

РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

воляет создавать рельефно-фазовые составные и наложенные дифракционные оптические элементы для видимой области спектра. Эти же элементы будут рельефно-амплитудными в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра из-за отличий в поглощении излучения темными и светлыми зонами. Использование цветных принтерных красок позволяет создавать рельефно-амплитудно-фазовые дифракционные элементы в видимой области спектра. Это подтверждается наличием ярко выраженной дифракции первого порядка и значительным ослаблением дифракции других более высших порядков.

Составные дифракционные элементы с уменьшающейся толщиной штрихов могут быть использованы для количественного сравнения реального разрешения принтеров. Также по дифракционной картине элементов можно сделать выводы о форме и толщине краски, наносимой принтером на пленку. Кроме этого изготовленные дифракционные элементы могут быть использованы в учебных целях. Так, на кафедре физики Института оптики и оптических технологий СГГА нами предложены новые лабораторные работы по дифракционной оптике, основанные на изго-

товлении и изучении оптических свойств пленочных дифракционных элементов [4].

Работа выполнена в рамках НИР № ГР 012008.03159, поддержанной Федеральной целевой программой «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 годы)».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киноформы: технологии, новые элементы и оптические системы / Коронкевич В.П., Корольков В.П., Полещук А.Г., и др. // Автометрия. – 1989. – № 3. – С.95-102.
2. Рентгеновская оптика и микроскопия / Под ред. Г. Шмаля, Д. Рудольфа. – М.: Мир. – 1987. – 464 с.
3. Дифракционная компьютерная оптика / Под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, –2007. – 736 с.
4. Батомункуев Ю.Ц., Райхерт В.А., Харитошин Н.А., Маганакова Т.В., Дианова А.А. Разработка лабораторных работ на основе пленочных дифракционных оптических элементов // Сб. матер. междуна. научно-методич. конф. «Интеграция образовательного пространства с реальным сектором экономики». – Новосибирск, 2012. – Ч.4. – С.144-147.

К.т.н., доцент Батомункуев Ю.Ц., лаборанты Дианова А.А., Маганакова Т.В., Харитошин Н.А., инженер Райхерт В.А., Сибирская государственная геодезическая академия, кафедра физики, opttechnic@mail.ru

АБЕРРАЦИИ ДЕВЯТОГО ПОРЯДКА ВНЕОСЕВОГО ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

Ю.Ц. Батомункуев

Методом характеристической функции получены аналитические выражения aberrаций девятого порядка внеосевого объемного голограммного оптического элемента. Показано, что каждый тип aberrаций (из двадцати типов) девятого порядка складывается из aberrации внеосевого тонкого голограммного оптического элемента и объемной aberrации. В качестве примера представлены формулы первой сферической aberrации девятого порядка.

Ключевые слова: aberrации голограммы, голограммный оптический элемент.

Введение

Известно, что фокусное расстояние голограммного оптического элемента (ГОЭ) очень быстро уменьшается при увеличении рабочей длины волны [1]. При этом возрастает величина относительного отверстия ГОЭ, что приводит к росту aberrаций высших порядков. Также известно, что для тонкого ГОЭ возможно исправление сферических aberrаций третьего, пятого и седьмого порядков [1-3]. Выражения коэффициентов aberrаций высших порядков внеосевого тонкого ГОЭ представлены в [4,5]. Однако, при расчете

остаточных aberrаций высших порядков внеосевого объемного ГОЭ, например, с относительным отверстием 1:1 и более не учитываются его селективные свойства и изменение размеров [6,7].

Целью работы является получение аналитических выражений aberrаций девятого порядка внеосевого ГОЭ с учетом его селективности и изменения объема.

Аберрации девятого порядка внеосевого объемного ГОЭ. На рисунке (а) представлена рабочая схема внеосевого объемного ГОЭ, где $P_c(x_c, y_c, z_c)$ – точка предмета, а

АБЕРРАЦИИ ДЕВЯТОГО ПОРЯДКА ВНЕОСЕВОГО ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

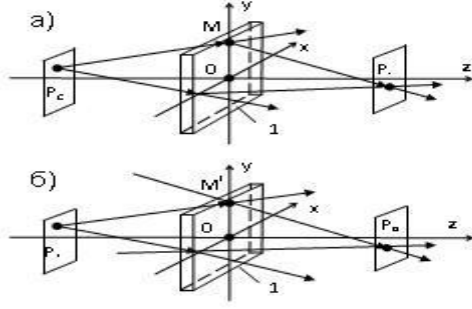


Рисунок – Рабочая схема (а) и схема записи (б) внеосевого объемного ГОЭ.

$P_i(x_i, y_i, z_i)$ – соответствующая ей точка изображения, $M(x, y, z)$ – произвольная точка объема ГОЭ. Ось Oz декартовой системы координат на рисунке является оптической осью и направлена перпендикулярно поверхностям ГОЭ. Плоскость координат xOy проходит через центр ГОЭ. На рисунке (б) представлена схема записи внеосевого объемного ГОЭ опорной и объектной сферическими волнами, где $P_i(x_i, y_i, z_i)$ – точечный источник опорной (референтной) волны, $P_o(x_o, y_o, z_o)$ – точечный источник объектной волны, $M'(m_x, m_y, m_z)$ – точка объема ГОЭ при записи, соответствующая точке $M(x, y, z)$ при использовании ГОЭ (m_x, m_y, m_z – коэффициенты изменения объема ГОЭ вдоль соответственно осей Ox, Oy, Oz декартовой системы координат). Расстояния, указанные в рабочей схеме, обозначим $P_c M = l_c$, $M P_o = l_o$. Расстояния, указанные в схеме записи, обозначим $P_i M' = l_i$, $M' P_o = l_o$. Для внеосевого объемного ГОЭ характеристическая функция $V(x, y, z)$ имеет вид [3, 7]

$$V(x, y, z) = l_c - z_c \pm (l_i - z_i) - k(l_i - z_i \pm (l_o - z_o)) \left(\frac{n_o \lambda_c}{n_c \lambda_o} \right),$$

где n_o и n_c – соответственно начальное и среднее конечное значения показателя преломления, λ_o – длина волны лазера, используемого при записи, λ_c – рабочая длина волны, k – порядок дифракции.

Верхний знак “плюс” в выражениях для $V(x, y, z)$, $m(x, y, z)$ и в последующих выражениях соответствует отражательным объемным ГОЭ, а нижний знак “минус” – пропускающим объемным ГОЭ.

В силу пространственной и угловой селективности объемных ГОЭ практический интерес представляет случай, когда в выражениях расстояний l_j величины x_j/z_j , y_j/z_j , x/z_j , y/z_j , z/z_j ($j = r, o, c, i$) будут много меньше единицы. Разлагая выражения расстояний l_j в ряд по этим величинам малости и подставляя в характеристическую функцию объемного

ГОЭ, можно представить $V(x, y, z)$ в виде суммы

$$V(x, y, z) = V_{1r}(x, y) + V_{3r}(x, y) + V_{5r}(x, y) + V_{7r}(x, y) + V_{9r}(x, y) + V_{1v}(x, y, z) + V_{3v}(x, y, z) + V_{5v}(x, y, z) + V_{7v}(x, y, z) + V_{9v}(x, y, z),$$

где $V_{1r}(x, y)$, $V_{3r}(x, y)$, $V_{5r}(x, y)$, $V_{7r}(x, y)$, $V_{9r}(x, y)$ – члены разложения, характеризующие aberrации соответственно первого, третьего, пятого, седьмого и девятого порядков внеосевого тонкого ГОЭ, $V_{1v}(x, y, z)$, $V_{3v}(x, y, z)$, $V_{5v}(x, y, z)$, $V_{7v}(x, y, z)$, $V_{9v}(x, y, z)$ – члены разложения, характеризующие объемные aberrации соответственно первого, третьего, пятого, седьмого и девятого порядков. Аналитические выражения членов разложения $V_{9r}(x, y)$, $V_{9v}(x, y, z)$, содержащих двадцать типов aberrаций девятого порядка, имеют вид

$$V_{9r}(x, y, z) = 7(S_{1000}x^{10} + 5S_{820}x^8y^2 + 10S_{640}x^6y^4 + 10S_{460}x^4y^6 + 5S_{280}x^2y^8 + S_{0100}y^{10}) / 256 + 35(S_{800}x^8 + 4S_{620}x^6y^2 + 6S_{440}x^4y^4 + 4S_{260}x^2y^6 + S_{080}y^8) / 256 + 35(S_{600}x^6 + 4S_{420}x^4y^2 + 4S_{240}x^2y^4 + S_{060}y^6) / 128 + 35(S_{400}x^4 + 2S_{220}x^2y^2 + S_{040}y^4) / 128 - 35(C_{900}x^9 + C_{810}x^8y + 4C_{720}x^7y^2 + 4C_{630}x^6y^3 + 6C_{540}x^5y^4 + 6C_{450}x^4y^5 + 4C_{360}x^3y^6 + 4C_{270}x^2y^7 + C_{180}xy^8 + C_{090}y^9) / 256 - 35(C_{700}x^7 + C_{610}x^6y + 3C_{520}x^5y^2 + 3C_{430}x^4y^3 + 3C_{340}x^3y^4 + 3C_{250}x^2y^5 + C_{160}xy^6 + C_{070}y^7) / 32 - 105(C_{500}x^5 + C_{410}x^4y + 2C_{320}x^3y^2 + 2C_{230}x^2y^3 + C_{140}xy^4 + C_{050}y^5) / 64 - 35(C_{300}x^3 + C_{210}x^2y + C_{120}xy^2 + C_{030}y^3) / 32 + 35(A_{200}x^2 + 2A_{110}xy + A_{020}y^2) / 32 + 35(E_{200}x^2 + E_{020}y^2) / 256 - 35(D_{100}x + D_{010}y) / 128 + 35(P_{800}x^8 + 2P_{710}x^7y + P_{620}x^6y^2 + 6P_{530}x^5y^3 + 3P_{440}x^4y^4 + 6P_{350}x^3y^5 + P_{260}x^2y^6 + 2P_{170}xy^7 + P_{080}y^8) / 32 + 105(P_{600}x^6 + 2P_{510}x^5y + P_{420}x^4y^2 + 4P_{330}x^3y^3 + P_{240}x^2y^4 + 2P_{150}xy^5 + P_{060}y^6) / 32 + 35(Q_{600}x^6 + 4Q_{510}x^5y + Q_{420}x^4y^2 + 4Q_{330}x^3y^3 + Q_{240}x^2y^4 + 4Q_{150}xy^5 + Q_{060}y^6) / 16 + 105(P_{400}x^4 + 2P_{310}x^3y + P_{220}x^2y^2 + 2P_{130}xy^3 + P_{040}y^4) / 32 - 35(P_{700}x^7 + 3P_{610}x^6y + P_{520}x^5y^2 + P_{430}x^4y^3 + 3P_{340}x^3y^4 + P_{250}x^2y^5 + 3P_{160}xy^6 + P_{070}y^7) / 16 - 35(P_{500}x^5 + 3P_{410}x^4y + P_{320}x^3y^2 + P_{230}x^2y^3 + 3P_{140}xy^4 + P_{050}y^5) / 8 - 7(Z_{500}x^5 + 5Z_{410}x^4y + 10Z_{320}x^3y^2 + 10Z_{230}x^2y^3 + 5Z_{140}xy^4 + Z_{050}y^5) / 8 + 35(Z_{400}x^4 + 4Z_{310}x^3y + 6Z_{220}x^2y^2 + 4Z_{130}xy^3 + Z_{040}y^4) / 16 - 35(Z_{300}x^3 + 3Z_{210}x^2y + 3Z_{120}xy^2 + Z_{030}y^3) / 16,$$

РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

$$\begin{aligned}
 V_{9v}(x, y, z) = & 63(S_{1001}x^{10} + 5S_{821}x^8y^2 + 10S_{641}x^6y^4 + \\
 & + 10S_{461}x^4y^6 + 5S_{281}x^2y^8 + S_{0101}y^{10})z / 256 + \\
 & + 315(S_{801}x^8 + 4S_{621}x^6y^2 + 6S_{441}x^4y^4 + 4S_{261}x^2y^6 + \\
 & + S_{081}y^8)z / 256 + 315(S_{601}x^6 + 4S_{421}x^4y^2 + \\
 & + 4S_{241}x^2y^4 + S_{061}y^6)z / 128 + 315(S_{401}x^4 + \\
 & + 2S_{221}x^2y^2 + S_{041}y^4)z / 128 - 315(C_{901}x^9 + \\
 & + C_{811}x^8y + 4C_{721}x^7y^2 + 4C_{631}x^6y^3 + 6C_{541}x^5y^4 + \\
 & + 6C_{451}x^4y^5 + 4C_{361}x^3y^6 + 4C_{271}x^2y^7 + C_{181}xy^8 + \\
 & + C_{091}y^9)z / 256 - 315(C_{701}x^7 + C_{611}x^6y + 3C_{521}x^5y^2 + \\
 & + 3C_{431}x^4y^3 + 3C_{341}x^3y^4 + 3C_{251}x^2y^5 + C_{161}xy^6 + \\
 & + C_{071}y^7)z / 32 - 945(C_{501}x^5 + C_{411}x^4y + 2C_{321}x^3y^2 + \\
 & + 2C_{231}x^2y^3 + C_{141}xy^4 + C_{051}y^5)z / 64 - 315(C_{301}x^3 + \\
 & + C_{211}x^2y + C_{121}xy^2 + C_{031}y^3)z / 32 + 315(A_{201}x^2 + \\
 & + 2A_{111}xy + A_{021}y^2)z / 32 + 315(E_{201}x^2 + \\
 & + E_{021}y^2)z / 256 - 315(D_{101}x + D_{011}y)z / 128 + \\
 & + 315(P_{801}x^8 + 2P_{711}x^7y + P_{621}x^6y^2 + 6P_{531}x^5y^3 + \\
 & + 3P_{441}x^4y^4 + 6P_{351}x^3y^5 + P_{261}x^2y^6 + 2P_{171}xy^7 + \\
 & + P_{081}y^8)z / 32 + 945(P_{601}x^6 + 2P_{511}x^5y + P_{421}x^4y^2 + \\
 & + 4P_{331}x^3y^3 + P_{241}x^2y^4 + 2P_{151}xy^5 + P_{061}y^6)z / 32 + \\
 & + 315(Q_{601}x^6 + 4Q_{511}x^5y + Q_{421}x^4y^2 + 4Q_{331}x^3y^3 + \\
 & + Q_{241}x^2y^4 + 4Q_{151}xy^5 + Q_{061}y^6)z / 16 + 945(P_{401}x^4 + \\
 & + 2P_{311}x^3y + P_{221}x^2y^2 + 2P_{131}xy^3 + P_{041}y^4)z / 32 - \\
 & - 315(P_{701}x^7 + 3P_{611}x^6y + P_{521}x^5y^2 + P_{431}x^4y^3 + \\
 & + 3P_{341}x^3y^4 + P_{251}x^2y^5 + 3P_{161}xy^6 + P_{071}y^7)z / 16 - \\
 & - 315(P_{501}x^5 + 3P_{411}x^4y + P_{321}x^3y^2 + P_{231}x^2y^3 + \\
 & + 3P_{141}xy^4 + P_{051}y^5)z / 8 - 7(Z_{501}x^5 + 5Z_{411}x^4y + \\
 & + 10Z_{321}x^3y^2 + 10Z_{231}x^2y^3 + 5Z_{141}xy^4 + Z_{051}y^5)z / 8 + \\
 & + 315(Z_{401}x^4 + 4Z_{311}x^3y + 6Z_{221}x^2y^2 + 4Z_{131}xy^3 + \\
 & + Z_{041}y^4)z / 16 - 315(Z_{301}x^3 + 3Z_{211}x^2y + 3Z_{121}xy^2 + \\
 & + Z_{031}y^3)z / 16,
 \end{aligned}$$

Для внеосевого объемного ГОЭ условие его локальной селективности можно представить в сагиттальной плоскости в виде

$$V_{1v}(x, 0, z) + V_{3v}(x, 0, z) + V_{5v}(x, 0, z) + V_{7v}(x, 0, z) + \\
 + V_{9v}(x, 0, z) \leq \xi_x \lambda_c / 2\pi,$$

в меридиональной плоскости в виде

$$V_{1v}(x, y, z) + V_{3v}(x, y, z) + V_{5v}(x, y, z) + V_{7v}(x, y, z) + \\
 + V_{9v}(x, y, z) \leq \xi_y \lambda_c / 2\pi,$$

где параметры расстройки $\xi_x = \xi_x(x, y, z)$ и $\xi_y = \xi_y(x, y, z)$ характеризуют локальные величины отклонения от условий дифракции Брэгга. Из этих условий локальной селективности определяется размер объема ГОЭ, в котором эффективно происходит дифракция падающей световой волны [8].

Выражения для геометрических aberrаций Δx , Δy точек изображения могут быть определены по известным формулам [3]

$$\Delta x = z_i (\partial V(x, y, z) / \partial x),$$

$$\Delta y = z_i (\partial V(x, y, z) / \partial y).$$

При этом каждый из двадцати типов геометрических aberrаций девятого порядка Δx , Δy представляется в виде суммы двух компонентов – aberrаций внеосевого тонкого ГОЭ и, собственно, объемных aberrаций. При этом объемная aberrация прямо пропорциональна толщине ГОЭ, задаваемой координатой z . Изменение размеров ГОЭ учитывается коэффициентами m_x , m_y , m_z . Например, для первой сферической aberrации девятого порядка получаем

$$\begin{aligned}
 \Delta x = & (35(S_{1000} + 9zS_{1001})x^9 + 140(S_{820} + \\
 & + 9zS_{821})x^7y^2 + 210(S_{640} + 9zS_{641})x^5y^4 + 140(S_{460} + \\
 & + 9zS_{461})x^3y^6 + 35(S_{280} + 9zS_{281})xy^8) / 128,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta y = & (35(S_{820} + 9zS_{821})x^8y + 140(S_{640} + \\
 & + 9zS_{641})x^6y^3 + 210(S_{460} + 9zS_{461})x^4y^5 + 140(S_{280} + \\
 & + 9zS_{281})x^2y^7 + 35(S_{0100} + 9zS_{0101})y^9) / 128.
 \end{aligned}$$

В явном виде коэффициенты S_{ijk} и другие коэффициенты aberrаций девятого порядка в $V9t(x, y)$, $V9v(x, y, z)$ могут быть представлены в виде

$$S_{ijk} = 1 / z_c^{9+k} \pm 1 / z_i^{9+k} - (k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(1 / z_r^{9+k} \pm \\
 \pm 1 / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 1000; 1001; 0100; 0101; 820; 821, 280, 281, 640, 641, 460, 461;$

$$\begin{aligned}
 S_{ijk} = & (x_c^2 + y_c^2)^{(10-i-j)/2} / z_c^{9+k} \pm (x_i^2 + y_i^2)^{(10-i-j)/2} / z_i^{9+k} - \\
 & - (k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + y_r^2)^{(10-i-j)/2} / z_r^{9+k} \pm \\
 & \pm (x_o^2 + y_o^2)^{(10-i-j)/2} / z_o^{9+k}),
 \end{aligned}$$

где $ijk = 800; 801; 080; 081; 620; 621, 260, 261, 440, 441;$

$$\begin{aligned}
 C_{ijk} = & x_c(x_c^2 + y_c^2)^{(9-i-j)/2} / z_c^{9+k} \pm x_i(x_i^2 + \\
 & + y_i^2)^{(9-i-j)/2} / z_i^{9+k} - (k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r(x_r^2 + \\
 & + y_r^2)^{(9-i-j)/2} / z_r^{9+k} \pm x_o(x_o^2 + y_o^2)^{(9-i-j)/2} / z_o^{9+k}),
 \end{aligned}$$

где $ijk = 900; 901; 720; 721; 540; 541; 360; 361; 180; 181; 700; 701; 520; 521; 340; 341; 160; 161; 500; 501; 320; 321; 140; 141; 300; 301; 120; 121;$

$$\begin{aligned}
 C_{ijk} = & y_c(x_c^2 + y_c^2)^{(9-i-j)/2} / z_c^{9+k} \pm y_i(x_i^2 + \\
 & + y_i^2)^{(9-i-j)/2} / z_i^{9+k} - (k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(y_r(x_r^2 + \\
 & + y_r^2)^{(9-i-j)/2} / z_r^{9+k} \pm y_o(x_o^2 + y_o^2)^{(9-i-j)/2} / z_o^{9+k}),
 \end{aligned}$$

где $ijk = 090; 091; 270; 271; 450; 451; 630; 631; 810; 811; 070; 071; 250; 251; 430; 431; 610; 611; 050; 051; 230; 231; 410; 411; 030; 031; 210; 211;$

АБЕРРАЦИИ ДЕВЯТОГО ПОРЯДКА ВНЕОСЕВОГО ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА

$$\begin{aligned}
 A_{ijk} &= x_c^i y_c^j (x_c^2 + y_c^2)^3 / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^j (x_i^2 + y_i^2)^3 / z_i^{9+k} - \text{ где } ijk = 440; 441; \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^j (x_r^2 + y_r^2)^3 / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm x_o^i y_o^j (x_o^2 + y_o^2)^3 / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 200; 201; 020; 021; 110; 111; \\
 E_{ijk} &= (x_c^2 + y_c^2)^3 / z_c^{9+k} \pm (x_i^2 + y_i^2)^3 / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + y_r^2)^3 / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (x_o^2 + y_o^2)^3 / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 200; 201; 020; 021; \\
 D_{ijk} &= x_c^i y_c^j (x_c^2 + y_c^2)^4 / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^j (x_i^2 + y_i^2)^4 / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^j (x_r^2 + y_r^2)^4 / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm x_o^i y_o^j (x_o^2 + y_o^2)^4 / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 100; 101; 010; 011; \\
 Z_{ijk} &= x_c^i y_c^j (x_c^2 + y_c^2)^{5-i-j} / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^j (x_i^2 + \\
 &\quad + y_i^2)^{5-i-j} / z_i^{9+k} - (k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^j (x_r^2 + \\
 &\quad + y_r^2)^{5-i-j} / z_r^{9+k} \pm x_o^i y_o^j (x_o^2 + y_o^2)^{5-i-j} / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 500; 501; 410; 411; 320; 321; 230; 231; \\
 &140; 141; 050; 051; 400; 401; 310; 311; 220; \\
 &221; 130; 131; 040; 041; 300; 301; 210; 211; \\
 &120; 121; 030; 031; \\
 P_{ijk} &= x_c^{i-6} y_c^j / z_c^{9+k} \pm x_i^{i-6} y_i^j / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^{i-6} y_r^j / z_r^{9+k} \pm x_o^{i-6} y_o^j / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 800; 801; \\
 P_{ijk} &= x_c^i y_c^{j-6} / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^{j-6} / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^{j-6} / z_r^{9+k} \pm x_o^i y_o^{j-6} / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 080; 081; \\
 P_{ijk} &= x_c y_c / z_c^{9+k} \pm x_i y_i / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r y_r / z_r^{9+k} \pm x_o y_o / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 710; 711; 530; 531; 350; 351; 170; 171; \\
 P_{ijk} &= (3x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm (3x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((3x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (3x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 620; 621; \\
 P_{ijk} &= (x_c^2 + 3y_c^2) / z_c^{9+k} \pm (x_i^2 + 3y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + 3y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (x_o^2 + 3y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 260; 261; \\
 P_{ijk} &= (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 P_{ijk} &= x_c^{i-4} y_c^j / z_c^{9+k} \pm x_i^{i-4} y_i^j / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^{i-4} y_r^j / z_r^{9+k} \pm x_o^{i-4} y_o^j / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 700; 701; 610; 611; \\
 P_{ijk} &= x_c^i y_c^{j-4} / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^{j-4} / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^{j-4} / z_r^{9+k} \pm x_o^i y_o^{j-4} / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 070; 071; 160; 161; \\
 P_{ijk} &= (3x_c y_c^2 + 2x_c^3) / z_c^{9+k} \pm (3x_i y_i^2 + 2x_i^3) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((3x_r y_r^2 + 2x_r^3) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (3x_o y_o^2 + 2x_o^3) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 520; 521; \\
 P_{ijk} &= (3x_c^2 y_c + 2y_c^3) / z_c^{9+k} \pm (3x_i^2 y_i + 2y_i^3) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((3x_r^2 y_r + 2y_r^3) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (3x_o^2 y_o + 2y_o^3) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 250; 251; \\
 P_{ijk} &= (6x_c^2 y_c + y_c^3) / z_c^{9+k} \pm (6x_i^2 y_i + y_i^3) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((6x_r^2 y_r + y_r^3) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (6x_o^2 y_o + y_o^3) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 430; 431; \\
 P_{ijk} &= (6x_c y_c^2 + x_c^3) / z_c^{9+k} \pm (6x_i y_i^2 + x_i^3) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((6x_r y_r^2 + x_r^3) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (6x_o y_o^2 + x_o^3) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 340; 341; \\
 P_{ijk} &= x_c^{i-4} y_c^j (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm x_i^{i-4} y_i^j (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^{i-4} y_r^j (x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm x_o^{i-4} y_o^j (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 600; 601; 510; 511; \\
 P_{ijk} &= x_c^i y_c^{j-4} (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^{j-4} (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^{j-4} (x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm x_o^i y_o^{j-4} (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 060; 061; 150; 151; \\
 P_{ijk} &= (2x_c^2 + y_c^2)(x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (2x_i^2 + y_i^2)(x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((2x_r^2 + y_r^2)(x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (2x_o^2 + y_o^2)(x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}), \\
 \text{где } ijk &= 420; 421; \\
 P_{ijk} &= (x_c^2 + 2y_c^2)(x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (x_i^2 + 2y_i^2)(x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\
 &\quad -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + 2y_r^2)(x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\
 &\quad \pm (x_o^2 + 2y_o^2)(x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),
 \end{aligned}$$

РАЗДЕЛ III. КОМПОНЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

где $ijk = 240; 241$;

$$P_{ijk} = Q_{ijk} = x_c y_c (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm x_i y_i (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r y_r (x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm x_o y_o (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 330; 331$;

$$Q_{ijk} = x_c^{i-2} y_c^j / z_c^{9+k} \pm x_i^{i-2} y_i^j / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^{i-2} y_r^j / z_r^{9+k} \pm x_o^{i-2} y_o^j / z_o^{9+k}), \\ \text{где } ijk = 600; 601; 510; 511;$$

$$Q_{ijk} = x_c^i y_c^{j-2} / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^{j-2} / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^{j-2} / z_r^{9+k} \pm x_o^i y_o^{j-2} / z_o^{9+k}), \\ \text{где } ijk = 060; 061; 150; 151;$$

$$Q_{ijk} = (6x_c^2 y_c^2 + x_c^4) / z_c^{9+k} \pm (6x_i^2 y_i^2 + x_i^4) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((6x_r^2 y_r^2 + x_r^4) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm (6x_o^2 y_o^2 + x_o^4) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 420; 421; 240; 241$;

$$P_{ijk} = x_c^{i-2} y_c^j (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm x_i^{i-2} y_i^j (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^{i-2} y_r^j (x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm x_o^{i-2} y_o^j (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 500; 501; 410; 411; 400; 401; 310; 311$;

$$P_{ijk} = x_c^i y_c^{j-2} (x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm x_i^i y_i^{j-2} (x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)(x_r^i y_r^{j-2} (x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm x_o^i y_o^{j-2} (x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 050; 051; 140; 141; 040; 041; 130; 131$;

$$P_{ijk} = (x_c^3 + 3x_c y_c^2)(x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm \\ \pm (x_i^3 + 3x_i y_i^2)(x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^3 + 3x_r y_r^2)(x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm (x_o^3 + 3x_o y_o^2)(x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 320; 321$;

$$P_{ijk} = (x_c^3 + 3x_c^2 y_c)(x_c^2 + y_c^2) / z_c^{9+k} \pm \\ \pm (x_i^3 + 3x_i^2 y_i)(x_i^2 + y_i^2) / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^3 + 3x_r^2 y_r)(x_r^2 + y_r^2) / z_r^{9+k} \pm \\ \pm (x_o^3 + 3x_o^2 y_o)(x_o^2 + y_o^2) / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 230; 231$;

$$P_{ijk} = (x_c^2 + y_c^2)^3 / z_c^{9+k} \pm (x_i^2 + y_i^2)^3 / z_i^{9+k} - \\ -(k\mu / m_x^i, m_y^j, m_z^k)((x_r^2 + y_r^2)^3 / z_r^{9+k} \pm \\ \pm (x_o^2 + y_o^2)^3 / z_o^{9+k}),$$

где $ijk = 220; 221$.

Выводы

Таким образом, разложением характеристической функции получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать aberrации девятого порядка внеосевого объемного ГОЭ, с учетом его селективности и изменения размеров. Показано, что каждый из двадцати типов aberrаций девятого порядка складывается из aberrации внеосевого тонкого ГОЭ и объемной aberrации. При этом объемная aberrация в первом приближении линейно зависит от толщины ГОЭ. В качестве примера представлены аналитические выражения первой сферической aberrации девятого порядка. Полученные результаты применимы для внеосевой зонной пластины Френеля с таким же фокусным расстоянием на рабочей длине волны.

Работа выполнена в рамках НИР № ГР 012008.03159, поддержанной Федеральной целевой программой «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 годы)».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meier R.W. Magnification and third-order aberration in holography // JOSA. – 1965. – V.55. – P. 987-992.
2. Latta J.N. Fifth-order hologram aberrations // Appl. Optics. – 1971. – V. 10, N.3. – P. 666-667.
3. Ган М.А. Теория и методы расчета голограммных и киноформных оптических элементов. – Л., ГОИ. 1984. – 140 с.
4. Mehta P.S., Rao K., Syam Sunder, Hradaynath R. Higher order aberrations in holographic lenses / Appl. Opt. – 1982. – V.21, №24. – P. 4553-4558.
5. Rebordão J.M. General form for aberration coefficients in holography // J. Opt. Soc. Am. A. – 1984. – V.1. N. 7. – P. 788-790.
6. Forshaw M.R.B. The imaging properties and aberrations of thick transmission holograms // Opt. Acta. – 1973. – V. 20, № 9. – P. 669-686.
7. Батомункуев Ю.Ц., Сандер Е.А., Шойдин С.А. Aberrации объемных голограмм // Тез. Всесоюз. семинара "Автоматизация проектирования оптических систем"(26 - 28 октября 1988 г. Москва). – М., 1989. – С.101-112.
8. Батомункуев Ю.Ц. Aberrации высших порядков объемного голограммного оптического элемента // Сб. материалов VIII Международного научного конгресса и выставки «Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012». – 2012. – Т.2. – С.10-21.

К.т.н., доцент **Батомункуев Ю.Ц.** - Сибирская государственная геодезическая академия, кафедра физики, opttechnic@mail.ru