многофазных источников питания модульного типа**

Имеющаяся в распоряжении разработчиков элементная база позволяет создавать преобразователи с промежуточным звеном высокой частоты весьма ограниченной мощности – не более одного-двух десятков киловатт, в то время как многие технологические процессы должны обеспечиваться мощностями в десятки и сотни раз большими.

Сложившуюся ситуацию удается разрешить модульным принципом построения преобразователей оговоренного диапазона мощностей, в основу которого положен принцип многозонной многофазной модуляции энергетического потока [4-5]. На рисунке 1 приведен один из примеров реализации преобразователя с многофазной модуляцией мощностью 200 кВА, выполненного на основе 22 параллельно включенных модулей.

Этот вид модуляции позволяет обеспечить в одном устройстве перечисленные ниже показатели.

- Высокое качество преобразования энергии. Поскольку фазы каждой из 22 ячеек одной стойки смещены друг относительно друга на фиксированный угол ( $180^\circ/22$ ), частота пульсаций выходного тока на сборных шинах определяется произведением числа работающих ячеек на частоту преобразования. Высокая частота коммутации транзисторов (66 кГц) определяет и высокую частоту пульсаций суммарного тока стойки (0,726 МГц), что гарантирует высокое качество преобразования энергии стойкой при минимальной энергоемкости входных и выходных фильтров каждой преобразовательной ячейки.
- Высокое быстродействие (диапазон регулирования переменного тока по частоте от 0 до 1000 Гц). Многофазная импульсная модуляция обеспечивает потенциально высокое быстродействие регулирования, за счет того, что одна коммутация

осуществляется в какой-либо ячейке стойки в интервале времени менее полутора микросекунд.

- Высокая точность регулирования. Точность регулирования определяется прецизионными свойствами используемых датчиков тока и напряжения, разрядностью контроллера МПСУ и реализованным быстродействием системы регулирования.
- Высокая надежность системы энергообеспечения. Для получения высокой степени надежности изделия используется метод глубокого резервирования в два эшелона. Во-первых, каждый из ключей транзисторного инвертора представляет собой три параллельно включенных MOSFET транзистора с положительным температурным коэффициентом, каждый из которых недогружен по коммутируемой мощности. Во-вторых, требуемое число силовых ячеек увеличено, по сравнению с расчетной величиной, на две единицы. Все это в совокупности позволяет системе энергообеспечения нормально функционировать, без разгрузки всей системы по мощности, при отказе до шести ячеек из двадцати двух, поскольку контроллер стойки перераспределяет мощность нагрузки между оставшимися в работе ячейками.
- Высокий коэффициент полезного действия (не менее 0,96). Параллельная работа транзисторов и силовых ячеек с последовательной разгрузкой их по мощности влечет за собой не только рост надежности, но и снижение статических потерь. Основной вклад в снижение общих потерь связан с исключением динамической мощности переключения транзисторов, так как упомянутые выше режимы переключения при нулевых токах и нулевых напряжениях гарантируют сведение величины этих потерь если не к нулю, то к минимально возможному значению.
- Способность работать во всем диапазоне изменения нагрузки – от холостого хода до короткого замыкания цепи нагрузки. Защита от короткого замыкания нагрузки организована следующим образом. Микропроцессор силовой ячейки непрерывно обрабатывает информацию о текущих параметрах и если величина тока достигает заданной величины - ячейка переходит в режим стабилизации тока, поскольку самым быстродействующим контуром стабилизации является внутренний кон-

### РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

тур тока. Запасы энергии в реактивных элементах входного и выходного фильтров столь незначительны, что не приводят, в режиме внезапного короткого замыкания, к мгновенному росту тока до какой-нибудь заметной величины. Параметры этих фильтров рассчитываются таким образом, чтобы обеспечить функционирование преобразователя в расчетном (одноцикловом) режиме, предотвращая, тем самым, возникновение хаотической динамики с неконтролируемым накоплением энергии в конденсаторах фильтров.



Рисунок 1 - Многоячейковый источник асимметричного тока установки микродугового оксидирования мощностью 200 кВА

Каждая силовая ячейка (рисунок 2) включает два параллельно работающих модуля, каждый из которых выполнен по магистрально-модульной архитектуре [3, 6], то есть содержит входной выпрямитель с фильтром, инвертор на MOSFET-транзисторах, силовой высокочастотный трансформатор, выходной фазочувствительный выпрямитель с фильтром.

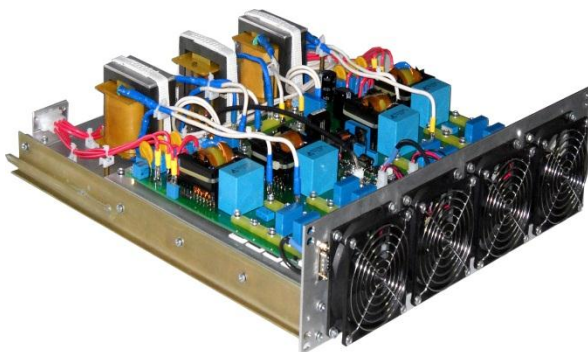


Рисунок 2 - Силовая ячейка формирования тока мощностью 20 кВА

На рисунке 3 представлен модульного типа трехфазный источник регулируемого по величине, по фазе и по форме тока, выполняющий функции компенсации реактивной мощности и мощности искажений [6]. По сво-

им возможностям этот источник тока может выполнять функции трехфазного инвертора напряжения солнечных батарей и передавать эту энергию в питающие сети напряжением 3,6/6 кВ.



Рисунок 3 - Внешний вид компенсатора реактивной мощности и мощности искажений мощностью 250 кВА для распределительной сети 3,6/6 кВ

Один из возможных вариантов реализации многофазного понижающего преобразователя по рисунку 1 с промежуточным звеном высокой частоты представлен на рисунке 4. Силовые модули представляют собой выпрямитель с входным фильтром  $C_1$ , транзисторный инвертор, трансформатор  $T$ , выходной выпрямитель с выходным фильтром  $LC_2$ . Фазовые сдвиги каждого модуля обеспечиваются синхронизацией микропроцессорных систем управления модулем (МПСУ) и центральным процессором (ЦПУ).

Датчики тока и напряжения обеспечивают информацией соответствующие контура регулирования и защиты.

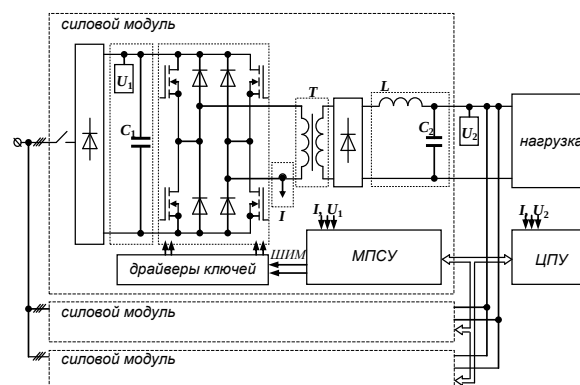


Рисунок 4 - Магистрально-модульная архитектура построения СЭП

Трехфазное напряжение сети 220/380 В, 50 Гц подается на входной выпрямитель каждой преобразовательной ячейки. Выпрям-

ленное напряжение фильтруется входным фильтром и поступает на силовой вход автономного транзисторного инвертора, микропроцессорная система управления которого считывает текущую информацию с датчиков напряжения, тока и, по задающим сигналам управляющего контроллера, формирует модулированные по длительности сигналы управления силовыми транзисторами.

Перечисленные потенциально высокие показатели источников питания модульного типа не могут быть реализованы без исследования динамических процессов функционирования замкнутых систем автоматического управления и синтеза на этой основе микропроцессорных средств управления.

Базовым элементом структур такого типа является преобразовательная ячейка с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), анализу динамики которой посвящено довольно большое число публикаций [8-12].

Известные исследования динамики преобразовательных ячеек относятся к ячейкам с однополярной нереверсивной модуляцией [7], однако результаты исследований ограничиваются в лучшем случае вторым уровнем абстрагирования. Кроме того, исследованиям параллельной работы независимых ячеек [6] посвящены в подавляющем большинстве, изучению возможностей распределения нагрузки между модулями и не позволяют получить общую картину динамики.

На рисунке 5. представлены типовые схемы замещения системы автоматического регулирования: а) понижающего, б) повышающего и в) инвертирующего типов, в которых учтены глобальные нелинейности и глобальные постоянные времени, определяющие доминанты динамики того или другого вида модуляции.

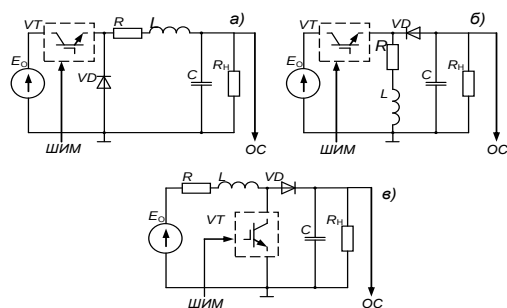


Рисунок 5 - Типовые схемы замещения системы автоматического регулирования: а) понижающего, б) повышающего и в) инвертирующего типов

На базе типовых схем замещения силовых преобразователей формируется структура многофазной силовой ячейки (рисунок 2),

ниже исследуемая методика применяется для анализа нелинейной динамики многофазного преобразователя на примере структуры понижающего типа (рисунок 5,а).

Нужно отметить, что динамика импульсного преобразователя на базе повышающей (рисунок 5,б) и инвертирующей (рисунок 5,в) типовых схем, подробно рассмотренная в работе [7], имеет качественные отличия от рассматриваемой ввиду принципиальных различий их структуры и принципа функционирования.

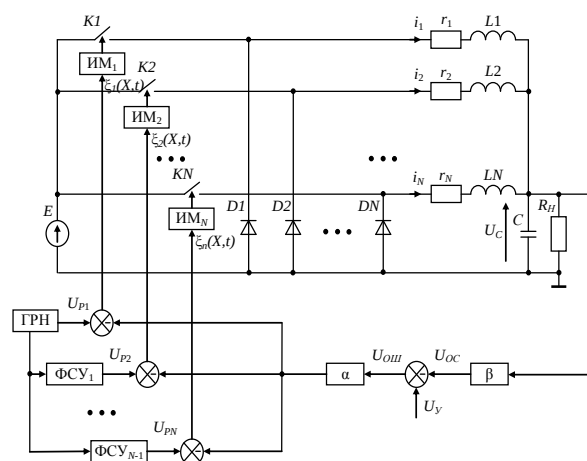


Рисунок 6 - Схема замещения многофазного понижающего преобразователя напряжения и его системы управления

Схемы замещения преобразователей (рисунки 5,б), построены с учетом оговоренного уровня абстракций. Здесь приняты следующие обозначения:  $E$  – источник входного напряжения;  $C$  – емкость конденсатора выходного фильтра;  $R_H$  – сопротивление нагрузки;  $\beta$  – масштабный коэффициент цепи обратной связи;  $\alpha$  – коэффициент усиления корректирующего устройства;  $U_{OC}$  – сигнал обратной связи;  $U_Y$  – напряжение управления;  $U_C$  – напряжение на конденсаторе, оно же и выходное напряжение преобразователей;  $ИМ_1 \dots ИМ_N$  – широтно-импульсные модуляторы соответствующих фаз многофазного преобразователя;  $ФСУ_1 \dots ФСУ_{N-1}$  – фазосдвигающие устройства для получения в совокупности с генератором развертывающего напряжения  $ГРН$  сдвинутых по фазе относительно друг друга на равную величину развертывающих напряжений  $U_{P2} \dots U_{PN}$ ;  $r_1 \dots r_N$  – сопротивления индуктивностей  $L1 \dots LN$  соответственно;  $i_1 \dots i_N$  – протекающий в них ток.

При построении схем замещения приняты следующие допущения:

- входной источник питания  $E$  является идеальным источником напряжения;

### РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

- широтно-импульсный модулятор выполнен на идеальных ключах без потерь с нулевым временем переключения;
- пассивные элементы преобразователя линейны;
- корректирующее устройство представлено пропорциональным регулятором;
- математическая модель многофазного преобразователя рассматривается на примере двух фаз.

#### Математическая модель преобразовательной ячейки

Показанная на рисунке 6 схема замещения двухфазного понижающего преобразователя описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений вида:

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B}(KF_1(t), KF_2(t)), \quad (1)$$

где вектор неизвестных и матрица системы записываются следующим образом:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ U_C \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{r_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C \cdot R_H} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Нелинейность системы (1) имеет вид разрыва первого рода и описывается разрывными функциями коммутации ключей K1 и K2. Коммутационные функции  $KF_1$  и  $KF_2$  этих ключей определяют следующие возможные значения вектора вынуждающих воздействий  $\mathbf{B}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}0 = \mathbf{B}_{\left| \begin{smallmatrix} KF_1=0 \\ KF_2=0 \end{smallmatrix} \right.} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}1 = \mathbf{B}_{\left| \begin{smallmatrix} KF_1=1 \\ KF_2=0 \end{smallmatrix} \right.} = \begin{pmatrix} E/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{B}2 = \mathbf{B}_{\left| \begin{smallmatrix} KF_1=0 \\ KF_2=1 \end{smallmatrix} \right.} &= \begin{pmatrix} 0 \\ E/L_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}3 = \mathbf{B}_{\left| \begin{smallmatrix} KF_1=1 \\ KF_2=1 \end{smallmatrix} \right.} = \begin{pmatrix} E/L_1 \\ E/L_2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

Коммутационные функции, формируемые широтно-импульсными модуляторами ИМ<sub>1</sub> и ИМ<sub>2</sub>, выражаются следующим образом:  $KF_1(\xi_1) = 0.5 \cdot (1 + \text{sign}(\xi_1))$ ;  $KF_2(\xi_2) = 0.5 \cdot (1 + \text{sign}(\xi_2))$ , (4) через разностные функции обратной связи

$$\xi_1(t, \mathbf{X}) = \alpha \cdot (U_Y - \beta \cdot U_C) - U_{P1}, \quad \xi_2(t, \mathbf{X}) = \alpha \cdot (U_Y - \beta \cdot U_C) - U_{P2}. \quad (5)$$

Авторами уже приводилось описание способа поиска мгновенных значений вектора неизвестных  $\mathbf{X}$ , то есть построения временных диаграмм протекания токов и напряжений, на основе которых затем ведется построение одно- и двухпараметрических бифуркационных диаграмм [11-12]. В данной работе поиск периодических режимов ведет-

ся другим способом, а именно – через систему уравнений обратной связи [7].

Каждый тактовый интервал можно разбить в общем случае на шесть потенциально возможных участков непрерывности системы, где она линейна (рис. 7). Понятно, что все они на одном и том же тактовом интервале не встречаются никогда, а некоторые взаимодействуют друг друга, как например, пары 2а-2б, 5а-5б.

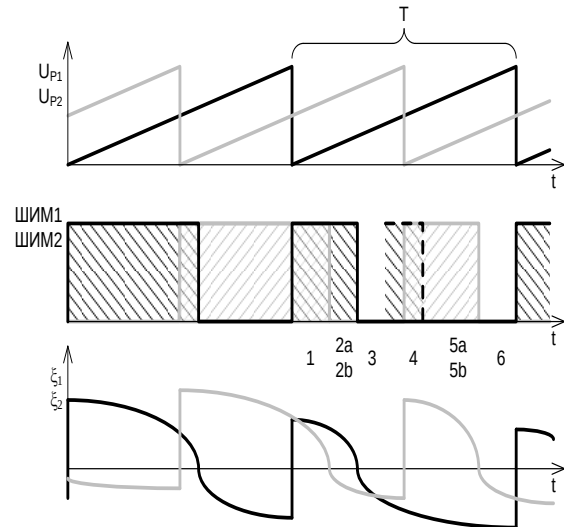


Рисунок 7 - Потенциально возможные состояния двухфазного преобразователя за один тактовый интервал

Длительность и факт существования участков непрерывности целиком определяется коэффициентами заполнения на соответствующем и соседних справа и слева тактовых интервалах (таблица 1).

Таблица 1. Возможные состояния преобразователя за один тактовый интервал

| $\mathbf{B}$                     | $\tau$ – относительная длительность                                               |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_3$    | $\tau_{k,1} = (z_{k-1}^2 - 0.5) \cdot \eta(z_{k-1}^2 - 0.5)$                      |
| $\mathbf{B}_{2a} = \mathbf{B}_1$ | $\tau_{k,2a} = z_k^1 - (z_k^1 - 0.5) \cdot \eta(z_k^1 - 0.5) - \tau_{k,1}$        |
| $\mathbf{B}_{2b} = \mathbf{B}_2$ | $\tau_{k,2b} = (z_{k-1}^2 - (0.5 + z_k^1)) \cdot \eta(z_{k-1}^2 - (0.5 + z_k^1))$ |
| $\mathbf{B}_3 = \mathbf{B}_0$    | $\tau_{k,3} = (0.5 - z_k^1) \cdot \eta(0.5 - z_k^1)$                              |
| $\mathbf{B}_4 = \mathbf{B}_3$    | $\tau_{k,4} = (z_k^1 - 0.5) \cdot \eta(z_k^1 - 0.5)$                              |
| $\mathbf{B}_{5a} = \mathbf{B}_2$ | $\tau_{k,5a} = z_k^2 - (0.5 - z_k^2) \cdot \eta(z_k^2 - 0.5) - \tau_{k,4}$        |
| $\mathbf{B}_{5b} = \mathbf{B}_1$ | $\tau_{k,5b} = (z_k^1 - (0.5 + z_k^2)) \cdot \eta(z_k^1 - (0.5 + z_k^2))$         |
| $\mathbf{B}_6 = \mathbf{B}_0$    | $\tau_{k,6} = (0.5 - z_k^2) \cdot \eta(0.5 - z_k^2)$                              |



То есть, зная коэффициенты заполнения коммутирующих функций на всем  $m$ -цикле, а также начальный вектор переменных состояния системы, можно найти вектор неизвестных в узловых точках  $p$  любого тактового интервала  $k$  по формуле

$$X_{k,p}(Z^1, Z^2) = e^{Aa \sum_{i=1}^p \Delta t_{k,i}} \cdot \left( e^{Aa \cdot (k-1)} (X_0 + A^{-1}B_1) - \sum_{r=0}^{k-2} \left[ e^{Aar} \left( A^{-1} \left( \sum_{v=1}^6 e^{Aa \sum_{i=v}^6 \Delta t_{k-r-1,i}} (B_{v-1} - B_v) \right) + B_6 \right) + A^{-1}B_1 \right] \right) - A^{-1} \left( \sum_{v=2}^p e^{Aa \sum_{i=v}^p \Delta t_{k,i}} (B_{v-1} - B_v) \right) + B_p. \quad (6)$$

Функции обратной связи  $\xi_k^1$  и  $\xi_k^2$  пересекают ось абсцисс в моменты времени  $t_{k,2}$  и  $t_{k,5}$  соответственно:

$$\begin{aligned} \xi_{k,2}^1(Z^1, Z^2) &= \alpha(U_y - \beta X_{k,2}[3]) - U_{on} z_k^1 = 0 \\ \xi_{k,5}^2(Z^1, Z^2) &= \alpha(U_y - \beta X_{k,5}[3]) - U_{on} z_k^2 = 0 \end{aligned}, \quad k = 1..m \quad (7)$$

Исходя из этого обстоятельства, а так же из того, что  $X_0 = X_{m,6}$ , получим систему уравнений для нахождения векторов коэффициентов заполнения  $Z^1$  и  $Z^2$ :

$$\Phi(Z) = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = 0; \quad Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}; \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} \xi_{1,2}^1 \\ \vdots \\ \xi_{m,2}^1 \end{bmatrix}; \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} \xi_{1,5}^2 \\ \vdots \\ \xi_{m,5}^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Построенный таким образом численно-аналитический метод поиска  $m$ -циклов ( $m$ -периодических решений) системы (1-5) позволяет с достаточной точностью находить области периодических решений в пространстве параметров и строить их границы

Решив уравнения (6-8) для различных значений  $m$ , мы можем найти все различные (как устойчивые, так и неустойчивые)  $m$ -циклы, каждый из которых идентифицируется уникальным набором коэффициентов заполнения  $Z = \{Z^1, Z^2\}^T$ .

Моделирование динамики системы (1-5) проводилось по рассмотренной методике при указанных ниже исходных данных.

Параметры силовой части: входное напряжение преобразователя  $E = 1000$  В; сопротивление нагрузки  $R_H = 100$  В; индуктивность дросселей  $L = 0.2$  Гн, паразитное активное сопротивление дросселей  $r = 10$  Ом; емкость выходного фильтра  $C = 1$  мкФ; частота коммутации силовых ключей (частота квантования)  $f = 10$  кГц.

Параметры системы управления: масштабный коэффициент цепи обратной связи  $\beta = 0.01$ ; амплитуда развращающего напряжения  $U_P = 10$  В; коэффициент усиления корректирующего устройства  $\alpha$  изменяется при расчетах от 1 до 350, а управляющее напряжение  $U_y$  – от 0.01 В до 10 В.

#### Сравнительная оценка динамики преобразователей

Построенная таким образом методика расчета мгновенных значений вектора переменных состояния двухфазного понижающего преобразователя  $X(t) = (i_1, i_2, U_C)^T$  позволяет проанализировать поведение системы при различных значениях параметров цепи обратной связи, силовой части преобразователя и сопоставить полученные результаты с аналогичными показателями однофазного преобразователя с широтно-импульсной модуляцией [11].

Положив в системе уравнений (1-5) число фаз  $n=1$  построим, приведенную на рис. 8, двухпараметрическую бифуркационную диаграмму – обобщенную карту областей существования детерминированных и стохастических режимов однофазного преобразователя. Эта диаграмма в пространстве параметров  $\alpha$ , изменяющегося от 1 до 250 и  $U_y$  – изменяющегося от 0.01 В до 10 В, позволяет оценить топологию различных областей  $m$ -циклов, определить критическое значение коэффициента усиления пропорционального регулятора.

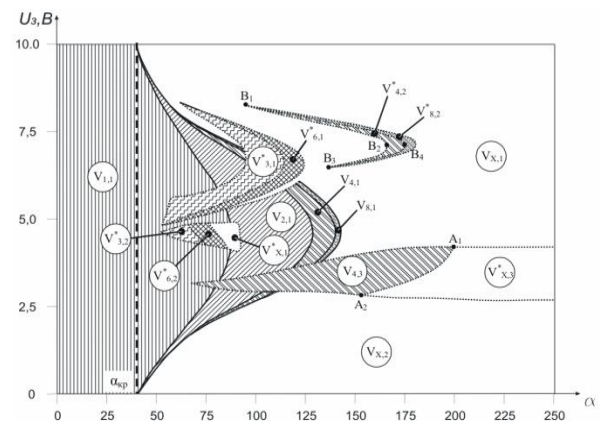


Рисунок 8 – Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма однофазного понижающего преобразователя

Здесь штриховкой и символами  $V_{m,j}$  отмечены области существования различных динамических режимов (индекс  $m$  определяет  $m$ -цикл, характерный для данной области,  $j$  – номер области на карте динамических режимов). Под  $m$ -циклом будем понимать, как в

### РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

[11], отношение частоты квантования  $f$  к частоте субгармонического режима. В частности, область  $V_{1,1}$  представляет собой область существования основного ( $m=1$ ) проектного режима. Символами  $V_{m,j}^*$  отмечены неодносвязные области  $m$ -циклов, границы которых обведены точечными контурами. Незаштрихованные области  $V_X$  – соответствуют недетерминированным режимам функционирования преобразователя ( $m \rightarrow \infty$ ). Особенностью диаграммы является преобладание по всему диапазону регулирования сценария последовательных мягких удвоений периода, представляющего собой каскад бифуркационных переходов  $V_{1,1} - V_{2,1} - V_{4,1} - V_{8,1} - \dots - V_X$ . Под мягким удвоением здесь понимается сценарий Фейгенбаума, с возникновением нового режима, амплитуда колебаний которого увеличивается плавно по мере увеличения коэффициента усиления пропорционального регулятора.

При малых значениях коэффициента усиления  $\alpha$  периодическое решение, соответствующее области  $V_{1,1}$  устойчиво и единственно. При  $\alpha > 50$  появляются области  $V_{3,1}^*$ ,  $V_{3,2}^*$  характеризующиеся жестким возникновением соответствующих периодических режимов со скачкообразным увеличением, примерно на порядок, размаха переменной составляющей выходного напряжения.

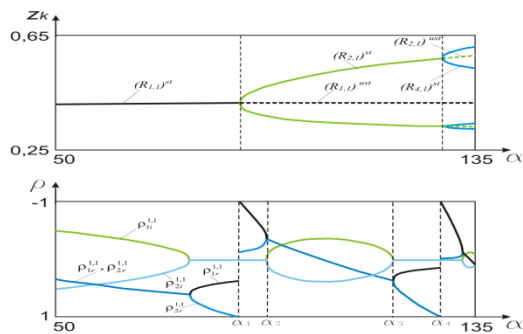


Рисунок 9 - Диаграммы изменения коэффициента заполнения и мультипликаторов основной матрицы по сценарию удвоения периода

На рисунке 9 представлен пример эволюции мультипликаторов для последовательности мягких, суперкритических бифуркаций удвоения периода установившегося решения  $V_{1,1} - V_{2,1} - V_{4,1}$  [11-12]. При малых значениях коэффициента усиления в диапазоне значений  $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$  собственные числа матрицы Якоби являются действительными, а коэффициенты заполнения равны друг другу на каждом тактовом интервале  $z_k = z_{k+1} = z_{k+2}$  и так далее. В диапазоне значений  $\alpha_2 < \alpha < \alpha_3$  мультипликаторы ( $\rho_1, \rho_2$ ) становятся ком-

плексно-сопряженными, однако перед границей устойчивости  $\alpha_4$  мнимая часть  $\rho_{1j}$  обнуляется и один из мультипликаторов  $\rho_{1r}$  пересекает границу единичного круга ( $\rho_{2r} = -1$ ), что свидетельствует о потере устойчивости проектного режима и зарождении устойчивого двухциклового режима в диапазоне  $\alpha_1 < \alpha < \alpha_4$ . При этом замкнутая система самоорганизуется так, что коэффициенты заполнения к соседних тактовых интервалах не равны друг другу:  $z_{k+1} \neq z_{k+2} \neq z_{k+3}$  и так далее, а  $z_{k+2} = z_{k+4} = z_{k+6}$  и так далее, причем  $z_{k+1} + z_{k+2} = z_k = \text{const}$ . Как видно из рисунка, все бифуркационные переходы мягкого удвоения, связаны с локальными суперкритическими бифуркациями [7], что соответствует сценарию Фейгенбаума. Общим свойством эволюции мультипликаторов по такому сценарию является монотонность изменения действительной части  $\rho_{ir}$  от +1 до -1.

Положив в системе уравнений (1-5) число фаз  $n=2$  построим двухпараметрическую бифуркационную диаграмму двухфазного преобразователя (рис. 10) при нулевых начальных условиях, на которой области существования различных режимов выделены различным цветом. Здесь расчетные параметры соответствуют таковым для однофазного преобразователя.

Область существования основного одноциклового режима  $V_{1,1}$  изменяется в диапазоне  $0 < \alpha < 140$ , то есть расширяется, по сравнению с  $n=1$  (рис. 8), более чем в два раза. Проектный одноцикловый режим ( $m=1$ ) по мере увеличения  $\alpha$  сменяется неодносвязными областями жестковозбуждаемых режимов  $V_3$  (при  $\alpha=170$ ),  $V_5$  (при  $\alpha=240$ ) и  $V_\infty$  (на рисунке выделенной белым цветом).

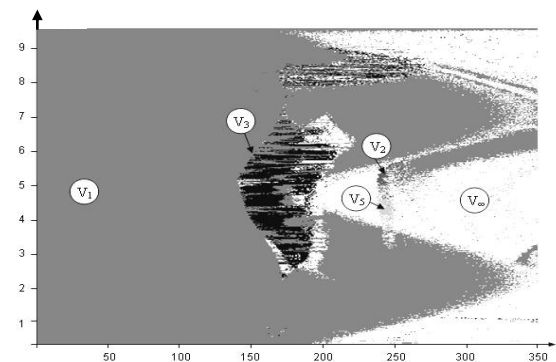


Рисунок 10 - Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма двухфазного понижающего преобразователя

Многочисленные расчеты диаграмм такого рода при ненулевых начальных условиях показывают, что и в этом случае граница су-



существования области проектного режима определяется бифуркационными процессами зарождения ветвей удвоения периода вплоть до хаотизации режимов функционирования преобразователя. Однако установить механизм потери устойчивости проектным режимом  $V_1$  возможно на основе анализа характера эволюции мультипликаторов фундаментальной матрицы [7].

Одной из основных задач анализа многофазных структур является исследование возможности равномерного распределения мощности между ячейками, поскольку обеспечение требуемого уровня надежности предполагает непрерывный мониторинг загруженности всех ячеек и перераспределение мощности в случае отключения какой либо из них. На рисунке 11 приведен пример самопроизвольного перераспределения токов между ячейками.

Можно видеть, что суммарный ток нагрузки, величиной 50 А, в интервале времени  $0 < t < 0.018$  с. равномерно распределен между двумя ячейками по 25 А, а затем одна ячейка полностью разгружается при  $t = 0.032$  с, а вторая перехватывает на себя весь ток нагрузки. Это явление неизбежно сопровождается лавинообразным развитием катастрофического отказа всей многофазной структуры преобразователя. Рассматриваемая методика позволяет обнаружить и проследить динамику подобных процессов в пространстве параметров модели и предложить пути предотвращения катастрофических явлений подобного рода.

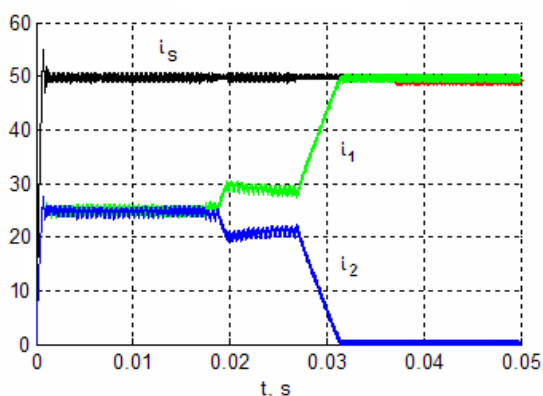


Рисунок 11 – Мгновенные значения токов фаз:  $i_1$ ,  $i_2$  – токи фаз;  $i_\Sigma$  – ток нагрузки

В качестве примера на рисунках 12 а, б, в приведены диаграммы  $z_k = f(\alpha)$ ,  $\rho = f(\alpha)$ ,  $K_n = f(\alpha)$  соответственно при нулевых начальных условиях, а на рисунках 12 г, д, е – при ненулевых. Эквивалентное значение коэффициента пульсаций выходного напряжения достигается снижением частоты квантования

каждой фазы преобразователя вдвое ( $f = 5$  кГц).

Можно видеть, что в области устойчивости проектного режима многофазного преобразователя с четным числом фаз собственные числа матрицы Якоби являются комплексно-сопряженными, действительная часть корней носит экстремальный характер, при достижении которого мнимые части обнуляются.

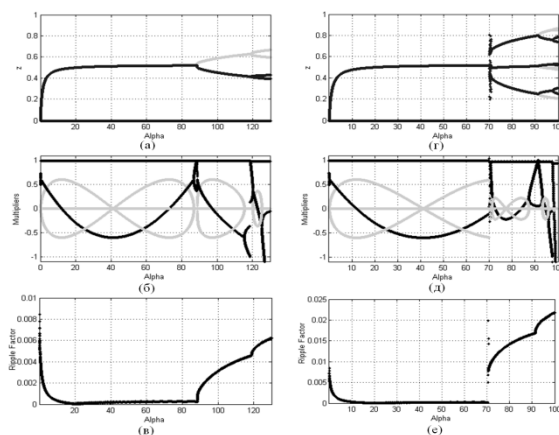


Рисунок 12 – Характер изменения коэффициентов заполнения и мультипликаторов преобразователя по сценарию удвоения периода

Можно предположить, что это новый вид мягкой бифуркации – бифуркация расхождения. Первым признаком этого может служить факт изменения действительной части комплексно-сопряженных корней  $\rho_{ir}$  от +1 до +1.

Кроме того, несмотря на внешнюю схожесть бифуркационной диаграммы коэффициентов заполнения (рис.12 а), двухцикловому режиму соответствуют фазовое расхождение этих коэффициентов, поскольку  $z_{1k} = z_{1k+1} = z_{1k+2} \dots \neq z_{2k} = z_{2k+1} = z_{2k+2}$ , а на одном тактовом интервале  $z_{1k} + z_{2k} = z_k = \text{const}$ . При больших возмущающих воздействиях (рисунок 12, г-е) потеря устойчивости проектного режима наступает при меньших значениях  $\alpha \approx 70$  и зарождение ветви жестко возбужденных режимов сопровождается квазипериодическим режимом в узком диапазоне изменения этого параметра. Кроме того, характер изменения мультипликаторов в области устойчивого существования жестко возбужденного трехциклового режима соответствует бифуркации расхождения.

### Заключение

Полученные результаты показывают различие получаемых результатов рассматриваемым методом бифуркационного анализа и традиционными методами косвенных оценок. Рассмотренный пример демонстри-

### РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

рует путь уверенного проектирования источников питания модульного типа «нормальной структуры» [11], несклонных к аномальным режимам функционирования.

#### Выводы

1. Бифуркационный анализ позволяет получить общую картину развития квазиустановившихся режимов функционирования нелинейных импульсных систем и определить области устойчивости и одновременного существования проектного и аномальных режимов.
2. В многофазных структурах источников питания модульного типа потеря устойчивости проектным режимом обусловлена новым видом бифуркации – бифуркацией расхождения, характерной чертой которой является достижение действительной частью комплексно-сопряженных корней значения +1.
3. Появление дополнительной степени свободы в математических моделях преобразователей модульного типа ставит на реальную основу достижение максимально возможных запасов устойчивости, при которых мнимые части мультипликаторов будут удерживаться около нулевого значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. [Текст] / А. М. Ляпунов / - М.-Л.: Гостехиздат, 1950. Классики естествознания. Математика, механика, физика, астрономия.
  2. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. [Текст] / Л. С. Понтрягин / - М.: Наука, 1986. - 332 с.
  3. Либенко Ю. Н., Михальченко Г. Я., Четин А. Н. Специфические возможности систем вторичного электропитания с магистрально-модульной архитектурой. [Текст] / Ю. Н. Либенко, Г. Я. Михальченко, А. Н. Четин / Доклады ТУСУРа №2 (24), часть 1, 2011. С. 264-268.
  4. Кобзев А. В. Многозонная импульсная модуляция. Теория и применение в системах преобразования электрической энергии. [Текст] / А. В. Кобзев / - Новосибирск, «Наука», 1979. 304 с.
  5. Кобзев А. В., Михальченко Г. Я., Музыченко Н. М. Модуляционные источники питания РЭА. Томск: «Радио и связь» [Текст] / А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко, Н. М. Музыченко / - Томский отдел, 1990. 336 с.
  6. Иванов А. Ю. Энергосберегающие технологии компенсации реактивной мощности и мощности искажений. [Текст] / А. Ю. Иванов, Г. Я. Михальченко, В. В. Русанов, А. В. Федотов / - Известия Томского политехнического университета. Т. 314., № 4., 2010 С. 104-110.
  7. Кобзев А. В. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей. Монография. [Текст] / А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко, А. А. Андриянов, С. Г. Михальченко / - Томск. Гос. Ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. - 224 с.
  8. Андриянов А. И., Михальченко Г. Я. Сравнительная характеристика различных видов ШИМ по топологии областей существования периодических режимов. [Текст] / А. И. Андриянов, Г. Я. Михальченко / Электричество, - 2004. № 12, С. 46-54
  9. Андриянов А. И., Михальченко Г. Я. Математическое моделирование импульсных преобразователей напряжения на базе однополярной реверсивной модуляции. [Текст] / А. И. Андриянов, Г. Я. Михальченко / Мехатроника, автоматизация и управление, - М.: -2005, № 1
  10. Tse C. K. Flip Bifurcation and Chaos in Three-State Boost Switching Regulators. [Текст] / C. K. Tse / IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Theory and Applications, Vol. CAS-41, No. 1, pp. 16-23, Jan. 1994.
  11. Баушев В. С., Жусубалиев Ж. Т. О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием. [Текст] / В. С. Баушев, Ж. Т. Жусубалиев / Электричество, - 1992. № 8. С. 47-53.
  12. Алейников О. А. Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах. [Текст] / О. А. Алейников, В. С. Баушев, А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко / Электричество, - 1991. № 4. С. 16-21.
  13. V. J. Thottuvelil, G. C. Verghese Analysis and control of paralleled dc/dc converters with current sharing. [Текст] / V. J. Thottuvelil, G. C. Verghese / IEEE Trans. Power Electron., vol. 13, pp. 635-644, July 1998.
  14. M. M. Jovanovic, D. E. Crow, F. Y. Lieu A novel, low-cost implementation of 'democratic' load-current sharing of paralleled converter modules. [Текст] / M. M. Jovanovic, D. E. Crow, F. Y. Lieu / IEEE Trans. Power Electron., vol. 11, pp. 604-611, July 1996.
  15. Y. Panov, J. Rajagopalan, F. C. Lee Analysis and design of N paralleled converters with master-slave current-sharing control. [Текст] / Y. Panov, J. Rajagopalan, / in Proc. IEEE APEC'97., 1997, pp. 436-442.
  16. H. H. C. Lu, C. K. Tse Bifurcation Behavior in Parallel-Connected Buck Converters. [Текст] / H. H. C. Lu, C. K. Tse / IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 48, pp. 233-240, Feb. 2001.
- д. т. н., **Михальченко Г. Я.**, профессор, директор НИИ Промышленной электроники Томского университета систем управления и радиоэлектроники. Тел. 8-913-853-70-73, эл. почта: kpe-tusur@yandex.ru. к. т. н., доцент **Михальченко С. Г.**, тел. 8-913-826-09-07, эл. почта: msg@ie.tusur.ru. д. т. н., профессор, **Обрусник В. П.**, заслуженный деятель науки и техники РФ, действительный член Академии инженерных наук. тел. 8-382-2-42-30-16