

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ CUDA В ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

. При этом координаты земельного участка сохраняются в базе данных для их последующего использования.

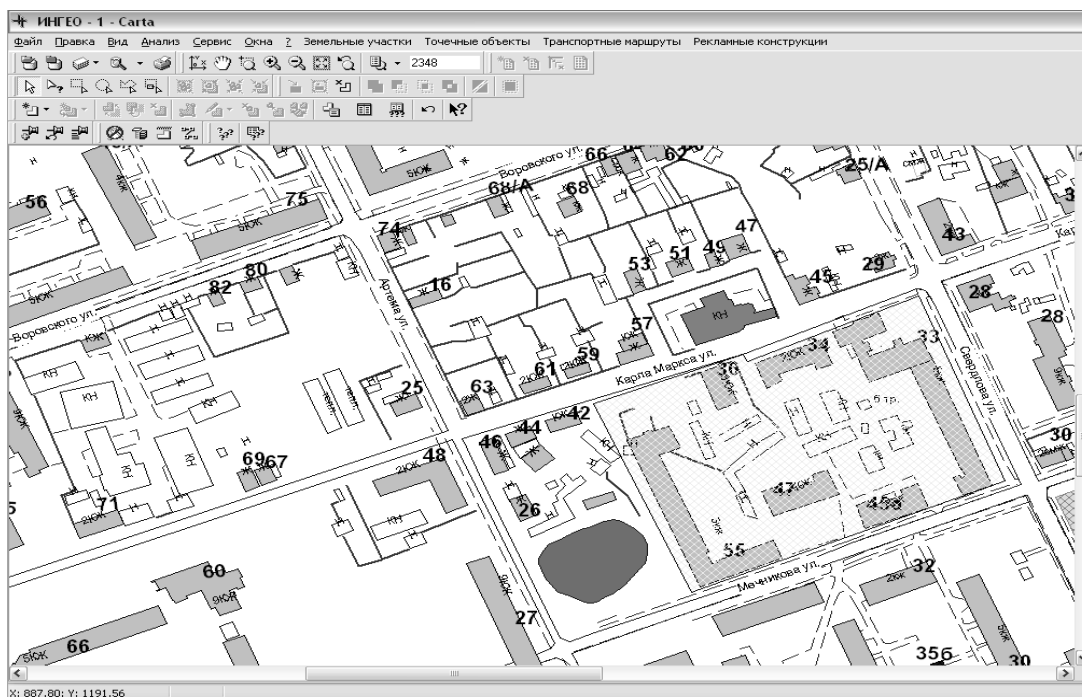


Рисунок 3 – Сформированный земельный участок

Реализованный модуль для системы ГИС ИнГео «Учет земельных участков» входит в муниципальную ГИС города Муром.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Садыков, С. Автоматический контроль размещения пространственных объектов на цифровой карте с использованием топологических отношений. / С.С. Садыков, С.В. Еремеев //

Информационные технологии. – 2005 – №8. – С. 6-9.

2. Еремеев, С. Пространственные структуры в геоинформационных системах. / С.В. Еремеев, // Алгоритмы, методы и системы обработки данных. – 2007 – №12. – С. 71-74.

К.т.н **Еремеев С.В.** тел. 8-905-142-12-34, sv-eremeev@yandex.ru - каф. информационных систем Муромского института (филиала) Владимирского государственного университета

УДК 004.021

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ CUDA В ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

А.Ю. Москалев, И.О. Гущина

Рассматривается задача формирования целочисленного инвестиционного портфеля Марковица на максимум доходности при ограничении на величину риска портфеля. Описываются этапы предлагаемого алгоритма решения данной задачи, базирующегося на методе ветвей и границ и симплекс-методе. Представлены результаты экспериментов, демонстрирующие эффективность применения технологии NVIDIA CUDA в решении данной задачи.

Ключевые слова: модель Марковица, инвестиционный портфель, технология CUDA, массивно-параллельные вычислители

Введение

Рынок капиталов в настоящее время представляет собой быстро развивающуюся структуру международной и, в частности, российской экономики. Он предлагает раз-

личные виды инвестирования, при оценке эффективности которого аналитиками широко используются метод и модели прогнозирования стоимости финансовых активов. Среди них можно отметить классическую двухкрите-

РАЗДЕЛ IV. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ДАННЫХ

риальную модель выбора портфельных инвестиций – модель Марковица [1]. Портфельная теория исходит из того, что при осуществлении инвестиционной деятельности инвесторы могут вкладывать средства не в один, а несколько объектов, формируя тем самым некую совокупность объектов инвестирования. В процесс формирования инвестиционного портфеля возникает задача подбора объектов инвестирования в соответствии с заданными предпочтениями. В теории допускается дробление финансовых активов в общем портфеле инвестиций на доли. На практике это неприемлемо, так как ценные бумаги продаются (покупаются) неделимыми лотами, что в общем случае может приводить к формированию неэффективного портфеля [2].

Вводя ограничение на целочисленность приобретаемых лотов, то можно поставить следующие задачи: формализовать задачу формирования портфеля с учетом ограничения, предложить алгоритм, позволяющий за разумное время получать решения. При этом в качестве аппаратного обеспечения предлагается использовать массивно-параллельные вычислители на базе технологии NVIDIA CUDA [3].

Формализация задачи формирования портфеля Марковица на максимум доходности при ограничении на величину риска портфеля

Рассмотрим дискретную ценовую модель рынка капиталов. Пусть известен перечень лотов n , в которые входят ценные бумаги одного вида, а их объем задан числами $V_1, V_2, \dots, V_n$. Известна начальная стоимость каждой акции α_i в момент времени $t = 0$ и вероятностное распределение будущей стоимости акций каждого вида в момент времени $t = T$. Пусть известны по каждому виду финансовых активов β_i – коэффициенты ($\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$), которые задают количественную оценку риска по каждому виду ценных бумаг. Пусть будущая стоимость i -го актива задается распределением $\gamma_i^1, \dots, \gamma_i^m$ с вероятностями $p_1, \dots, p_m$. Тогда математическое ожидание будущей стоимости i -го актива есть величина:

$$\bar{\gamma}_i = \sum_{j=1}^m \gamma_i^j \cdot p_j \quad (1)$$

В этих обозначениях интерпретация модели Марковица на максимум доходности при

ограничениях на величину риска портфеля R_{zp} и на целочисленность лотов может быть представлена в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^n V_i y_i (\bar{\gamma}_i - \alpha_i) + F \rightarrow \max, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n V_i y_i \alpha_i \leq F, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{i>j} y_i y_j x_i x_j \text{cov}_{ij} \leq R_{zp}, \quad (4)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где $x_i = \frac{V_i \alpha_i}{F}$ – доля общего вложения, приходящегося на акции V_i в инвестиционном портфеле; y_i – искомая величина, равна 1, если i – й лот включен в портфель, и равна 0 – в противном случае.

Данная модель предоставляет возможность поиска решений, максимизирующих прибыль от реализации инвестиционного проекта при желаемом уровне риска (см. рисунок 1).

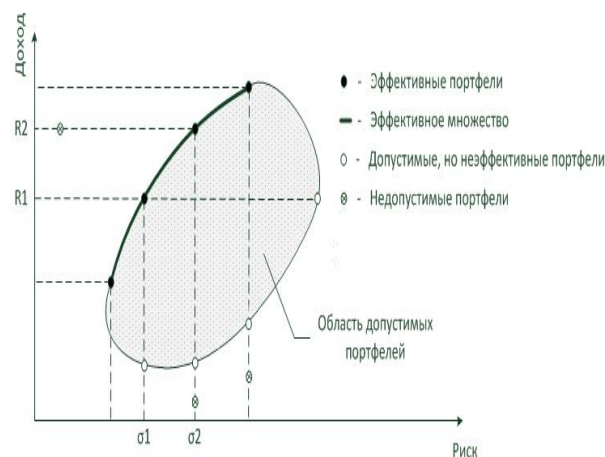


Рисунок 1- Виды множеств формируемых инвестиционных портфелей.

Задача (2) – (5) представляет собой NP-полную задачу. Решение полным перебором не представляется возможным при больших значениях n , т.к. дерево решений растет очень быстро (см. рисунок 2).

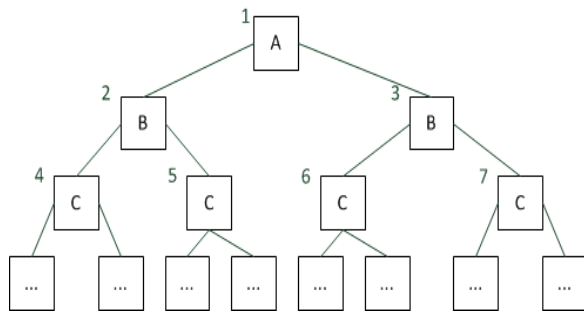


Рисунок 2 – Пример параллельной обработки формируемого дерева решений.

Для решения обозначенной задачи целочисленного линейного программирования (2)-(4) предлагается воспользоваться методом ветвей и границ, этапы которого представлены ниже [4].

Алгоритм решения

Этап 1. Вычислений верхней оценки оптимального значения целевой функции задачи (2) – (5).

Эта оценка может быть получена исключением ограничения (4) и замены ограничения (5) на ограничение вида:

$$0 \leq y_i \leq 1, i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Тогда задача (2) – (5) становится задачей непрерывного линейного программирования, и ее оптимальное решение может быть получено с использованием симплекс-метода [4]. Если к тому же полученное решение удовлетворяет ограничениям (4) и (5), то оно также будет и решением исходной задачи. В противном случае переходим к этапу 2.

Этап 2. Определение нижней оценки оптимального значения целевой функции задачи.

В качестве нижней оценки исходной задачи можно принять объем инвестиционных ресурсов F . Содержательно это означает, что ни один лот не приобретается, и, следовательно, величина риска равна 0.

Этап 3. Вычисление текущих верхних оценок оптимального значения целевой функции при формировании портфеля.

Вычисление текущей верхней оценки для частично сформированного портфеля при условии, что в портфель уже вошли лоты из множества K , происходит по следующей формуле:

$$F_{\epsilon}^{mek}(K) = \sum_{i \in K} \bar{\gamma}_i V_i + F_{\epsilon}(N/K), \quad (7)$$

где $F_{\epsilon}(N/K)$ – верхняя оценка решения задачи (2) – (5) на множестве лотов N/K и объеме финансовых ресурсов $F_{\epsilon} = F - \sum_{i \in K} V_i \alpha_i$.

Формируемый портфель должен удовлетворять ограничениям по уровню риска, т.е. условию (4). Следовательно, после того как в портфель включены лоты множества K , должно выполняться следующее неравенство:

$$\sum_{i \in K} x_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i, j \in K, i > j} x_i x_j \text{cov}_{ij} + \min\{0, x_q^2 \sigma_q^2 (n-k) + 2 \text{cov}_{mp} x_m x_p\} < R_{cp}, \quad (8)$$

где cov_{mp} – минимальная отрицательная ковариация двух активов из множества активов N/K ; x_m, x_p – равномерное распределение остатка капитала в долях после приобретения акций множества K ; σ_q^2 – минимальная дисперсия для множества активов N/K ; $n-k$ – число лотов во множестве активов N/K ;

$$x_q^2 = \left(\frac{F - \sum_{i \in K} V_i \alpha_i}{F(n-k)} \right)^2 \quad \text{– доля финансовых}$$

средств, оставшихся после приобретения лотов множества K , равномерно распределённых между активами множества N/K .

После того как вычислено значение $F_{\epsilon}^{mek}(K)$ проверяется выполнение условия:

$$F_{\epsilon}^{mek}(K) > F_{\epsilon} \quad (9)$$

Если условия (8) и (9) выполнены, то происходит выбор очередного приобретаемого лота и формируется инвестиционный портфель, в который входит множество лотов $K_1 (K \subseteq K_1)$. Если на множестве K_1 соотношения (8) и (9) выполняются, то процесс формирования портфеля продолжается. Иначе портфель отбрасывается и происходит переход к формированию нового. При выборе очередного приобретаемого лота необходимо руководствоваться следующим правилом. Лоты упорядочиваются в порядке убывания величины $\frac{\bar{\gamma}_i}{\alpha_i}$. Выбираемый очередной лот

соответствует максимальному значению указанной величины.

РАЗДЕЛ IV. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ДАННЫХ

Если согласно приведенному алгоритму удалось сформировать портфель, для которого выполняются ограничения (8) и (9) и при этом значение целевой функции (2) $F^* > F_n$, то полагаем $F_n = F^*$, и далее осуществляется переход к очередной итерации алгоритма формирования портфеля. Работа алгоритма заканчивается в случае, когда после очередной корректировки F_n , получим $F_n = F_g$, или когда все варианты формирования портфеля рассмотрены.

В качестве оптимального портфеля выбирается тот, который соответствует наибольшему значению F_n .

Современные графические ускорители с поддержкой технологии CUDA содержат более 100 вычислительных ядер. В то же время их стоимость, габариты и энергопотребление существенно ниже вычислительных систем, построенных на базе процессоров x86 и/или x64 архитектуры [4]. Этапы данного алгоритма могут быть независимо рассчитаны для каждой ветви решения, что позволит максимально использовать потенциал многоядерных GPU. Например, на изображенной на рисунке 2 верхушке дерева решений можно на 4-ядерном графическом ускорителе независимо рассчитывать варианты формирования портфеля 1-2-4(...), 1-2-5(...), 1-3-6(...) и 1-3-7(...).

Результаты экспериментов на тестовых данных

Рассмотрим модель (2) – (5). Смоделируем набор входных данных: число доступных лотов и их размерность, начальная цена для каждой акции в лоте, набор случайных величин с заданным отклонением от начальной цены для расчета цены на время T (считаем, что распределение цен нормальное), коэффициенты риска по каждой бумаге и сгенерируем ковариационную матрицу. Ограничивающими параметрами являются размер ресурсов инвестора и общий допустимый риск портфеля.

Результат экспериментов приведен на следующих графиках.

Как видно из графиков, представленных на рисунке 3, применение массивно-

параллельных вычислителей на базе технологии NVIDIA CUDA дает значительный выигрыш в скорости формирования эффективного множества портфелей, что позволит осуществлять быструю коррекцию структуры портфеля ценных бумаг при изменении предпочтений и фундаментальных условий. В перспективе, используя несколько GPU, задача (2)-(5) может решаться в режиме реального времени.

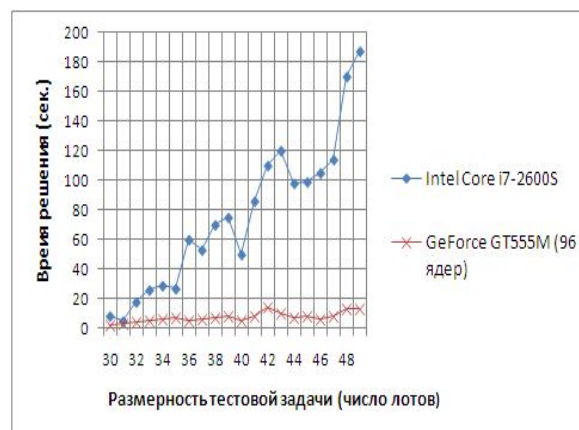


Рисунок 3 – Время формирования оптимального портфеля при различных исходных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касимов, Ю. Введение в теорию оптимального портфеля ценных бумаг. / Ю. Ф. Касимов. – М.: Анкил, 2005. – 144 с.
2. Мищенко, А. Модельный подход к анализу целочисленных инвестиционно-финансовых активов. / А.В. Мищенко, Е.В. Виноградова, Л.С. Хайрулина. – Прикладная информатика. - 2007, № 3(9). – с. 128-139.
3. Боресков, А. Основы работы с технологией CUDA. / А.В. Боресков, А.А. Харламов. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 232 с.
4. Амосов, А. Вычислительные методы: учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. / А.А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н.В. Копченкова. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 672 с.

Аспирант **Москалев А.Ю.** – MoskalevAY@mpei.ru; аспирант **Гущина И.О.** – GushchinaIO@mpei.ru - Московский энергетический институт (технический университет), кафедра вычислительных машин, систем и сетей, (495) 362-75-58