РПА, подтверждающие удовлетворительную сходимость предложенного математического описания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдаев, В.Ф. Исследование гидродинамической сирены [Текст] / В.Ф. Юдаев, Д.Т. Кокорев // Известия вузов. Машиностроение. – 1969. – № 10. – С. 72-77.

Юдаев, В.Ф. К вопросу о расчёте геометрических параметров аппарата типа гидродинамической сирены [Текст] / В.Ф. Юдаев, Д.Т. Кокорев, А.И. Сопин // Известия вузов. Машиностроение. – 1972. – № 6. – С. 80-85.

3.Юдаев, В.Ф. Гидромеханические процессы в роторных аппаратах с модуляцией проходного сечения потока обрабатываемой среды [Текст] / В.Ф. Юдаев // Теоретические основы химических технологий. – 1994. – Т. 28, № 6. – С. 581-590.

4. Карепанов, С.К. О нестационарных гидродинамических процессах в аппаратах химической технологии [Текст] / Карепанов С.К., Юдаев В.Ф. // Нестационарная гидромеханика: теория, эксперимент, практические приложения. – М.: СВС – Технология, 1997. – С. 44-49.

5. Зимин, А.И. Прикладная механика прерывистых течений [Текст] / А.И. Зимин. – М.: Фолиант, 1997. – 308 с.

УДК 004.942:66.06

УЧЁТ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ВИХРЕВОГО ПОТОКА В ПЕРФОРИРОВАННОМ РОТОРЕ

А.Б. Евграфова, В.А. Плотников, П.Т. Петрик

Представлены результаты теоретических исследований гидродинамики вихревого потока в перфорированном роторе с газовой полостью: зависимость коэффициента проскальзывания от интенсивности вдува; относительный радиальный профиль окружной скорости в роторе; распределение относительного давления в роторе. Решение позволяет получить в явном виде выражения для расчёта коэффициента проскальзывания жидкости на границе раздела фаз.

Ключевые слова: проскальзывание, вихревой поток в перфорированном роторе, расчёт коэффициента проскальзывания

Одним из факторов, снижающим эффективность работы фильтрующих центрифуг, является проскальзывание жидкости в перфорированном роторе, приводящее к снижению давления фильтрования и уменьшению производительности.

Эта проблема свойственна и статическим аппаратам с закрученными вихревыми потоками, в которых тангенциальная подача определяет гидравлическое сопротивление и эффективность разделения дисперсий.

Одним из перспективных методов решения гидродинамических задач разделения дисперсных потоков является анализ уравнений движения несущего вихревого потока и получение на его основе безразмерных зависимостей, определяющих показатели разделительного процесса.

Применение методов вычислительной гидродинамики позволяет углубить понимание работы соответствующих аппаратов и выбрать наилучшую геометрическую форму и размеры конструкции. Использование этого метода особенно эффективно для многофазных гетерогенных систем и аппаратов со сложной геометрией.

Гидродинамика вихревого потока в перфорированном роторе во многом определяется условиями и интенсивностью подачи рабочей среды. В простейшем варианте обрабатываемая среда подаётся в ротор через трубу питания с последующим разбрызгиванием её на внутренней свободной поверхности. Взаимодействие потока питания с вихревым потоком перфорированного ротора приводит к торможению граничной поверхности вихря и отставанию жидкости относительно стенок ротора.

Рассмотрим идеализированную схему подачи рабочей среды в перфорированном роторе (рис.1,б), когда на поверхность раздела фаз равномерно подаётся радиальный поток питания. В силу высокой скорости вращения перфорированного ротора свободную поверхность жидкости будем считать цилиндрической. Будем также полагать, что влияние торцевых пристенных слоёв пренебрежительно мало.

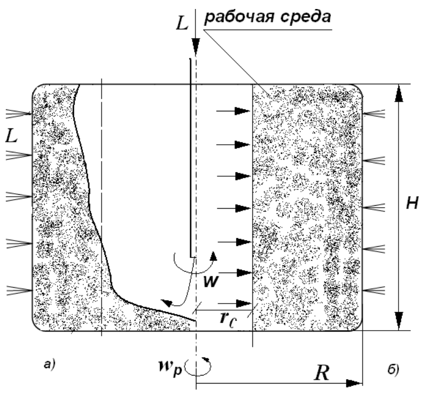

Рисунок 1 - Расчётная схема перфорированного ротора: *а)* реально*, б)* схематично; *R, H* - внутренний радиус и высота ротора; ε*R* - радиус газовой полости; *w* - угловая скорость вращения ротора, *L* .- объемный расход жидкости через ротор

В этом случае движение вихревого потока в перфорированном роторе может быть описано следующей системой уравнений, записанной в цилиндрической системе координат:

- радиальный профиль давления в перфорированном роторе:

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{dP}{dr}=\frac{V\phi^2}{r} \;;$$

- радиальный профиль окружной компоненты скорости рабочей среды: (1)

$$V_r\cdot\frac{dV_\phi}{dr}+\frac{V_r\cdot V_\phi}{r}=\upsilon\cdot\left[\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}(r\cdot V_\phi)\right]\right]$$

- условие сплошности радиального потока, при условии, что осевая компонента скорости равна нулю:

$$\frac{d}{dr}\cdot(r\cdot V_r)=0 \;;$$

- допущение, которое приходится принять с тем, чтобы иметь возможность аналитического решения задачи:

$$V_Z=0\,;$$

- граничные условия: (2)

при $r=\varepsilon R$ $\quad V_r=\dfrac{L}{2\pi\cdot\varepsilon R\cdot H}$

$$\tau_\varepsilon=\rho\cdot\upsilon\cdot\left[r\cdot\frac{d}{dr}\left(\frac{V_\phi}{r}\right)\right];$$

при $r=R$ $\quad V_r=\dfrac{L}{2\pi\cdot R\cdot H}$

$$V_\phi=\omega\cdot R\,.$$

Первое граничное условие обозначает, что свободная цилиндрическая поверхность испытывает касательное напряжение, вызванное потоком орошения. Второе граничное равенство вытекает из условия прилипания жидкости на цилиндрической стенке перфорированного ротора.

Отсутствие осевых перемещений в перфорированном роторе однозначно определяет радиальный поток как поток расширения. Действительно, интегрирование уравнения сплошности приводит к выражению:

$$V_r=\frac{C}{r},$$

в котором постоянная интегрирования *C* находится из первого граничного условия:

$$C=\varepsilon R\cdot\frac{L}{2\pi\cdot\varepsilon R\cdot H}=\frac{L}{2\cdot\pi\cdot H}\,.$$

Результат можно представить в безразмерном виде:

$$k=\frac{r\cdot V_r}{\upsilon}=\frac{L}{2\cdot\pi\cdot H\cdot\upsilon}=RE_r\,, \quad (3)$$

где показатель *k* определяет число Рейнольдса, характеризующее интенсивность радиального потока в перфорированном роторе. Заметим, что в качестве вязкости среды здесь принят коэффициент турбулентного обмена, оценивающий интенсивность турбулентности вихревого потока.

Используя результат (3) преобразуем второе уравнение системы (1), получим (4)

$$k\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}(r\cdot V_\phi)=\left[r\cdot\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}(r\cdot V_\phi)\right]\right]$$

Введение переменной $Y=\dfrac{1}{r}\cdot\dfrac{d}{dr}(r\cdot V_\phi)$ позволяет понизить порядок уравнения (4) и свести его к классу дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными при условии, что показатель *k* величина постоянная:

$$\frac{dY}{Y}=k\cdot\frac{dr}{r}\,.$$

Интегрирование последнего уравнения приводит к результату:(5)

$$Y=C_1\cdot r^k \qquad \frac{d}{dr}(r\cdot V_\phi)=C_1\cdot r^{k+1}$$

Проведя повторное интегрирование, получим искомое решение:

$$V_\phi = \frac{C_1}{k+2}\cdot r^{k+1} + \frac{C_2}{r},$$

где значения постоянных интегрирования C_1 и C_2 можно найти из граничных условий (2). Предварительно преобразуем выражение для касательных напряжений на границе раздела фаз. Покажем, что производная:

$$r\cdot\frac{d}{dr}\left(\frac{V_\phi}{r}\right) = \frac{dV_\phi}{dr} - \frac{V_\phi}{r} = \frac{dV_\phi}{dr} + \frac{V_\phi}{r} - 2\cdot\frac{V_\phi}{r} = \frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(r\cdot V_\phi\right) - 2\cdot\frac{V_\phi}{r}$$

Поэтому выражение для безразмерных касательных напряжений можно представить в следующем виде:

$$\frac{\tau_\varepsilon}{\rho\cdot\upsilon\cdot\omega} = \frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dr}\left(\frac{r\cdot V_\phi}{\omega}\right) - 2\cdot\frac{V_\phi}{\omega\cdot r}.$$

Принимая во внимание результат первого интегрирования (5) можно записать:

$$\frac{\tau_\varepsilon}{\rho\cdot\upsilon\cdot\omega} + 2\cdot\frac{V_\phi}{\omega\cdot r} = \frac{C_1}{\omega}\cdot r^k \qquad (6)$$

Касательные напряжения на внутренней границе вихревого потока возникают в результате тормозящего действия радиального потока питания. Передача кинетической энергии потоку питания приводит к появлению граничных касательных напряжений. Математически это запишется так:

$$\frac{\rho\cdot L\cdot\left(\alpha\cdot\omega\cdot\varepsilon\cdot R\right)^2}{2} = \tau_\varepsilon\cdot 2\pi\cdot\varepsilon R\cdot H\cdot\left(\alpha\cdot\omega\cdot\varepsilon\cdot R\right),$$

откуда $$\frac{\tau_\varepsilon}{\rho\cdot\upsilon\cdot\omega} = \frac{k\cdot\alpha}{2}. \qquad (7)$$

В выражении (7) параметр α определяет степень проскальзывания жидкости относительно ротора на границе раздела фаз. С его учетом выражение (6) можно представить следующим образом:

$$\frac{k\cdot\alpha}{2} = \frac{C_1}{\omega}\left(\varepsilon R\right)^k - 2\alpha,$$

откуда $$\frac{C_1\cdot\left(\varepsilon R\right)^k}{\omega} = \alpha\cdot\frac{\left(k+4\right)}{2}.$$

Подставим найденное значение постоянной интегрирования в уравнение (5) и выполним второе интегрирование:

$$\frac{d}{dr}\left(r\cdot\frac{V_\phi}{\omega}\right) = \alpha\frac{\left(4+k\right)}{2\cdot\left(\varepsilon R\right)^k}\cdot r^{k+1}.$$

В итоге получим:

$$\frac{V_\phi}{\omega\cdot r} = \alpha\cdot\frac{\left(k+4\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{r}{\varepsilon R}\right)^k + \frac{C_2}{r^2}.$$

Постоянную интегрирования C_2 найдём из второго граничного условия:

$$1 = \alpha\cdot\frac{\left(4+k\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k + \frac{C_2}{r^2} \text{ откуда}$$

$$\frac{C_2}{r^2} = 1 - \alpha\cdot\frac{\left(4+k\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k.$$

Окончательно, функция проскальзывания жидкости в перфорированном роторе будет иметь вид: (8)

$$\frac{V_\phi}{\omega\cdot r} = \alpha\cdot\frac{\left(k+4\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{r}{\varepsilon R}\right)^k + \left(\frac{R}{r}\right)^2\cdot\left[1 - \alpha\cdot\frac{\left(k+4\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k\right]$$

Выражение для коэффициента α найдём из первого граничного условия:

$$\frac{1}{\alpha} = \left[1 - \frac{\left(k+4\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\right]\cdot\varepsilon^2 + \frac{\left(k+4\right)}{2\cdot\left(k+2\right)}\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k \qquad (9)$$

Из результата (9) следует, что степень проскальзывания жидкости в роторе определяется интенсивностью радиального потока и размером газовой полости.

Численное и аналитическое решение системы уравнений производили на ЭВМ с помощью таких программных продуктов как Mathcad 11.

Получен результат, который представлен далее графически.

Коэффициент проскальзывания:

$$\alpha = \frac{1}{\varepsilon^2\cdot\left[1 + \frac{\left(k+4\right)}{2\cdot k+4}\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon^{k+2}} - 1\right)\right]}$$

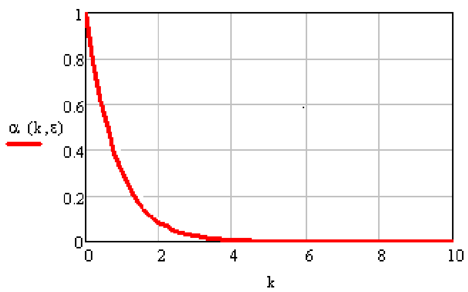

Рисунок 2 - Зависимость коэффициента проскальзывания α от интенсивности вдува k при известном размере газовой полости ε

Относительный радиальный профиль окружной скорости в роторе:

$$U=\left(\frac{1}{x}\right)^2\cdot\left[1+\alpha(k,\varepsilon)\cdot\frac{(k+4)}{2\cdot k+4}\cdot\left(\varepsilon^{k+2}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k\right]$$

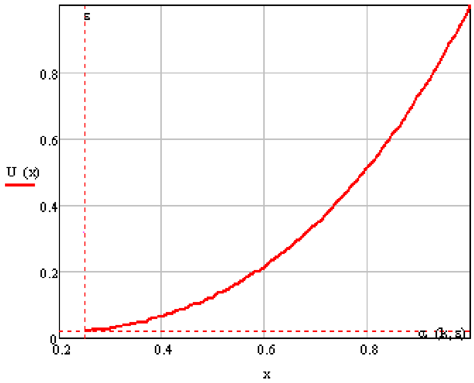

Рисунок 3 - Относительный радиальный профиль окружной скорости в роторе *U*, при текущем радиусе *x* и интенсивности вдува *k*

Распределение относительного давления в роторе:

$$EU(x)=\frac{2\Delta P}{(\omega\cdot R)^2}=\int_{\varepsilon}^{x}2\cdot x\cdot U(x)^2\,dx$$

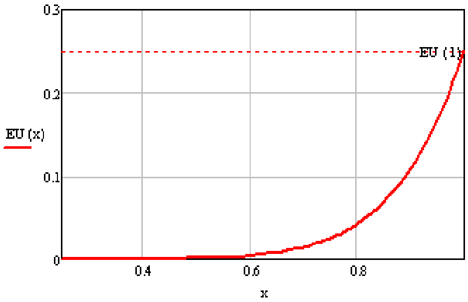

Рисунок 4 - Распределение относительного давления в роторе *EU*,
при текущем радиусе *x=r/R*

Влияние радиуса газовой полости на перепад давления в роторе:

$$U(x,\varepsilon)=\left(\frac{1}{x}\right)^2\cdot\left[1+\alpha(k,\varepsilon)\cdot\frac{(k+4)}{2\cdot k+4}\cdot\left(\varepsilon^{k+2}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^k\right]$$

$$EUm(\varepsilon)=\int_{\varepsilon}^{1}2\cdot x\cdot U(x,\varepsilon)^2\,dx$$

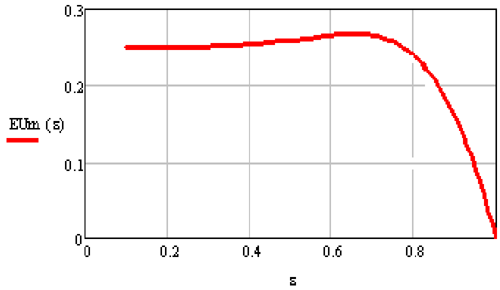

Рисунок 5 -Влияние радиуса газовой полости на перепад давления в роторе

Отметим, что перепад давления в роторе с радиальным питанием практически не зависит от размера газовой полости, если последняя не превышает некоторого предельного размера.

Построенные математические модели и методы расчета, предложенные алгоритмы составляют основу решения задач оптимизации и управления процессами разделения суспензий для широкого класса центрифуг. Результаты выполненных теоретических и прикладных исследований, выработанные рекомендации могут быть использованы в профильных научно-исследовательских и проектных организациях, промышленных предприятиях, связанных с разделением, фильтрованием и очисткой жидких сред.

Данный вариант решения позволяет получить в явном виде выражения для расчёта коэффициента проскальзывания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лагуткин, М.Г. Оценка действия силы Кориолиса в аппаратах с закрученным потоком / М.Г. Лагуткин, Д.А. Баранов. - ТОХТ, 2004, т.38. №1.

2. Плотников, В.А. Течение жидкости в цилиндрическом роторе с проницаемыми стенками / В.А. Плотников, О.А. Трошкин. – Тез.докл. III Всесоюзной научной конференции, М: МИХМ, 1983.

3. Соколов, В.И. Проблемы теории центрифугирования. - Известия вузов. Пищевая технология, 1981, №1.

4. Трошкин, О.А. Приближенная модель вихревого потока, ограниченного проницаемыми стенками. - ТОХТ, 1988, т.22, №5.