4. Представленное решение позволяет использовать для котла ПК-40 две растопочные горелки с дезинтеграторами производительностью по топливу до 1.5-2 т/час.

5. Полученные данные могут использоваться для подготовки Технической документация системы безмазутного розжига котла ПК-40.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Чернецкий М.Ю., Суржикова Н.С. Математическая модель процессов аэродинамики и теплообмена в пылеугольных топочных устройствах // Тепловые процессы в технике.- 2011.- Т. 3, № 3.- С. 140-144.

2 Karpenko E.I., Messerle V.E., Ustimenko A.B. Mathematical model of the processes of ignition, combustion, and gasification of the pulverized coal fuel in the electric arc devices // Thermophysics and Aeromechanics.- 1995.- Vol. 2, No. 2.- P. 151−165.

3 Magnussen, B.F., and Hjertager, B.W., On the structure of turbulence and a generalised eddy dissipation concept for chemical reaction in turbulent flow // 19th AIAA Aerospace Meeting (1981), St. Louis, USA.

4 Чернецкий М.Ю., Дектерев А.А. Математическая модель процессов теплообмена и горения пылеугольного топлива при факельном сжигании // Физика горения и взрыва.- 2011.- № 3.- С. 37-46.

5 Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб.- СПб.: Судостроение, 2005.- 392 с.

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

Бурдуков А.П.[1]*, д.т.н., проф., главный научный сотрудник,*
e-mail: dekterev@mail.ru
Чернецкий М.Ю.[1]*, к.т.н., инженер,*
e-mail: Micch@yandex.ru
Дектерев А.А.[1]*, к.т.н., с.н.с., старший научный сотрудник,*
e-mail: dekterev@mail.ru
Чернецкая Н.С.[2]*, аспирант,*
e-mail: n_surzhikova@inbox.ru
[1] *ФГБУН Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН, 630090, Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1, тел. (8391) 2494726*
[2] *Политехнический институт ФГАОУ ВПО «Сибирский Федеральный университет», 660074, Красноярск, ул. Киренского, 26, тел. (8391) 2494726 .*

УДК 535.529: 541.64

ПОСТАНОВКА МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ СКОРОСТИ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ НА ГРАНИЦЕ

М.А. Макарова, И.Г. Пышнограй, Г.В. Пышнограй, Ю.А. Алтухов, И.Э. Головичёва, Ю.Б. Трегубова, И.В. Третьяков, Г.Л. Афонин, Х.Н.А. Аль Джода

Предложены пути для построения методики моделирования течения сплошной среды в каналах с заданной микрогеометрией неровностей поверхности стенок, включающей мезоскопическое описание граничных условий по скорости и давлению на основе метода расщепления по физическим процессам.

Ключевые слова: мезоскопический подход, численные методы, механика сплошных сред, параллельные вычисления, микрогеометрия, шероховатость.

Описание течения сплошных сред в областях, ограниченных твёрдыми непроницаемыми стенками - течения в каналах и микроканалах, гидродинамической теории смазки и т.д. – требует задания граничных условий для скорости жидкости на границе. Обычно это условия прилипания – задание нулевых касательной и нормальной компонент скорости относительно твёрдой стенки. Для макроскопических масштабов такое приближение во многих случаях вполне удовлетворительно, но для микроскопических масштабов из-за возможного скольжения жидкости относительно стенки такое приближение иногда должно быть пересмотрено [1]. Существование скольжения жидкости относительно твёрдой стенки установлено во многих экспериментах и процессах [2-7], где необходимо учитывать микромасштабы связанные как с геометрией расчётной области, так и с пространственными масштабами описываемых процессов.

При течении жидкости в микроканалах с развитой шероховатостью, когда отношение площади поверхности канала к объёму становится большим, необходим учёт влияния шероховатости на поток. Однако наши представления ограничены как трудностью экспериментального исследования этих процессов, так и отсутствием достаточно точной теории, описывающей влияние шероховатости стенок на течение гидрофобных и гидрофильных текучих сред в различных устройствах.

Рассмотрим основные подходы, применяемые в настоящее время для теоретического описания течения как в узких, так и сравнительно широких каналах с шероховатыми стенками. Эти подходы являются основой моделирования процессов в микроканалах и позволяют моделировать течение жидкостей и взаимодействие поверхностей, разделённых тонким слоем жидкости, трение, гидродинамическое сопротивление каналов и т.д.

В каналах могут реализовываться различные режимы течения. Если поверхности разделены толстым слоем жидкости и степень шероховатости невелика, то поверхности могут рассматриваться как гладкие. При большой скорости потока (числа Re велики) для описания турбулентного течения могут быть использованы методы вычислительной гидродинамики (CFD) с соответствующим законом стенки и учётом шероховатости.

Для малых чисел Рейнольдса возможно изучение влияния микроструктуры поверхности на основе уравнений Навье-Стокса или в приближении Стокса, что дополнительно требует некоторую физическую модель, описывающую влияние шероховатости на поток. В любом случае результатом исследования будет описание взаимодействия жидкость - твёрдая стенка в пристенной области и, в конечном счёте, описание особенностей течения в каналах с учётом шероховатости.

Если толщина слоя мала – применимо приближение тонкой пленки – то уравнения движения и неразрывности могут быть сведены к уравнениям Рейнольдса.

Для узких каналов поверхностная шероховатость становится важной при описании течения. Уравнения Рейнольдса применимы до тех пор, пока высота неровностей поверхности меньше других макроскопических пространственных масштабов.

Учитывая, что реальная геометрия шероховатости не может быть введена в компьютерный эксперимент, исследователи используют некоторые методы “гомогенизации”, позволяющие некоторым интегральным образом учесть шероховатость поверхности. Этот фактор однажды рассчитывается для конкретной поверхности и далее может использоваться для учёта влияния шероховатости на течение в каналах.

Движение сплошной среды в гидродинамической теории может описываться различными уравнениями, зависящими от принятых физических моделей. В общем случае описание опирается на системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, исследование которых часто довольно затруднительно. Тогда пытаются перейти к более простым моделям, пренебрегая некоторыми членами уравнений, которые слабо влияют на искомое решение.

В задачах, связанных с течением в узких каналах часто сдвиговые напряжения велики, а инерционные и конвективные слагаемые в уравнениях движения малы, поэтому вполне реалистичной оказывается модель

$$\nabla p = h \nabla^2 u , \qquad (1)$$

которая известна как модель Стокса. Эта модель применяется для описания ползущих течений с большой вязкостью и малыми скоростями, характерными для задач гидродинамической теории смазки.

Модель Рейнольдса получена в 1978 г. (Cheng и Patir) для исследования влияния шероховатости поверхности в теории смазки. На рисунке 1 приведена геометрия области, где исследуется течение между двумя движущимися шероховатыми поверхностями. Локальная толщина слоя

$$h_T = h + d_1 + d_2 , \qquad (2)$$

где h – номинальная толщина слоя, определяемая как расстояние между средними уровнями 2-х поверхностей, δ_1 и δ_2 - случайные амплитуды шероховатости.

Классическое уравнение Рейнольдса, определяющее локальное давление имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h_T^3}{12m}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h_T^3}{12m}\frac{\partial p}{\partial y}\right)=\frac{U_1+U_2}{2}\frac{\partial h_T}{\partial x}+\frac{\partial h_T}{\partial t} . \qquad (3)$$

На основе этого уравнения вычисляются так называемые “flow factors” и изучается влияние микроструктуры поверхности на гидродинамику потока между гладкими и шероховатыми стенками, причём шероховатость задаётся и учитывается различными способами.

Наряду с уравнением Рейнольдса, описание течений вблизи шероховатых стенок дополнительно опирается на результаты, полученные на основе двух подходов:

1) “гомогенизацию” сложной случайной структуры поверхности - приведение её к некоторой регулярной структуре;

2) постановке условий скольжения для тангенциальной компоненты скорости потока на твёрдой границе области или на некоторой подходящим образом выбранной поверхности.

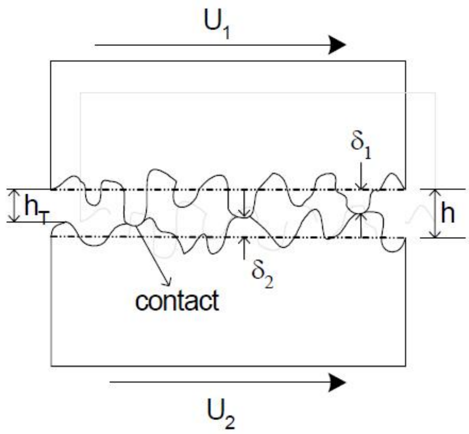

Рисунок 1 - Геометрия течения в тонком слое

Соответствующим образом выбранные параметры моделей, сформулированные в рамках таких подходов, дают при этом адекватное описание течения в каналах с заданной шероховатостью.

Рассмотрим типичное применение упомянутых выше подходов при описании течения в микроканалах с развитой шероховатостью [8].

В настоящее время все известные теории описания шероховатости содержат, по крайней мере, один эмпирический параметр [9], что приводит к вопросу о постановке подходящего граничного условия для скорости жидкости на поверхности. При этом полезными оказываются представления о проскальзывании жидкости на стенке, сформулированные Навье в виде

$$v(x=0) = b\,\frac{\partial v}{\partial x}, \qquad (4)$$

где v – скорость на стенке, а ось координат x нормальна к стенке; коэффициент пропорциональности b - длина проскальзывания.

Этот коэффициент в общем случае зависит от многих неизвестных величин и может играть роль эмпирического параметра, учитывающего частично влияние шероховатости стенки на гидродинамику течения. Это влияние исследовалось многими авторами [10-15].

Полученные данные противоречивы, но, видимо, полезны для дальнейшего развития использованных в работах представлений.

Типичное значение длины проскальзывания, полученное в экспериментах в сходящихся течениях между гладкими поверхностями, порядка 10 нм [16-20].

Рассматривается течение Пуазейля между двумя бесконечными шероховатыми поверхностями (рисунок 2), причём моделирование напорного течения проводится с использованием 3D решёточной модели Больцмана.

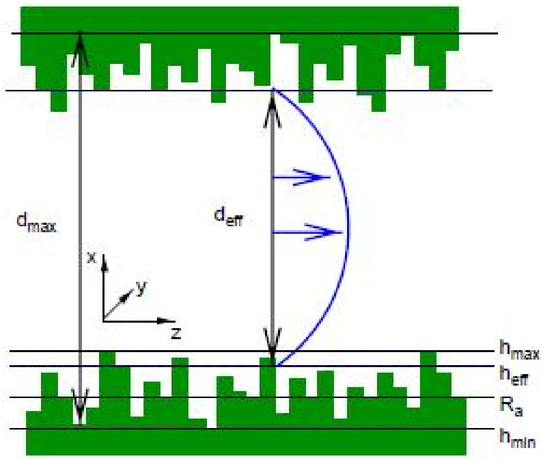

Рисунок 2. Геометрия течения между двумя бесконечными шероховатыми поверхностями

Положение эффективной поверхности h_{eff} определяется, используя параболический профиль для скорости в канале с высотой d_{eff}, причём на эффективной поверхности принимаются условия отсутствия скольжения $\beta = 0$.

$$v_z(x) = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\left(d^2 - x^2 - 2d\beta\right). \qquad (5)$$

Распределение высот шероховатости поверхности задавалось гауссовым с дисперсией s и средней высотой R_a. В результате моделирования течения в канале с переменными дисперсией s и средней высотой R_a получена линейная связь между h_{eff} и s:

$$h_{eff} = 1 + 3.1s\ . \qquad (6)$$

Таким образом, точное описание влияния шероховатости на структуру течения в настоящее время невозможно – разные авторы предлагают различные подходы, результаты которых существенно зависят от принятых допущений.

Пионерские работы [21-23] (Colebrook, Nikuradse, Moody) имели высокую практическую направленность, однако полученные ими результаты по исследованию течений в шероховатых каналах ограничены значениями относительной шероховатости до 5%.

Современные системы мини- и микро-уровня обычно превосходят этот уровень относительной шероховатости, поэтому чрезвычайно актуальными являются экспериментальные работы, связанные с исследованием течений в каналах с более высоким уровнем относительной шероховатости.

В работах [24, 25] было рассмотрено влияние шероховатости на течение в канале при степенях относительной шероховатости до 14%.

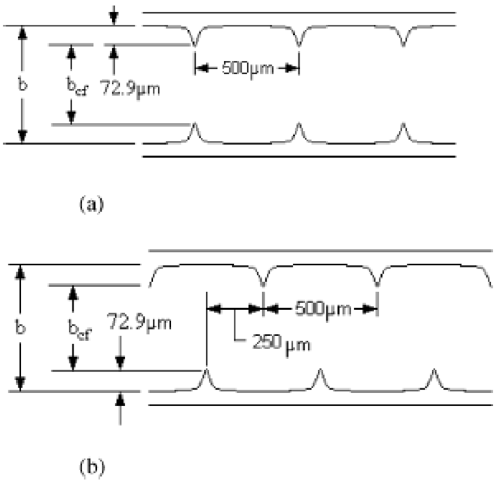

Рисунок 3 - Пилообразные элементы шероховатости: (a) выровненные; (b) сдвинутые

Соответствующие число Рейнольдса и коэффициент трения f были переопределены на основе уменьшенного диаметра, определённого в виде

$$D_{cf} = D_t - 2\varepsilon, \tag{7}$$

где D_{cf} – уменьшенный диаметр, D_t – диаметр канала, e – шероховатость поверхности.

Рисунки 4 и 5 дают сравнение экспериментального и теоретического коэффициента трения, рассчитанного по диаметру канала без учёта шероховатости и с учётом шероховатости. В последнем случае совпадение экспериментальных и теоретических результатов для ламинарного режима течения вполне удовлетворительное. Можно отметить, что критическое число Рейнольдса зависит от относительной шероховатости и существенно меньше 2300, что отмечалось рядом исследователей.

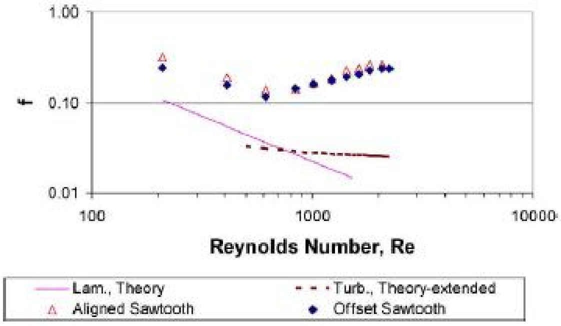

Рисунок 4 - Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса, расчитанных по гидравлическому диаметру; вода. Dh = 953 мкм, b = 500 мкм, bcf = 354 мкм, w = 10.03 мм, ε/Dh = 0.0735

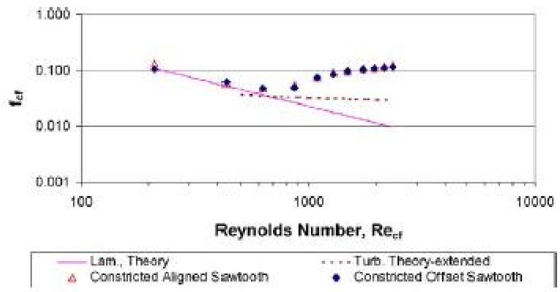

Рисунок 5 - Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса, расчитанных по уменьшенному гидравлическому диаметру; воздух. Dh,cf = 684 мкм, b = 500 мкм, bcf = 354 мкм, w = 10.03 мм, ε/Dh,cf = 0.1108

Приведённые результаты свидетельствуют о необходимости более точного учёта используемых параметров шероховатости, как при построении моделей влияния шероховатости на гидродинамику потока, так и при проведении расчётов в рамках принятых моделей.

Последующие исследования [25] систем с высокой степенью шероховатости показывают необходимость использования большего числа параметров, определяющих шероховатость для получения адекватного теоретического описания гидродинамики потоков в мини- и микроканалах.

Многие современные материалы, такие как гели, масла, растворы и расплавы линейных полимеров и др. проявляют эффект проскальзывания на межфазной границе. Учёт этого эффекта имеет важное значение, как с теоретической, так и с практической точек зрения, поскольку предоставляет возможность предсказания динамических характеристик течений таких сред, что важно для управления технологическими процессами их переработки.

Проскальзывание – пристенный эффект истощения – возникает в потоке двухфазных (или многофазных) жидкостей в вискозиметрах из-за смещения дисперсной фазы (фаз) от твёрдых границ, образуя слой жидкости с более низкой вязкостью – истощенный слой. Это явление является результатом стерических, гидродинамических, вязкоупругих, химических и гравитационных сил, действующих на дисперсную фазу, смежную с твёрдыми границами. Создание такой области с низкой вязкостью на стенке означает, что сопротивление любому потоку жидкости на границе уменьшается из-за эффекта смазывания, который и вызывает "скольжение". Поскольку этот эффект ограничен очень тонким слоем, смежным со стенкой обычно толщиной порядка 0,1 – 10 мкм, что в сотни или тысячи раз меньше самого потока, он очень напоминает настоящее скольжение твёрдых частиц по поверхностям и был также описан как проскальзывание.

В любом реометре или вискозиметре могут наблюдаться эффекты проскальзывания при соответствующих условиях, но в случаях с гладкими стенками и высоким градиентом скорости сдвига возникновение проскальзывания наиболее вероятно. Жидкостями, дающими большие эффекты проскальзывания в соответствующих конфигурациях, являются концентрированными растворы полимеров с большой молекулярной массой, взвеси, жидкости в которых возможно выпадение осадков, образование больших хлопьев частиц и эмульсии с капельками большого размера. В последних двух случаях «больших» означает больше микрона. Парадокс в том, что, чтобы суспензии, имеющей большие частицы, справиться с силой сопротивления, необходимы большие промежутки между ними, таким образом, почти автоматически это приводит к эффекту проскальзывания.

Эффектом проскальзывания в вискозиметрах или реометрах можно в некоторых случаях пренебречь, или учесть его путём введения дополнительной скорости жидкости на стенке, если они ограничены очень тонкими слоями, и никакие грубые изменения не происходят в большей части жидкости. Тогда полный поток может быть разбит на поток проскальзывания, рассматриваемый на стенке, и основной поток.

Выделяются следующие условия, обычно приводящие к существенным эффектам проскальзывания:

- большие частицы дисперсной фазы, хлопья частиц;
- большая зависимость вязкости от концентрации дисперсной фазы, гладкие стенки и маленькие размеры потока;
- обычно низкие скорость/расход (хотя центростремительные искусственные эффекты могут быть замечены на высоких скоростях вращения), и
- стенки и частицы, несущие электростатический заряд и являющиеся электрически проводящими.

Гравитационные силы способствуют возникновению проскальзывания в некоторых жидких системах, имеющих тенденцию к выпадению осадка, в эмульсиях и взвесях. Причём степень их влияния сильно зависит от геометрии потока [26].

Тепловые эффекты около стенок могут, в принципе, привести к результату, похожему на проскальзывание, потому что выделение тепла в очень вязких материалах за счёт сдвига наибольшее у стенки трубы, потому что именно там скорость сдвига максимальна. Это привело бы к уменьшению вязкости, однако, из-за теплообмена со стенкой эффект часто смягчается. В жидкостях более низкой вязкости эффект истощения около стенок может очень сильно влиять на теплопередачу, давая неожиданный эффект расширения.

Эффекты проскальзывания могут потенциально присутствовать во всех вискозиметрах из-за обязательного наличия стенок, но этот эффект усиливается в случаях, когда в пределах геометрии потока присутствует градиент сдвигового напряжения далеко от стены, кроме случая в трубе, там градиент сдвигового напряжения изменяется линейно от стены до центра, в центре напряжение равно нулю. В случае течения в вискозиметрах между параллельными пластинами градиент сдвигового напряжения направлен к центру, а не к пластинам, однако жидкость легко может переместиться к центру и, таким образом, уменьшить вращающий момент, препятствуя возникновению эффекта проскальзывания. Тем не менее, в случае с параллельными пластинами проскальзывание часто замечается из-за статических эффектов истощения на поверхности пластины, и из-за гравитационных сил, которые стимулируются осаждением или образованием эмульсии. В [27] даётся краткое описание пристенных эффектов и перемещения частиц, и влияния, которое они оказывают на реологические измерения.

Самое очевидное проявление проскальзывания заключается в том, что учёные получают разные значения для разноразмерных течений, вычисляя вязкость по формулам, которые не учитывают эффект проскальзывания, возникающий в текущей жидкости. В особенности бросается в глаза, что вязкость, вычисляемая таким образом, всегда уменьшается с уменьшением геометрических размеров течения, например, радиуса трубы, ширины зазора между параллельными пластинами, угла конуса. Некоторые другие эффекты также могут ожидаться в кривой потока, полученной из единой геометрии, например, неожиданное занижение ньютоновского плато, иногда с псевдо-увеличением напряжения при более низких напряжениях.

Значимость эффекта проскальзывания подчеркивается и тем, что литература по его изучению очень обширна и постоянно обновляется. При этом объяснение этого эффекта рассматривают как с подробных молекулярных позиций [28-31], так и используя осредненный мезоскопический подход, когда зависимость скорости скольжения на стенке определяется из экспериментов [32-38]. При этом скорость скольжения может быть функцией напряжений на стенке [32-34, 39] или градиента давления [40], а также микрогеометрии, которая учитывается эффективным образом. Поведение самой сплошной среды описывают на основе различных моделей: ньютоновской среды [32, 41, 42], нелинейной степенной жидкости [37, 41, 43, 44], Берда-Карро [45, 46], Бингама [47], Олдройда [48]. При работе с этими моделями используют метод конечных элементов [30, 33, 35, 49], аналитические методы [35, 50] и метод конечных разностей [36]. На основе расчётов были рассмотрены течения в вискозиметрах [30, 35, 44, 51, 52] различных конструкций, в областях между параллельными плоскостями [42, 52, 53], между вращающимися параллельными дисками [54], в каналах с квадратным сечением [33, 35, 55], капиллярах [33, 51], Пуазейлевские течения [32, 53].

Важное значение имеют микроструктурные взаимодействия частиц жидкости и стенки. Хороший пример того, что мы могли бы назвать химическими эффектами стенки, приводящими к аномалии течения, даётся в [56]. Здесь рассмотрено течение водного раствора полиакриламида (диаметр молекулы 0,1 мкм) в прямоугольных стеклянных каналах. С помощью очень точного лазерного дифференциального микроанемометра, измерены скорости в текущих растворах с пространственным разрешением 1 мкм, используя субмикронные частицы золота в качестве маркеров. Значительные скорости скольжения были измерены в каналах 140 мкм в ширину. Это интересно, потому что полиакриламид – это полиэлектролит, скольжение зависит от химических свойств окружающей среды в растворе и на стенке. Таким образом, химическая природа и / или взаимодействие со стенкой были очень важны.

Очень важный аспект обсуждаемой проблемы – это поток в пористых средах. В некоторых случаях пристенные эффекты настолько сильны, что они доминируют в потоке, и тогда эффекты проскальзывания могут полностью описать ситуацию для медленного потока. Однако при более высоких скоростях сходящийся и расходящийся характер такого потока означает, что знание свойств основного объёма вещества также имеет важное значение, особенно экстенциональных свойств.

Эффект проскальзывания изучается и экспериментально. В [46] описывается поток смазочных жиров в геометриях с гофрированными профилями, для устранения проскальзывания. В [57] описана работа над цементными жидкими растворами из нефтяной скважины. Найдено, что проскальзывание возрастало при уменьшении скорости сдвига до её нижних значений от ситуации, когда была необходима небольшая коррекция для устранения проскальзывания при высоких сдвиговых напряжениях, и до того, пока оно не охватит почти 100% потока при низких напряжениях.

Отдельно следует рассмотреть эффект проскальзывания в эмульсиях. У эмульсий есть специфическое свойство, в них происходит миграция молекул в направлении от стенки даже в ситуациях, когда поперечный градиент сдвига отсутствует. Это происходит, потому что частицы, которые составляют эмульсию, непрочны. В [58] выполнены сложные эксперименты, чтобы проверить теорию, предложенную в [45] на простом сдвиге в потоке в трубе. Были найдены скорости перемещения, в основном, в соответствии с теорией, пропорциональные, среди прочих параметров, кубу величины капельки, и обратно пропорциональные квадрату расстояния от стенки.

Хороший пример с эмульсией высокой концентрации, демонстрирует [59], используя геометрию параллельных пластин с различными промежутками. В этой работе проанализировали измерения очень высокого фазового объёма (92,3%) масляно-водной эмульсии и построили кривые потока проскальзывания и основного объёма.

В [43] приведена кривая потока для хлопьевидной эмульсии нефти в воде, которая ясно показывает проскальзывание. Показано, что в рассматриваемом случае очень существенно, что проскальзывание начинается очень резко и увеличивается при уменьшении скорости сдвига.

В работе [60] исследовали двухфазный поток: воздух и смесь смазочных масел в круглых трубопроводах различного диаметра и шероховатости. Расплавы линейного полиэтилена низкой плотности монодисперсного полистирола изучались в работе [61]. При этом отмечены различные режимы скольжения: слабое скольжение, когда скорость скольжения медленно возрастает с ростом напряжений на стенке и сильное скольжение, когда скорость скольжения резко возрастает при больших напряжениях на стенке. В работе [47] с помощью двулучепреломления изучалось возникновение неустойчивости при экструзии расплавов линейного полиэтилена высокой плотности.

Также важность этого эффекта связана с тем, что его проявление может приводить к потере устойчивости стационарных течений и возникновению нестабильностей, что является негативным фактором при переработке таких сред. Результаты расчетов использовались для описания неустойчивостей [32, 35, 41] различного типа: автоколебаний [33, 34], множественности решений [53].

Эффекты проскальзывания в двухфазовых или многофазных системах намного более широко распространены, чем кажется на первый взгляд. Обстоятельства, при которых необходимо рассматривать эти эффекты, часто встречаются при измерениях в реальных системах. Много недоразумений возникло из-за того, что исследователи не признавали этот факт.

Хотя эффекты пристенного истощения могут распространиться на большие расстояния от стенки, во многих практических системах они ограничены очень тонкими слоями. Это означает, что весь поток может быть упрощён выделением из него неизменного потока основного объёма вещества, равномерно испытывающего сдвиговое напряжение стенки, но теперь смежного с движущейся стенкой, скорость которой зависит от сдвигового напряжения стенки через закон проскальзывания.

Эффекты проскальзывания могут обычно математически описываться с помощью простого степенного (значительно чаще, чем нелинейного) отношения между сдвиговым напряжением стенки и скоростью на внешней стороне очень тонкого (как правило, порядка микрона) слоя проскальзывания, в большинстве случаев изображаемого просто как непрерывная линия.

Хотя в построении графиков и прямом измерении концентрации в слоях проскальзывания были сделаны большие успехи, всё же необходимо больше исследований на эту тему. Нашему пониманию также поможет моделирование потоков около границ в различных конфигурациях потока.

Наконец, надо упомянуть тот факт, что в флокурированных суспензиях "частицы", которые в состоянии покоя и при низких сдвиговых напряжениях испытывают эффекты статического и динамического истощения, сами ломаются при более высоких напряжениях. Хотя эффекты низкого сдвигового напряжения являются существенными, так как они представлены крупным хлопьями, статические и динамические эффекты уменьшаются при уменьшении размеров хлопьев, и, особенно, при очень высоких сдвиговых напряжениях, когда хлопья уменьшаются примерно до размеров частиц. Следовательно, очень сильный эффект истощения при низкой скорости сдвига, приводящий к значительному проскальзыванию, фактически исчезает при высоких напряжениях, таким образом, усиливая эффекты, описанные выше.

Продемонстрируем методику определения мезоскопических граничных условий на примере анализа проскальзывания полимерных жидкостей

Многие текучие системы, в том числе полимерные материалы, проявляют вблизи твёрдых поверхностей аномалию, заключающуюся в возникновении проскальзывания. Наличие такого пристенного эффекта приводит к нарушению гипотезы о прилипании и необходимости задания соответствующих граничных условий.

Это аномальное поведение материалов в вязкотекучем состоянии (суспензии, смазки, растворы и расплавы полимеров) у твёрдых поверхностей требует всестороннего изучения не только при исследовании реологических свойств, но и при расчёте параметров течения и характеристик перерабатывающего оборудования. При этом в первую очередь, возникают достаточно сложные задачи определения по результатам вискозиметрических исследований реологических характеристик материала. Следующий этап связан с решением конкретных задач о движении жидкостей проявляющих аномалию у твёрдых поверхностей и заключается в непосредственном использовании скоростей скольжения в качестве граничных условий.

Следует отметить, что изучению этого вопроса посвящено большое количество работ, обзор которых дан в [62], где отмечено наличие двух подходов к изучению этого явления.

Первый подход заключается в детальном изучении и учёте молекулярных свойств контактирующих сред, формулировке механизма возникновения проскальзывания и проверке адекватности предложенного подхода. Причём результаты для разных физических систем имеют много общего, что указывает на возможность единого подхода к исследованию этого эффекта.

Второй подход заключается в задании в явном виде скорости скольжения на стенке v_{cm}, которая в общем случае является функцией напряжения на стенке τ_{cm}, геометрических размеров и температуры. Причём указанная зависимость скорости скольжения на стенке от перечисленных факторов находится из вискозиметрических измерений [62]. С математической точки зрения результат каждого из подходов приводит к зависимостям $\upsilon_{cm} = f(\tau_{cm})$, причём такая зависимость берётся из обрабатываемых экспериментальных данных. При этом в качестве аргумента можно выбрать не только τ_{cm}, но и градиент давления или удельный расход и выбор той или иной функции в исследуемой зависимости определяется удобством использования этого закона в расчётах.

При моделировании течений растворов и расплавов линейных полимеров важную роль играет формулировка реологического определяющего соотношения, которое дает связь между кинематическими характеристиками потока и внутренними термодинамическими параметрами. На основе микроструктурных представлений ранее была предложена простая реологическая модель [63]

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{ik}; \qquad (8)$$

$$\frac{d}{dt}a_{ik} - \nu_{ij}a_{jk} - \nu_{kj}a_{ji} + \frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{ik} = $$

$$= \frac{2}{3}\gamma_{ik} - 3\frac{\beta}{\tau_0}a_{ij}a_{jk},$$

где σ_{ik} – тензор напряжений; p– гидростатическое давление; η_0 и τ_0 – начальные значения сдвиговой вязкости и времени релаксации; ν_{ik} – тензор градиентов скорости; a_{ik} – симметричный тензор анизотропии второго ранга; $I = a_{ii}$ – первый инвариант тензора анизотропии; $\gamma_{ik} = \frac{1}{2}(\nu_{ik} + \nu_{ki})$ – симметризованный тензор градиентов скорости; κ и β – феноменологические параметры модели, учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму молекулярного клубка. Эта модель проверялась на соответствие вискозиметрическим течениям реальных полимерных жидкостей [63-65] и путём расчёта наложения малых осциллирующих колебаний на простое сдвиговое течение в параллельном и ортогональном сдвигу направлениях [65]. При проведении численного эксперимента были получены зависимости тензора напряжений от градиентов скорости и от времени, что позволило выполнить расчёты составляющих комплексного модуля сдвига, динамической вязкости и угла динамических потерь в зависимости от частоты вынуждающих колебаний, скорости сдвига и числа Деборы (De). Полученные зависимости сравнивались с экспериментальными данными, взятыми из литературных источников, что показало качественное соответствие теории и эксперимента.

Также на основе реологической модели нулевого приближения (8) были рассчитаны вторичные течения в каналах прямоугольного сечения. В работе [66] было рассмотрено стационарное течение в гладкой круглой трубе под действием постоянного перепада давления. При этом система уравнений для решения полной гидродинамической задачи была записана в цилиндрической системе координат.

Рассмотрим решение задачи об определении профиля скорости нелинейной вязкоупругой жидкости, движущейся в зазоре между параллельными плоскостями под действием постоянного перепада давления $\frac{\partial p}{\partial x} = -A$, на основе модели (8). Расположим начало координат в одной из этих плоскостей, ось Ox направим вдоль потока, ось Oy – перпендикулярно плоскостям, и ось Oz – перпендикулярно осям Ox и Oy.

Тогда система уравнений динамики в декартовой системе координат будет иметь вид:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0,\\
\rho\left(\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_x}{\partial z}\right)=\\
=\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z},\\
\rho\left(\frac{\partial V_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_y}{\partial z}\right)=\\
=\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z},\\
\rho\left(\frac{\partial V_z}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_z}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_z}{\partial y}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=\\
=\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z},
\end{gathered}
\tag{9}
$$

где V_x, V_y, V_z - скорости вдоль осей Ox, Oy, Oz соответственно; ρ– плотность.

Так как вдоль оси Oz профиль скорости меняться не будет, то окончательные выражения не будут зависеть от переменной z и система уравнений (8) – (9) примет вид:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_y}{\partial y}=0,\\
\rho\left(\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_x}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)=\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y},\\
\rho\left(\frac{\partial V_y}{\partial t}+V_x\frac{\partial V_y}{\partial x}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)=\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y},\\
\frac{\partial a_{xx}}{\partial t}+V_x\frac{\partial a_{xx}}{\partial x}+V_y\frac{\partial a_{xx}}{\partial y}-2\mathrm{a}_{xx}\frac{\partial V_x}{\partial x}-2\mathrm{a}_{xy}\frac{\partial V_x}{\partial y}+\\
+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{xx}=\frac{2}{3}\frac{\partial V_x}{\partial x}-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xx}^2+a_{xy}^2\right),\\
\frac{\partial a_{xy}}{\partial t}+V_x\frac{\partial a_{xy}}{\partial x}+V_y\frac{\partial a_{xy}}{\partial y}-a_{xy}\frac{\partial V_x}{\partial x}-a_{xy}\frac{\partial V_y}{\partial y}-\\
-a_{xx}\frac{\partial V_y}{\partial x}-a_{yy}\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{xy}=\\
=\frac{1}{3}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)-3\frac{\beta}{\tau_0}a_{xy}\left(a_{xx}+a_{yy}\right),\\
\frac{\partial a_{yy}}{\partial t}+V_x\frac{\partial a_{yy}}{\partial x}+V_y\frac{\partial a_{yy}}{\partial y}-2\mathrm{a}_{xy}\frac{\partial V_y}{\partial x}-2\mathrm{a}_{yy}\frac{\partial V_y}{\partial y}+\\
+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{yy}=\frac{2}{3}\frac{\partial V_y}{\partial y}-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xy}^2+a_{yy}^2\right),\\
\sigma_{xx}=-p+3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{xx}, \sigma_{xy}=3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{xy}, \sigma_{yy}=-p+3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{yy}.
\end{gathered}
\tag{10}
$$

Система уравнений (10) описывает плоские двумерные неустановившиеся течения полимерных сред. Далее будем искать независящие от переменной x решения этой системы. Получаем:

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial V_y}{\partial y}=0,\\
\rho\left(\frac{\partial V_x}{\partial t}+V_y\frac{\partial V_x}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+3\frac{\eta_0}{\tau_0}\frac{\partial a_{xy}}{\partial y},\\
\rho\left(\frac{\partial V_y}{\partial t}+V_y\frac{\partial V_y}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+3\frac{\eta_0}{\tau_0}\frac{\partial a_{yy}}{\partial y},\\
\frac{\partial a_{xx}}{\partial t}+V_y\frac{\partial a_{xx}}{\partial y}-2\mathrm{a}_{xy}\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{1+(k-b)I}{t_0}a_{xx}=\\
=-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xx}^2+a_{xy}^2\right),\\
\frac{\partial a_{xy}}{\partial t}+V_y\frac{\partial a_{xy}}{\partial y}-a_{xy}\frac{\partial V_y}{\partial y}-a_{yy}\frac{\partial V_x}{\partial y}+\\
+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{xy}=\\
=\frac{1}{3}\frac{\partial V_x}{\partial y}-3\frac{\beta}{\tau_0}a_{xy}\left(a_{xx}+a_{yy}\right),\\
\frac{\partial a_{yy}}{\partial t}+V_y\frac{\partial a_{yy}}{\partial y}-2\mathrm{a}_{yy}\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{yy}=\\
=\frac{2}{3}\frac{\partial V_y}{\partial y}-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xy}^2+a_{yy}^2\right).
\end{gathered}
\tag{11}
$$

Из первого уравнения системы (11) следует, что $V_y(y)$ – линейная функция y, но в силу граничных условий $V_y(0)=V_y(h)=0$, откуда видно, что $V_y(y)=0$ и уравнение неразрывности выполняется автоматически.

Учитывая это, уравнения (11) можно переписать в виде:

$$r\,\frac{\partial V_x}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x}+3\frac{h_0}{t_0}\frac{\partial a_{xy}}{\partial y},\quad 3\frac{h_0}{t_0}\frac{\partial a_{yy}}{\partial y}=\frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial a_{xx}}{\partial t}-2a_{xy}\frac{\partial V_x}{\partial y}+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{xx}=$$

$$=-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xx}^2+a_{xy}^2\right),$$

$$\frac{\partial a_{xy}}{\partial t}-a_{xy}\frac{\partial V_y}{\partial y}+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{xy}=$$

$$=\frac{1}{3}\frac{\partial V_x}{\partial y}-3\frac{\beta}{\tau_0}a_{xy}\left(a_{xx}+a_{yy}\right),$$

$$\frac{\partial a_{yy}}{\partial t}+\frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{yy}=-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(a_{xy}^2+a_{yy}^2\right).$$

В стационарном случае имеем:

$$3\frac{h_0}{t_0}\frac{\partial a_{xy}}{\partial y}=\frac{\partial p}{\partial x}=-A,\quad 3\frac{h_0}{t_0}\frac{\partial a_{yy}}{\partial y}=\frac{\partial p}{\partial y},\qquad (12)$$

$$a_{xx}=\frac{t_0}{1+(k-b)I}\left(2a_{xy}\frac{\partial V_x}{\partial y}-3\frac{b}{t_0}\left(a_{xx}^2+a_{xy}^2\right)\right),$$

$$a_{xy}=\frac{t_0}{1+(k-b)I}\left(\left(a_{yy}+\frac{1}{3}\right)\frac{\partial V_x}{\partial y}-3\frac{b}{t_0}a_{xy}\left(a_{xx}+a_{yy}\right)\right),$$

$$a_{yy}=-3\frac{b}{1+(k-b)I}\left(a_{xy}^2+a_{yy}^2\right).$$

В работе [67] система уравнений (12) решалась методом последовательных приближений с точностью до членов первого порядка по параметрам наведенной анизотропии κ и β, и были получены следующие выражения для составляющих тензора напряжений и компоненты продольной скорости:

$$V_x(y)=\frac{\overline{A}}{2t_0}y(h-y)+\frac{\overline{A}^3}{6t_0}\left(\frac{k}{2}+\frac{7b}{4}\right)y(h-y)\left((h-y)^2+y^2\right);$$

$$a_{xx}=\frac{\overline{A}^2}{6}(h-2y)^2\left(1-\frac{b}{2}\right)+\overline{A}^4(h-2y)^4\frac{b}{24};$$

$$a_{yy}=-\frac{b}{12}\overline{A}(h-2y)^2,\qquad (13)$$

где $\overline{A}=\dfrac{A\tau_0}{\eta_0}$.

Причём из второго уравнения системы (12) следует, что $\dfrac{\partial p}{\partial y}=\beta A(h-2y)\neq 0$, то есть обнаружен ненулевой перепад давления в направлении, перпендикулярном скорости течения, который, тем не менее, не приводит к появлению вторичных потоков. Этим перепадом давления может быть обусловлен эффект разбухания струи на выходе из канала. Полученные выражения в силу характера приближения не могут быть использованы при больших перепадах давления, которые представляют интерес на практике, и поэтому далее будем искать зависимости выражений для составляющих тензора напряжений и компоненты продольной скорости без учёта малости параметров модели. Тогда из первого уравнения системы (12) имеем:

$$a_{xy}=\frac{\overline{A}}{6}(h-2y).\qquad (14)$$

Отсюда видно, что сдвиговые напряжения в установившемся плоскопараллельном течении являются линейной функцией переменной y, а константа интегрирования выбрана из условия симметрии: $a_{xy}(h/2)=0$. Для наглядности введём обозначения:

$$a_{xx}=u_1;\ a_{yy}=u_2;\ \frac{\partial V_x}{\partial y}=u_3.\qquad (15)$$

Тогда система уравнений (12) примет вид:

$$u_1=\frac{\tau_0}{1+(\kappa-\beta)(u_1+u_2)}\left(2a_{xy}u_3-3\frac{\beta}{\tau_0}\left(u_1^2+a_{xy}^2\right)\right),$$

$$a_{xy}=\frac{\tau_0}{1+(\kappa-\beta)(u_1+u_2)}\cdot\left(\left(u_2+\frac{1}{3}\right)u_3-3\frac{\beta}{\tau_0}a_{xy}(u_1+u_2)\right),\qquad (16)$$

$$u_2=-3\frac{\beta}{1+(\kappa-\beta)(u_1+u_2)}\left(a_{xy}^2+u_2^2\right).$$

Вычитая из первого уравнения системы (16) последнее уравнение, после преобразований получим:

$$(1+(\kappa+2\beta)(u_1+u_2))(u_1-u_2)=2\tau_0 a_{xy}u_3.\qquad (17)$$

Второе уравнение системы (16) перепишем в виде:

$$(1+(\kappa+2\beta)(u_1+u_2))a_{xy}=\tau_0\left(u_2+\frac{1}{3}\right)u_3.\qquad (18)$$

Тогда разделив (17) на (18) получим:

$$\frac{u_1-u_2}{a_{xy}}=2\frac{a_{xy}}{u_2+\frac{1}{3}}\quad\text{или}\quad u_1=u_2+2\frac{a_{xy}^2}{u_2+\frac{1}{3}}\qquad (19)$$

Подставив (19) в последнее уравнение системы (16), получим уравнение, содержащее только переменную u_2, которое после преобразований запишем в виде:

$$u_2=-\frac{3b\left(a_{xy}^2+u_2^2\right)\left(u_2+\frac{1}{3}\right)}{u_2+\frac{1}{3}+2(k-b)\left(a_{xy}^2+u_2\left(u_2+\frac{1}{3}\right)\right)}.\qquad (20)$$

Уравнение (20) можно решать одним из итерационных методов, например, методом последовательных приближений и, принимая во внимание выражение (14), можно найти зависимость: $u_2 = u_2(y)$ которая, в силу (19) и (18) приводит к зависимостям $u_1 = u_1(y)$ и $u_3 = u_3(y)$. Далее численно интегрируя $u_3(y)$, учитывая (15) и используя граничное условие $V_x(0) = v_{cm}$ можно найти зависимость $V_x(y)$.

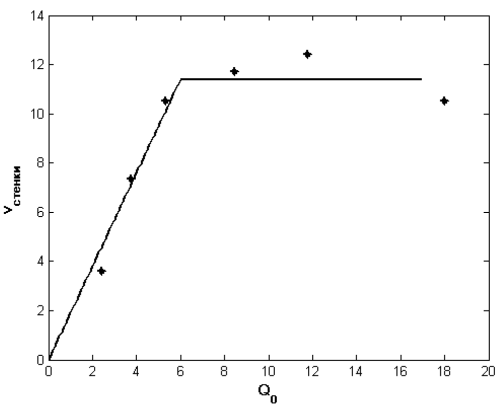

Рисунок 6 - Аппроксимация экспериментальной зависимости скорости проскальзывания от дополнительного расхода.

При этом оказывается, что так как v_{cm} является аддитивной постоянной интегрирования, то полный удельный расход будет иметь вид

$$Q = v_{cm}h + Q_0 ,$$

где Q_0 - удельный расход рассчитанный при условии прилипания на стенке. Если считать, что v_{cm} является функцией τ_{cm} - напряжения на стенке, то при расчёте профиля скорости возникает необходимость в итерационной процедуре для согласования v_{cm} и τ_{cm}. Если считать, что v_{cm} является функцией Q_0, то такой процедуры проводить не нужно. При этом зависимость $v_{cm} = f(Q_0)$ легко может быть получена при обработке экспериментальных данных, как это сделано на рисунке 6 для данных из работ [69, 70], где были исследованы расплавы полиэтилена высокой и низкой плотности. Эти расплавы продавливались через головку экструдера шириной 1 мм и было получено, что полиэтилен низкой плотности прилипает на границе раздела фаз, полиэтилен высокой плотности демонстрирует проскальзывание на стенке. Для скорости проскальзывания v_{cm} было получено следующие соотношение

$$v_{cm} = f(Q_0) = 0{,}95(Q_0 + 6 - |Q_0 - 6|).$$

Сами значения Q_0 определяли по формуле $Q_0 = Q - v_{cm}h$.

Заметим, что данные для полиэтилена низкой плотности были описаны на основе подхода (8) ранее [67].

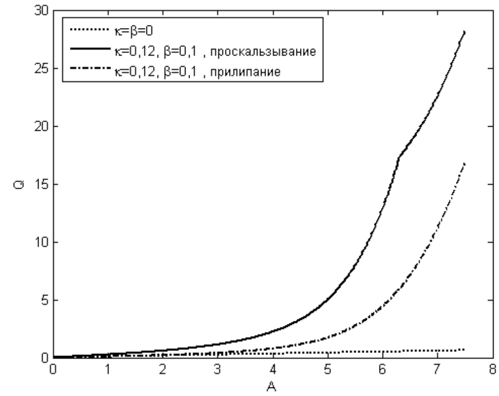

Рисунок 7 - Зависимость удельного расхода от перепада давления в различных режимах течения при наличии прилипания и проскальзывания

Рассмотрим теперь как влияют параметры модели κ, β и $\overline{A}$ на вид получаемых зависимостей. Для этого зафиксируем масштабные параметры $\tau_0 = 1$ и $\eta_0 = 1$ (в этом случае $\overline{A} = A$), и будем принимать во внимание, что во многих случаях, как показано в [68] $\kappa = 1{,}2\beta$. Результаты расчётов показаны на рисунке 7, где приведены зависимости расхода от градиента давления при различных значениях β, и откуда видно, что с ростом β растёт отклонение зависимости расхода от закона Пуазейля, соответствующего случаю $\kappa = \beta = 0$. При этом на зависимостях соответствующих учёту проскальзывания появляется излом, который связан с используемой аппроксимацией для v_{cm} (рис. 6). При этом кривые соответствующие учёту проскальзывания расположены выше кривых построенных с учётом прилипания на стенке.

Для того чтобы провести сравнение с экспериментальными данными [69], заметим, что в работах [69, 70] отсутствуют данные о значениях градиента давления и поэтому для его определения следует использовать зависимости на рисунке 7 и по известным значениям расхода определять значения градиента давления, а затем с его помощью рассчитать профили скорости. Сравнения экспериментальных и теоретических зависимостей для профиля скорости в зазоре между параллельными плоскостями приведены на рисунке 8.

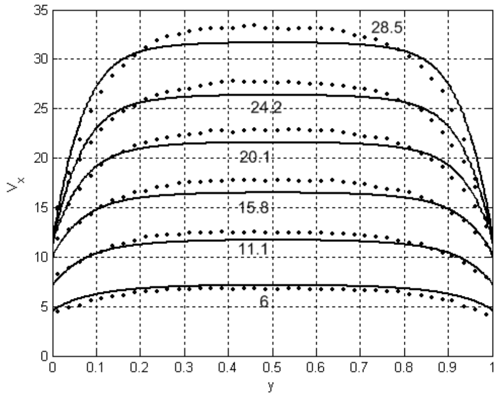

Рисунок 8 - Сравнение экспериментальных (точки) и теоретических зависимостей профиля скорости в зазоре для различных значений удельного расхода

Таким образом, выполнено согласование расчётного профиля с экспериментальными данными, что даёт возможность на этой основе определить закон проскальзывания в виде $\upsilon_{cm} = f(\frac{\partial v}{\partial x})$. Нанесём значения градиента скорости и соответствующит им значения скорости проскальзывания на график и соединим их аппроксимирующей линией, как это сделано на рисунке 9.

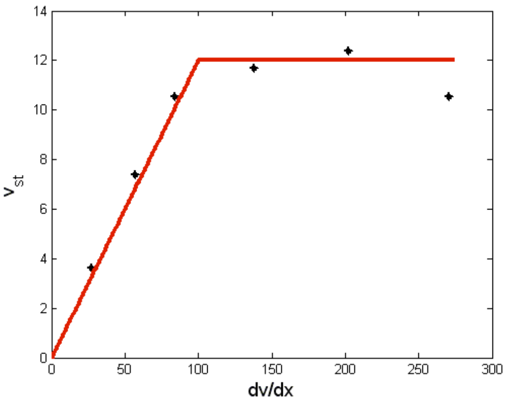

Рисунок 9- Зависимость между скоростью проскальзывания и градиентом скорости

При этом получим следующее соотношение

$$u_{cm} = 0.06\left(\frac{\partial v}{\partial x} + 100 - \left|\frac{\partial v}{\partial x} + 100\right|\right).$$

Такое соотношение и следует считать мезоскопическим граничным условием на твёрдой стенке. При этом формулировка такого условия должна включать решение соответствующей гидродинамической задачи и сравнение с экспериментальными данными или данными других расчётов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. E. Karniadakis, A. Beskok, and N. Aluru, Microflows and Nanoflows: Fundamentals and Simulation _Springer, New York, 2005.
2. E. Schnell, J. Appl. Phys. 27, 1149 _1956.
3. N. V. Churaev, V. D. Sobolev, and A. N. Somov, J. Colloid Interface Sci. 97, 574 _1984.
4. C. H. Choi, K. J. A. Westin, and K. S. Breuer, Physiol. Behav. 15, 2897 _2003.
5. R. G. Horn, O. I. Vinogradova, M. E. Mackay, and N. Phan-Thien, J. Chem. Phys. 112, 6424 _2000.
6. J. Baudry, E. Charlaix, A. Tonck, and D. Mazuyer, Langmuir 17, 5232 _2001.
7. Y. Zhu and S. Granick, Phys. Rev. Lett. 87, 096105 _2001.
8. C.Kunert and J.Harting Simulation of fluid flow in hydrophobic rough microchannels // International Journal of Computational Fluid Dynamics Vol. 22, No. 7, August 2008, 475–480.
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Гидродинамика, 3-е изд., перераб.-М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986.-736 с.
10.Richardson, S., 1973. On the no-slip boundary condition. Journal of Fluid Mechanics, 59, 707.
11.McHale, G. and Newton, M., 2004. Surface roughness and interfacial slip boundary condition for quarzcrystal microbalances.Journal of Applied Physics, 95, 373.
12.Jansons, K., 1987. Determination of the macroscopic (partial) slip boundary condition for a viscous flow over randomly rough surface with perfect slip microscopic boundary condition. Physics of Fluids, 31, 15.
13.Du, B., Doubaidoulline, I. and Johansmann, D., 2004. Effects of laterally heterogeneouius slip on the resonance properties of quartz crystals immersed in liquids. Langmuir, 20, 7794.
14.Joseph, P., Cottin-Bizonne, C., Benoi, J.M., Ybert, C., Journet, C., Tabeling, P. and Bocquet, L., 2006. Slippage of water past superhydrophobic carbon nanotube forest in microchannels. Physical Review Letters, 97, 156104.
15.Jabbarzadeh, A., Atkinson, J.D. and Tanner, R.I., 2000. Effect of the wall roughness on slip and rheological properties of hexadecane in molecular dynamics simulation of Couette shear flow between two sinusoidal walls. Physical review E, 61, 690.
16.R. G. Horn, O. I. Vinogradova, M. E. Mackay, and N. Phan-Thien, J. Chem. Phys. 112, 6424 _2000.
17.Y. Zhu and S. Granick, Phys. Rev. Lett. 87, 096105 _2001.

18.O. I. Vinogradova and G. E. Yakubov, Phys. Rev. E 73, 045302_R__2006.

19.C. Cottin-Bizonne, B. Cross, A. Steinberger, and E. Charlaix, Phys. Rev. Lett. 94, 056102 _2005.

20.L. Joly, C. Ybert, and L. Bocquet, Phys. Rev. Lett. 96, 046101 _2006.

21.J. Nikuradse, Laws of flow in rough pipes (Stromungsgesetze in Rauen Rohren), VDI-Forschungsheft, vol. 361, 1933. Beilage zu: Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Ausgabe B Band 4; English Translation NACA Tech. Mem. 1292, 1937.

22.F.C. Colebrook, Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws, J. Inst. Civ. Engrg. London 11 (1939) 133–156.

23.L.F. Moody, Friction factors for pipe flow, ASME Trans. 66 (1944) 671 – 683.

24.S.G. Kandlikar, D. Schmitt, A.L. Carrano, J.B. Taylor, Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in minichannels, Phys. Fluids 17 (5) (2005).

25.D. Schmitt, S.G. Kandlikar, Effects of repeating microstructures on pressure drop in rectangular minichannels, ASME Paper No. ICMM2005- 75111, Third International Conference on Microchannels and Minichannels, Toronto, Canada, 2005.

26.R. Buscall, J.I. McGowen, A. Morton-Jones. The rheology of concentrated dispersions of weakly attracting colloidal particles with and without wall slip // J. Rheology. – 1993. – V.37. – p. 621-642.

27.R. Whorlow. Rheological Techniques. 2nd edn., Ellis Horwood, New York, London, 1992

28.Yogesh M. Joshi, Ashish K. Lele, R.A. Mashelkar A unified wall slip model// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2000. – V.94. – p.135-149.

29.A. Allal, B. Vergnes Effect of die surface on the onset of stick-slip transition in the flow of molten linear polymers// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2012. – V.167-168. – p.46-49.

30.Y. Leong Yeow, Yee-Kwong Leong, Ash Khan Non-Newtonian flow in parallel-disk viscometers in the presence of wall slip// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2006. – V.139. – p.85-92.

31.A. Allal, B. Vergnes Molecular interpretation of the “stick–slip” defect of linear polymers // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2009. – V.164. – p.1-8.

32.Maria Chatzimina, Georgios C. Georgiou, Kostas Housiadas, Savvas G. Hatzikiriakos Stability of the annular Poiseuille flow of a Newtonian liquid with slip along the walls// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2009. – V.159. – p.1-9.

33.Eleni Taliadorou, Georgios C. Georgiou, Andreas N. Alexandrou A two-dimensional numerical study of the stick–slip extrusion instability // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2007. – V.146. – p. 30-44.

34.Georgios C. Georgiou The time-dependent, compressible Poiseuille and extrudate-swell flows of a Carreau fluid with slip at the wall// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2003. – V.109. – p.93-114.

35.D.M. Kalyon, H.S. Tang Inverse problem solution of squeeze flow for parameters of generalized Newtonian fluid and wall slip// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2007. – V.143. – p.133-140.

36.Hans Christian Ottinger Thermodynamic formulation of wall slip// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2008. – V.152. – p.66-75.

37.Y. Leong Yeow, Belinda Choon, Lena Karniawan, Lanny Santoso Obtaining the shear rate function and the slip velocity function from Couette viscometry data// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2004. – V.124. – p.43-49.

38.C.F.J. den Doelder, R.J. Koopmans, J. Molenaar Quantitative modelling of HDPE spurt experiments using wall slip and generalised Newtonian flow// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 1998. – V.79. – p.503-514.

39.Evan Mitsoulis, Savvas G. Hatzikiriakos Steady flow simulations of compressible PTFE paste extrusion under severe wall slip// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2009.–V.157.– p.26-33.

40.Shi-Pu Yang, Ke-Qin Zhu Analytical solutions for squeeze flow of Bingham fluid with Navier slip condition// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2006. – V.138. – p.173 - 180.

41.Yogesh M Joshi, Morton M Denn Planar contraction flow with a slip boundary condition// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2003. – V.114. – p.185 - 195.

42.H.M. Laun, M. Rady, O. Hassager Analytical solutions for squeeze flow with partial wall slip// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 1999. – V.81. – p.1-15.

43.R. Pal. // Chem. Eng. Commun. – 1990. – V.98. – p.211.

44.Yogesh M Joshi, Prashant S Tapadia, Ashish K Lele, R.A Mashelkar Temperature dependence of critical stress for wall slip by debonding// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2000. – V.94. – p.151-157.

45.C. Chaffey, H. Brenner, S.G. Mason. // Rheol. Acta, – 1965. – V.4. – p.64

46.G.V. Vinogradov, G.B. Froishteler, K.K. Triliski, E.L. Smorodinsky. // Rheol. Acta, – 1975. – V.14(9). – p.765.

47.L. Robert, B. Vergnes, Y. Demay Flow birefringence study of the stick–slip instability during extrusion of high-density polyethylenes// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2003.– V.112.–p.27-42.

48.R.G. Owens, T.N. Phillips A spectral domain decomposition method for the planar non-Newtonian stick-slip problem// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 1991. – V.41. – p.43-79.

49.K. Lee, M.R. Mackley The significance of slip in matching polyethylene processing data with numerical simulation// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2000. – V.94. – p.159-177.

50.Pilkee Kim, Jongwon Seok Viscoplastic flow in slightly varying channels with wall slip pertaining to a magnetorheological (MR) polishing process// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Volume 166, Issues 17–18, 18 September 2011, Pages 972-992.

51.Grant Hay, Michael E. Mackay, Stewart A. McGlashan, Yoosup Park Comparison of shear stress and wall slip measurement techniques on a linear low density polyethylene// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2000. – V.92. – p.187-201.

52.C.F.J. Den Doelder, R.J. Koopmans, J. Molenaar, A.A.F. Van de Ven Comparing the wall slip and the constitutive approach for modelling spurt instabilities in polymer melt flows// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 1998. – V.75. – p.25-41.

53.Christel Metivier, Albert Magnin The effect of wall slip on the stability of the Rayleigh–Benard Poiseuille flow of viscoplastic fluids// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2011. – V.166. – p. 839-846.

54.O. Wein Viscometric flow under apparent wall slip in parallel-plate geometry// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2005. – V.126. – p. 105-114.

55.Nicolas Roquet, Pierre Saramito An adaptive finite element method for viscoplastic flows in a square pipe with stick–slip at the wall// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2008. – V.155. – p.101-115.

56.H. Muller-Mohnssen, D. Weiss, A. Tippe. Concentration dependent changes of apparent slip in polymer solution flow // J. Rheology. – 1990. - V. 34. - p. 223-245.

57.R.J. Mannheimer. Laminar and turbulent flow of cement slurries in large diameter pipe: A comparison with laboratory viscometers // J. Rheology, – 1991. – V.35. – p. 113-134.

58.A. Karnis, S.G. Mason. // J. Colloid Interface Sci. – 1967. – V.24. – p.164.

59.A. Yoshimura, R.K. Prud'homme Wall Slip Corrections for Couette and Parallel Disk Viscometers // J. Rheology. V. 32. – 1988. – p. 53-67.

60.M.J. Ruiz-Viera, M.A. Delgado, J.M. Franco, C. Gallegos Evaluation of wall slip effects in the lubricating grease/air two-phase flow along pipelines// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2006. – V.139. – p.190-196.

61.K.M. Awati, Y. Park, E. Weisser, M.E. Mackay Wall slip and shear stresses of polymer melts at high shear rates without pressure and viscous heating effects// Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, – 2000. – V.89. – p.117 - 131.

62.Янков В. И., Боярченко В. И., Перевадчук В. П., Глот И. О. Переработка волокнообразующих полимеров. В семи томах. (Том I. Основы реологии полимеров. Течение полимеров в каналах.) – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005, 268 с.

63.Пышнограй Г.В., Покровский В.Н., Яновский Ю.Г., Образцов И.Ф., Карнет Ю.А. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения // Доклады АН, 1994, т.335, № 9, с.612–615.

64.Гусев А.С., Пышнограй Г.В. Частотные зависимости динамических характеристик линейных полимеров при простом сдвиге // Механика композиционных материалов и конструкций, 2001, № 2, с. 236-245.

65.Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // Инженерно-физический журнал, 2005, т. 78; №5, с.55-61.

66.Головичева И.Э., Пышнограй Г.В., Попов В.И. Обобщение закона Пуазейля на основе реологического определяющего соотношения полимерных жидкостей // Прикладная механика и теоретическая физика, 1999, т. 40. № 5, с. 158-163.

67.Алтухов Ю. А., Гусев А. С., Макарова М. А., Пышнограй Г. В. Обобщение закона Пуазейля для плоскопараллельного течения вязкоупругих сред// Механика композиционных материалов и конструкций, 2007, № 4, с. 581–590.

68.Зинович С.А., Головичёва И.Э., Пышнограй Г.В. Влияние молекулярной массы на сдвиговую и продольную вязкость линейных полимеров// Прикладная механика и техническая физика, 2000, т.41, №2, С.154-160.

69.H. Munstedt, M. Schmidt, E. Wassner Stik and slip phenomena during extrusion of polyethylene melts as investigated by laser-Doppler velocimetry// J. Rheol., 2000, 44(2), p.413-427 .

70.E. Wassner, M. Schmidt, H. Munstedt Entry flow of a low-density-polyethylene melt into a slit die: An experimental study by laser-Doppler velocimetry // J. Rheol., 1999, 43(6), p. 1339-1353.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №01-12-00033) и ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы» ГК № 07.514.12.4034.

Макарова М.А., *к.ф.-м.н,*
e-mail: *maria_makarova_ka@mail.ru*
Пышнограй И.Г., *аспирант,*
e-mail: *ivan262@bk.ru*
Пышнограй Г.В., *д.ф.-м.н., проф.,*
e-mail: *pyshnograi@mail.ru*
Алтухов Ю.А., *д.ф.-м.н., проф.,*
e-mail: *yuri_altukhov@mail.ru*
Головичёва И.Э., *к.ф.-м.н., доц.,*
Трегубова Ю.Б., *аспирант,*
e-mail: *jtregubova@gmail.com*
Третьяков И.В., *аспирант,*
e-mail: *jvilya@gmail.com*
Афонин Г.Л., *аспирант, e-mail:* *gal_7@mail.ru*
Аль Джода Х.Н.А. *аспирант,*
e-mail: *hyder078@yahoo.com*
Кафедра высшей математики ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», Барнаул