

ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ КАНАЛАХ И УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

Ю.А. Алтухов, К.Б. Кошелев, О.А. Никитина, Г.В. Пышнограй

В работе исследованы методы моделирования течения сплошной среды в каналах с заданной микрогеометрией неровностей стенок и способы описания мезоскопических граничных условий. На основе решения трехмерной гидродинамической задачи в приближении Стокса выполняется расчет профиля скорости, исследуется влияние параметров регулярной поверхности на вид профиля скорости вблизи границы, а затем, путем усреднения и согласования с имеющимися данными, формулируются мезоскопические граничные условия

Ключевые слова: моделирование, сплошная среда, шероховатость стенок, уравнение Рейнольдса, мезоскопический подход

1. Формулировка уравнений

Модель Рейнольдса получена в 1978 г. [1] для исследования влияния шероховатости поверхности в теории смазки. На рисунке 1 приведена геометрия области, где исследуется течение между двумя движущимися шероховатыми поверхностями. Локальная толщина слоя $h_T = h + \delta_1 + \delta_2$, где h – номинальная толщина слоя, определяемая как расстояние между средними уровнями 2-х поверхностей, δ_1 и δ_2 - случайные амплитуды шероховатости.

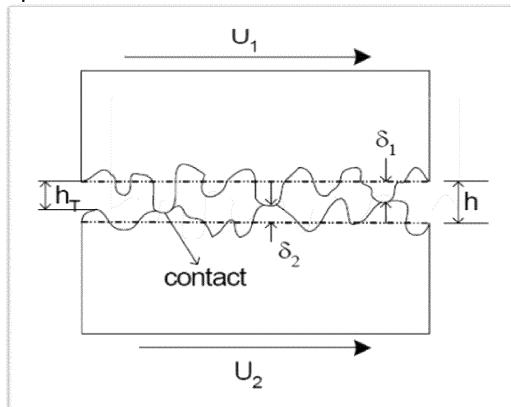


Рисунок 1 - Геометрия течения в тонком слое

Классическое уравнение Рейнольдса, определяющее локальное давление, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \\ = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h_T}{\partial x} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (1)$$

причем ось y направлена перпендикулярно плоскости рисунка.

На основе этого уравнения вычисляются так называемые «flow factors» и изучается влияние микроструктуры поверхности на гидродинамику потока между гладкими и шероховатыми стенками, причем шероховатость задается и учитывается различными способами.

Для некоторого контрольного объема локальные потоки в направлении x и y определяются выражениями

$$q_x = -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_1 + U_2}{2} h_T;$$

$$q_y = -\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y}$$

Тогда средние значения потоков в этих направлениях, определяемые соотношениями

$$\bar{q}_x = E(q_x) = \frac{1}{\Delta y} \int_y^{y+\Delta y} q_x dy;$$

$$\bar{q}_y = E(q_y) = \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} q_y dx$$

и вычисленные в контрольном объеме с реальными значениями h_T , могут быть связаны со средней номинальной толщиной слоя, средней толщиной и средним давлением при помощи поправочных коэффициентов φ_x и φ_y :

$$\bar{q}_x = -\varphi_x \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{U_1 + U_2}{2} \bar{h}_T + \\ + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \varphi_x$$

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

$$\bar{q}_y = -\varphi_y \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right),$$

где \bar{p} – среднее давление, \bar{h}_T – средняя толщина щели.

Окончательный вид осредненных уравнений Рейнольдса

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi_x \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varphi_y \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \\ & = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \end{aligned} \quad (2)$$

Поправочные коэффициенты φ_x и φ_y (pressure flow factors) в осредненных уравнениях Рейнольдса связаны с учетом влияния шероховатости на напорное течение и определяются в результате сравнения усредненных результатов расчета течения в сравнительно небольшой области канала с результатами расчета течения в канале некоторой名义альной толщины h с гладкими стенками.

При этом для локальной области уравнение Рейнольдса и граничные условия принимаются в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \\ & = U \frac{\partial h_T}{\partial x} + \frac{\partial h_T}{\partial t} \end{aligned} \quad (3)$$

1. $p = p_A$ при $x = 0$
2. $p = p_B$ при $x = L_x$
3. $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ при $y = 0$ и $y = L_y$

Окончательно, рассмотрение модельной задачи определяет значение φ_x в виде

$$\begin{aligned} \varphi_x &= \frac{\frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} dy}{\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x}} \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} &= \frac{p_B - p_A}{L_x}, \end{aligned}$$

причем среднее значение φ_x находится для различных, но статистически идентичных шероховатых поверхностей.

Таким образом, поправочный коэффициент напорного течения может быть представлен как функция

$$\varphi_x = \varphi_x \left(\frac{h}{\sigma}, \gamma \right),$$

где γ – параметр зависимости шероховатости от направления.

Аналогично определяется

$$\varphi_y = \varphi_y \left(\frac{h}{\sigma}, \gamma \right) = \varphi_x \left(\frac{h}{\sigma}, \frac{1}{\gamma} \right)$$

Поправочный коэффициент для сдвигового течения φ_s (shear flow factor), входящий в уравнение Рейнольдса, определяется численно, как и при определении коэффициентов φ_x и φ_y , но при этом рассматривается только течение чистого сдвига. Используя граничные условия $U_1 = -U_2 = US/2$ в уравнении Рейнольдса, получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t} \quad (4)$$

Давление в локальной области контрольного объема определяется последним уравнением с учетом граничных условий вида:

1. $p = p_A$ при $x = 0$
2. $p = p_B$ при $x = L_x$
3. $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ при $y = 0$ и $y = L_y$

Усредненное численное решение для давления $\bar{q}_x = E \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy$ с

учетом того, что

$$\bar{q}_x = \frac{U_s}{2} \sigma \varphi_s$$

имеем

$$\varphi_s = \frac{\frac{2}{L_x L_y} \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \left(-\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx dy}{U_s \sigma}$$

Значение φ_s определяется после усреднения расчетов для статистически идентичных шероховатых поверхностей.

2. Напорное течение для канала с регулярно заданной геометрией в локальном объеме

Рассмотрим теперь решение задачи для канала с регулярной геометрией в локальном объеме, приведенном на рисунках 2, 3.

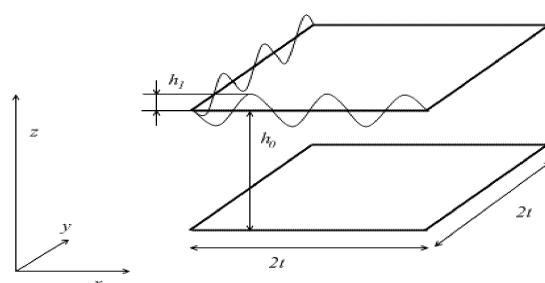


Рисунок 2 - Геометрия локальной области течения

ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ КАНАЛАХ И УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

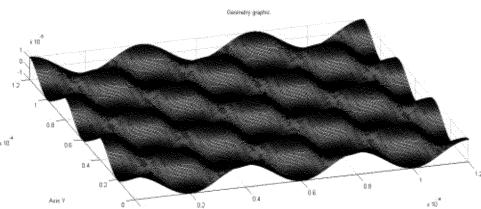


Рисунок 3 - Геометрия верхней границы

Значения параметров, определяющих геометрию области течения и перепад давления для течения Пуазейля, следующие:

$$h_0 = 6 \cdot 10^{-5}, \quad h_1 = 10^{-5}, \quad t = 6 \cdot 10^{-5},$$

$$h = h_0 + h_1 \cos\left(\frac{\pi x}{2h_1}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2h_1}\right), \quad P_a = 8 \cdot 10^4,$$

$$P_b = 0$$

На рисунках 4-10 приведены рассчитанное поле давлений и различные проекции рассчитанного поля скорости.

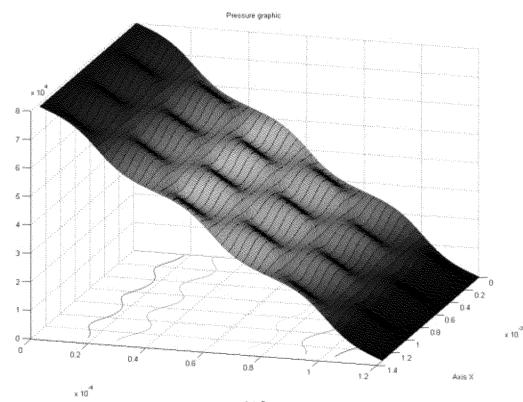


Рисунок 4 - Распределение давления на основе решения уравнений Рейнольдса в локальном объеме

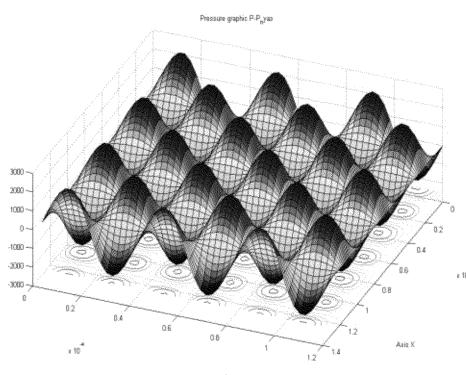


Рисунок 5 - Отклонение давления от распределения Пуазейля на основе решения уравнений Рейнольдса в локальном объеме

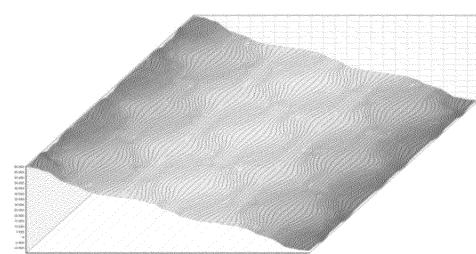


Рисунок 6 - Распределение давления на основе решения уравнений Навье-Стокса в локальном объеме

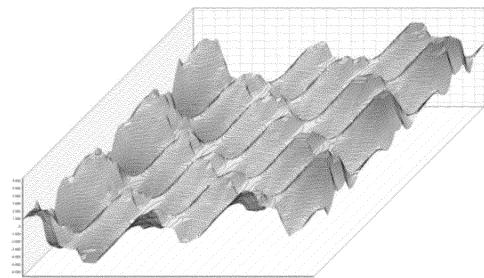


Рисунок 7 - Отклонение давления от распределения Пуазейля на основе решения уравнений Навье-Стокса в локальном объеме

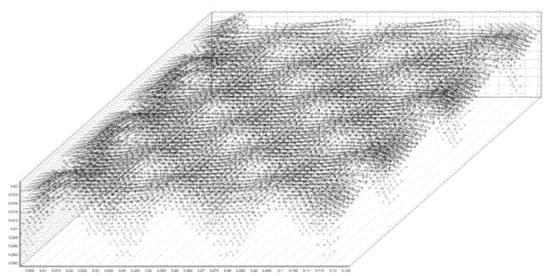


Рисунок 8 - Поле скоростей, полученное на основе уравнений Навье-Стокса

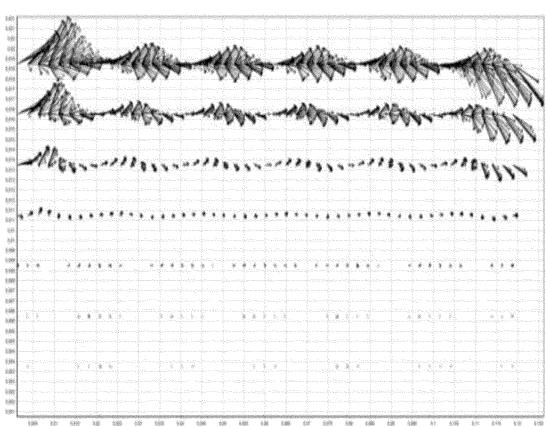


Рисунок 9 - Поле скоростей, полученное на основе уравнений Навье-Стокса

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

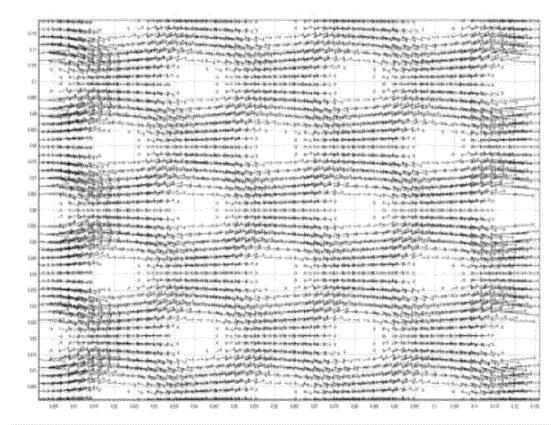


Рисунок 10 - Поле скоростей, полученное на основе уравнений Навье-Стокса

Тогда расход через канал с реальной геометрией равен

$$Q = -\frac{1}{12\mu} \int_0^{\Delta L_y} h^3 \frac{\partial p}{\partial x} dy$$

Расход через канал с номинальной толщиной канала – течение Пуазейля – определяется как

$$Q_s = -\left(\frac{\Delta L_y h_0^3}{12\mu} \right) \left(\frac{p_1 - p_2}{\Delta L_x} \right)$$

Сравнение двух последних формул позволяет выбрать номинальную толщину канала h_0 , обеспечивающую равенство расходов $Q=Q_s$ в пределах локального объема.

Полученное таким образом номинальное значение высоты канала используется в основной расчетной программе при формулировке граничных условий для уравнений Навье-Стокса. Сопоставление результатов для полей давления и скоростей, полученных на основе уравнений Рейнольдса и Навье-Стокса свидетельствует об их удовлетворительном совпадении.

Таким образом, уравнения Рейнольдса могут быть использованы для постановки мезоскопических граничных условий на этапе гидродинамического расчета в каналах с эффективной геометрией.

3. Напорное течение для канала со случайно заданной геометрией в локальном объеме

На рисунках 11, 12 приведен типичный вид исследуемого канала, ограниченного снизу гладкой, а сверху - шероховатой поверхностью.

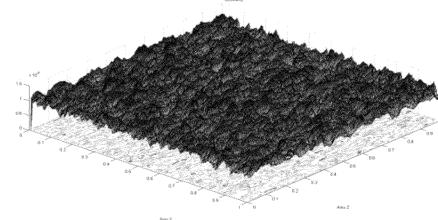


Рисунок 11 - Типичный вид канала с верхней шероховатой поверхностью $h_0/\sigma = 10$

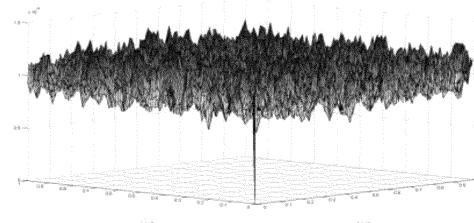


Рисунок 12 - Типичный вид шероховатой поверхности при $h_0/\sigma = 10$

Для исследования влияния шероховатости на гидродинамику потока используем численную процедуру для случайной генерации шероховатости трехмерной поверхности. Как известно, большинство статистических параметров шероховатости может быть получено из двух статистических функций – плотности функции распределения и автокорреляционной функции. Во многих практических важных случаях шероховатость поверхности характеризуется тремя параметрами: σ , λ_x^* , λ_y^* стандартным среднеквадратичным отклонением и корреляционными длинами в направлении x и z в автокорреляционной функции. Отношение этих корреляционных длин определяет свойства шероховатости в различных направлениях и соответствует отношению длины к ширине некоторой характерной части шероховатой поверхности, что определяет изотропную, «продольную» или «поперечную» шероховатость.

Рассмотрим течение в канале со следующими значениями параметров:

$$L_z = 2 \cdot 10^{-4}, \quad L_x = 2.2 \cdot 10^{-4}, \quad \mu = 0.2, \\ P_{in} = 10^5, \quad P_{ex} = 0, \quad \gamma = \frac{\lambda_x^*}{\lambda_y^*} = \text{var}, \quad \sigma_1 = 2 \cdot 10^{-6}, \\ \sigma_2 = 0, \quad \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad h_0 = 10^{-5},$$

ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ КАНАЛАХ И УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

где h_0 – номинальная толщина канала, при которой среднее значение шероховатости равно нулю; $h_0/\sigma = 5$

Результаты расчетов давления для каналов с различным типом шероховатости приведены на рисунках 13-15. Типичный вид шероховатой поверхности приведен на рисунке 11.

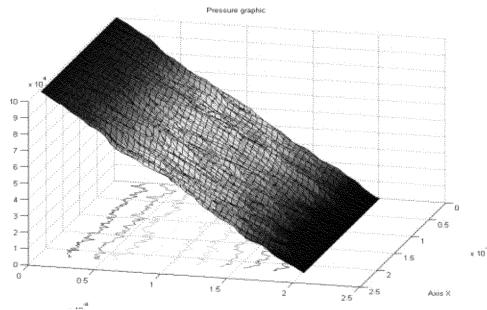


Рисунок 13 - Распределение давления в канале с изотропной шероховатостью

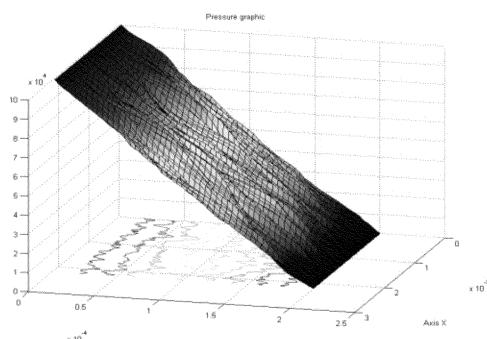


Рисунок 14 - Распределение давления в канале с изотропной шероховатостью

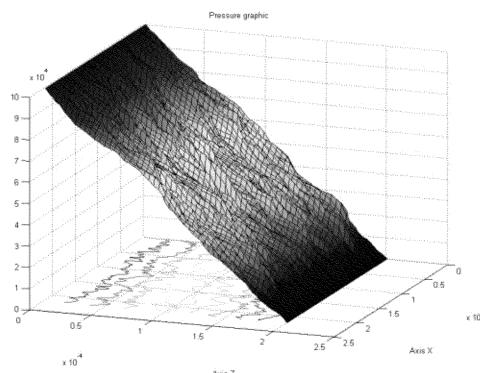


Рисунок 15 - Распределение давления в канале с изотропной шероховатостью $\gamma=1/3$

Соответствующие значения расходов Q , Q_s равны

$$\gamma = 1 : Q = 2.0494 \cdot 10^{-7}, Q_s = 2.0833 \cdot 10^{-7};$$

$$\gamma = 3 : Q = 2.1973 \cdot 10^{-7}, Q_s = 2.0833 \cdot 10^{-7}$$

$$\gamma = 1/3 : Q = 1.9320 \cdot 10^{-7}, Q_s = 2.0833 \cdot 10^{-7}$$

Разность значений $\Delta Q = Q - Q_s$ определяет новое значение номинальной толщины канала h_0^{new} из соотношения

$$Q_s^{new} = -\left(\frac{\Delta L_y (h_0^{new})^3}{12\mu}\right)\left(\frac{p_1 - p_2}{\Delta L_x}\right) = Q - \Delta Q$$

и, следовательно,

$$h_0^{new} = \left(\frac{12\mu \cdot \Delta L_x (Q - \Delta Q)}{(p_1 - p_0) \Delta L_y}\right)^{1/3}$$

Последнее выражение определяет новое номинальное значение высоты канала с гладкими стенками, для которого учтено влияние шероховатости. Это значение используется в гидродинамических расчетах на основе системы уравнений Навье-Стокса.

Теперь появляется возможность сравнения полученных результатов с имеющимися в литературе [1], [2]. Расчеты поправочных коэффициентов для давления приведены на рисунках 16-18, а полученные в настоящей работе на рисунке 19.

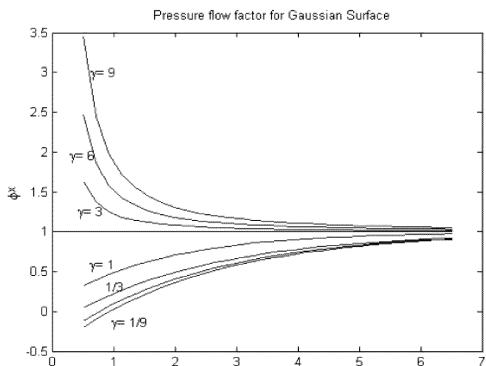


Рисунок 16 - Поправочный коэффициент для давления в случае Гауссского распределения размеров шероховатости из работы [1]

Результаты для поправочного коэффициента для давления, приведенные на рисунках 17-18 [2], а также полученные в данной работе (рисунок 19) с использованием моделей Рейнольдса и Навье-Стокса, хорошо согласуются с результатами работ [1], приведенными на рисунке 16.

Рассмотрим решение задачи (3), (4) для геометрии, приведенной на рисунке 20, при следующих значениях параметров (взятых в качестве примера): $\mu = 0.29$; $t = 100 \cdot 10^{-6}$; $P_{out} = 0.0$; $P_{in} = 50000.0$; $h_l = 3 \cdot 10^{-6}$ м; $h_0 = 6 \cdot 10^{-6}$ м; $R = 1/3$ - цилиндрической ка-

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

верны на нижней неподвижной границе, приведено на рисунках 21 – 22, причем $x = x \cdot 40$ и $z = z \cdot 40$. Для напорного течения под действием заданного перепада давления $U = 0$. Верхняя плоская гладкая граница имеет координату $y=0$.

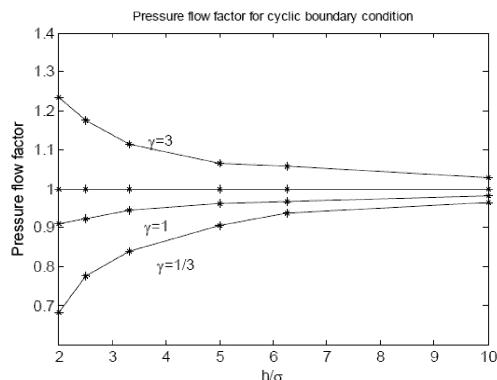


Рисунок 17 - Вычисленные значения поправочного коэффициента для давления в случае Гауссова распределения размеров шероховатости [1]

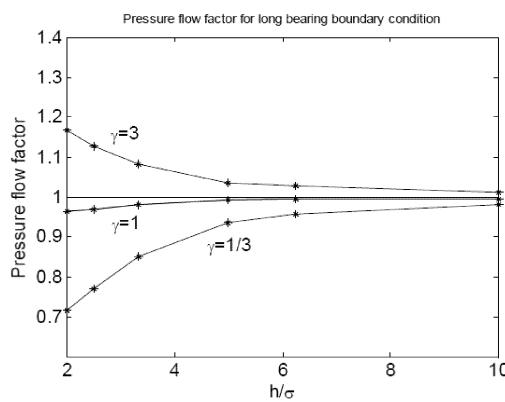


Рисунок 18 - Вычисленные значения поправочного коэффициента для давления в случае Гауссова распределения размеров шероховатости [2]

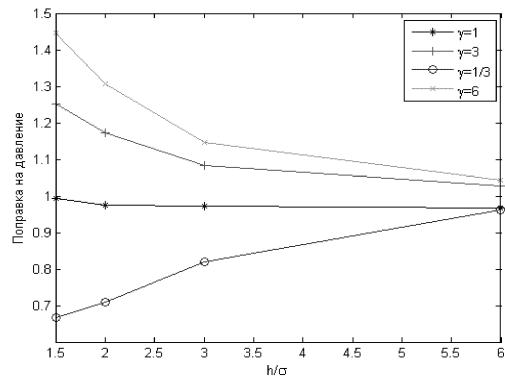


Рисунок 19 - Вычисленные в настоящей работе значения коэффициента для давления в случае Гауссова распределения размеров шероховатости

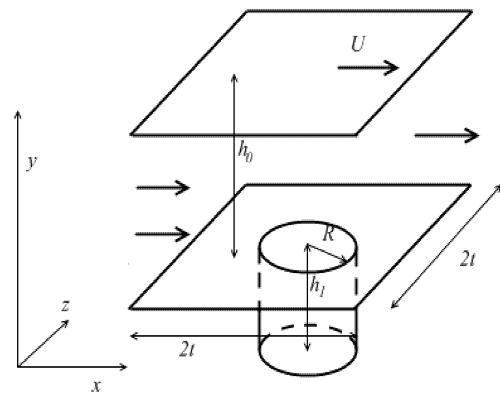


Рисунок 20 - Геометрия расчетной области для расчетного напорного течения в локальном объеме

Полученное распределение давления в выбранном локальном объеме сравнивается с решением задачи на базе полных уравнений Навье-Стокса. Поля давления и скорости, полученные при решении уравнений Навье-Стокса, приведены на рисунках 23 – 24

Осредненные профили давления для решений по уравнениям Рейнольдса (сплошная линия) и Навье-Стокса (+) для сечения $z=t/2$ приведены на рисунке 25.

Полученные результаты свидетельствуют о применимости модели Рейнольдса при описании течения в выбранном локальном объеме.

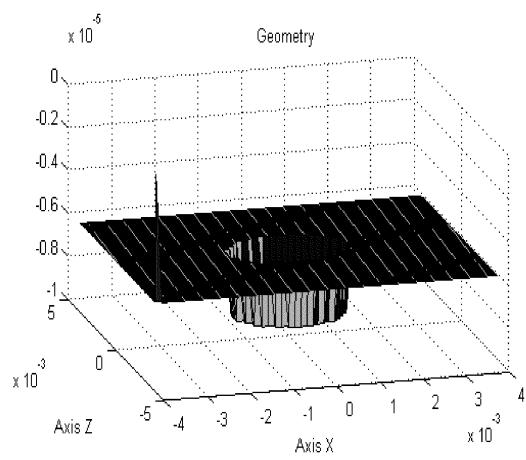


Рисунок 21 - Геометрия давления на основе решения уравнений Рейнольдса

Расчет течения в каналах сложной геометрии с заданными характеристиками шероховатости стенок

ТЕЧЕНИЕ В ШЕРОХОВАТЫХ КАНАЛАХ И УРАВНЕНИЯ РЕЙНОЛЬДСА

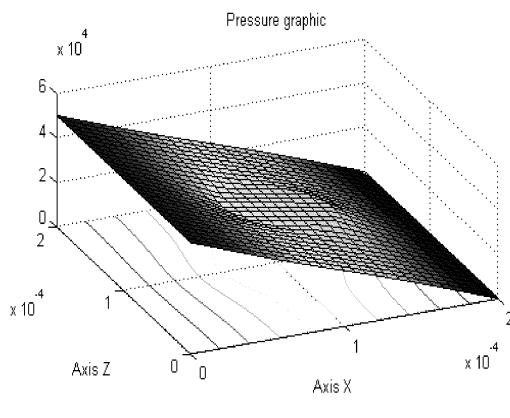


Рисунок 22 - Распределение давления на основе решения уравнений Рейнольдса

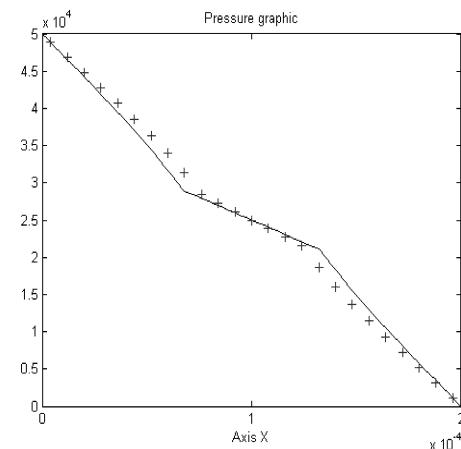


Рисунок 25 - Распределение осредненного давления на основе решения уравнений Рейнольдса (сплошная) и Навье-Стокса (+)

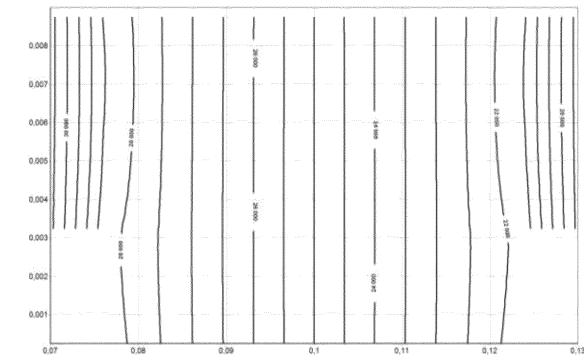


Рисунок 23 - Распределение давления на основе решения уравнений Навье-Стокса при

$$z = t/2$$

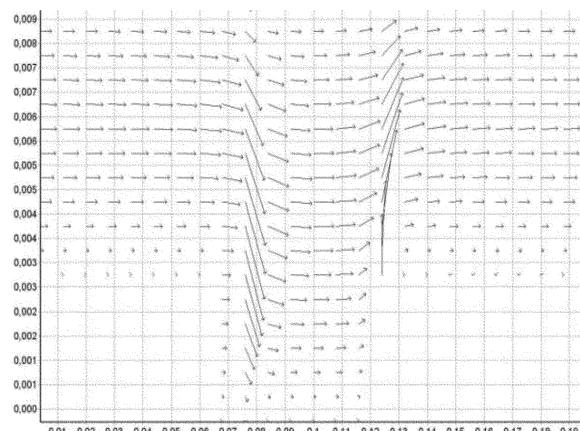


Рисунок 24 - Распределение скорости на основе решения уравнений Навье-Стокса при

$$z = t/2$$

В рамках мезоскопического моделирования течения сплошной среды в каналах с заданной микрогеометрией неровностей поверхности стенок планируется провести вычисления следующих видов течений:

а) Расчёт течения ньютоновской среды в прямоугольном канале

б) Расчёт течения ньютоновской среды в канале с плавным изменением высоты канала.

При изменении высоты канала установившееся течение нарушается, поэтому важным является ответ на вопрос: на каком расстоянии от конца наклонной стенки произойдёт установление течения в низком канале.

в) Расчёт течения ньютоновской среды в канале с внезапным изменением высоты канала.

Такая геометрия соответствует выдавливанию жидкости из резервуара. В этом случае возмущения течения будут более сильными, чем в канале с плавным изменением высоты. Требуется определить, на каком расстоянии от перепада высоты произойдёт установление течения жидкости.

г) Расчёт течения ньютоновской среды в дивергентно-конвергентном канале

д) Расчёт течения ньютоновской среды в S-образном канале с изменяющимся проходным сечением

При резком повороте канала и изменении его сечения могут возникнуть вторичные течения, существенно усложняющие картину течения.

е) Расчёт течения нелинейной вязкоупругой среды в канале с квадратным сечением.

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

4. Сдвиговое течение в шероховатых каналах

Расчет течения в локальном объеме узких каналов с движущимися стенками проводится на основе уравнения (4)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_T^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial h_T}{\partial t}$$

с учетом граничных условий вида:

4. $p = p_A$ при $x = 0$
5. $p = p_B$ при $x = L_x$
6. $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ при $y = 0$ и $y = L_y$

причем

$$\frac{\partial h_T}{\partial t} = \frac{U_s}{2} \frac{\partial h_T}{\partial x}, \quad U_1 = -U_2 = U_s / 2$$

Для локального объема с регулярной шероховатостью

$$h_T = h_0 + h_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{2h_{11}}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi y}{2h_{11}}\right),$$

$$h_0 = 5 \cdot 10^{-5}, \quad h_1 = 10^{-5}, \quad h_{11} = 10^{-4},$$

$$L_x = L_y = t = 6 \cdot 10^{-5}, \quad \mu = 0.2$$

результаты расчета давления приведены на рисунке 26

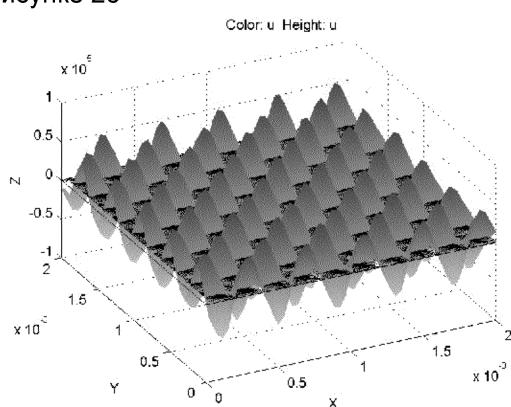


Рисунок 26 - Распределение давления в локальном объеме для сдвигового течения $h_1=10^{-5}$

С уменьшением шероховатости $h_1=10^{-6}$ амплитуда колебаний давления естественно уменьшается (рисунок 27)

Таким образом, получение мезоскопических граничных условий возможно двумя путями. Первый путь, когда имеются экспериментальные данные для профиля скорости в некотором канале. В этом случае сопоставляя расчетные и экспериментальные данные, согласованные по расходу, а фактически по давлению, можно построить условия, связывающие значение скорости на стенке с ее

градиентом в направлении ортогональном стенке.

Полученная зависимость можно использовать для расчета более сложного течения, например, в работе [3] была получена нелинейная зависимость скорости проскальзываания на стенке для расплавов полиэтилена, а в работе [4] эта зависимость была использована для расчета трехмерного течения нелинейной вязкоупругой жидкости в канале с квадратным сечением. Второй путь, когда экспериментальные данные по гидродинамике вблизи изучаемой поверхности отсутствуют. В этом случае в качестве таких данных будет выступать точное решение полной гидродинамической задачи, осредненное по сечениям. Эти данные сопоставляются с результатами расчета по уравнениям (3), что дает возможность, после усреднения определить поправочные коэффициенты, которые в свою очередь позволяют сформулировать мезоскопические граничные условия.

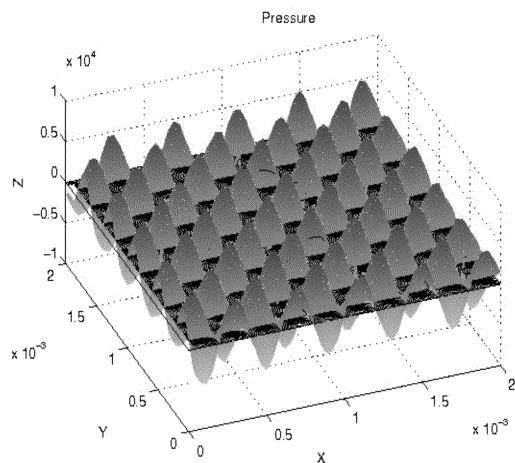


Рисунок 27 - Распределение давления в локальном объеме для сдвигового течения $h_1=10^{-6}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Patir, N. An average flow model for determining effects of three-dimensional roughness on partial hydrodynamic lubrication [Text] /N. Patir, H. S. Cheng // ASME J. Lubrication Technol. – 1978. – v.100. – P. 12–17.
2. Vyas P. Effects of Stochastic (Random) Surface Roughness on Hydrodynamic Lubrication of Deterministic Asperity [Text] // Masters Theses, University of Kentucky. – 2005. – P. 152.
3. Макарова, М.А. Постановка мезоскопических граничных условий для скорости проскальзываивания на границе [Текст] / М.А. Макарова, И.Г. Пышнограй, Г.В.

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

- Пышнограй, Ю.А. Алтухов, И.Э. Головичёва, Ю.Б. Трегубова, И.В. Третьяков, Г.Л. Афонин, Х.Н.А. Аль Джода // Ползуновский вестник. – Барнаул, АлтГТУ, 2012 – № 3/1. – С. 61-74.
4. Алтухов Ю.А., Моделирование 3D профиля скорости нелинейной вязкоупругой жидкости в канале с квадратным сечением / Ю.А. Алтухов, Алтухов, В.Самойлов, И.Г. Пышнограй, Г.В. Пышнограй // Механика композиционных материалов и конструкций. Москва, Институт прикладной механики РАН, 2012. – т. 18. – №3. – С.325-332

Профессор, д.ф.-м.н., **Алтухов Ю. А.**, *yuri_altukhov@mail.ru*; ст. преподаватель **Никитина О. А.**, *oan@uni-altai.ru* - Кафедра теоретических основ информатики Алтайской государственной педагогической я академии (АлтГПА), Барнаул ; профессор, д.ф.-м.н., АлтГПА, **Пышнограй Г. В.**, *pyshnograi@mail.ru* - Кафедра математического анализа и прикладной математики АлтГПА; к.ф.-м.н., доцент **Кошевев К.Б.**, *koshlev@mail.ru*, кафедра прикладной математики Алтайского гостехуниверситета

УДК: 519.711.3: 519.542: 551.571

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

Г.А. Абденова, Л.В. Ильина, М.А. Раков

В статье рассматривается задача оценивания прочности цементного камня в зависимости от вводимой минеральной добавки волластонит. На основе результатов промышленных испытаний по повышению прочности цемента из длительно хранившегося клинкера построена линейная кусочно-разностная модель в форме Коши, которая позволяет с помощью уравнений фильтра Калмана получить более достоверные оценки прочности цемента. Предложен алгоритм построения модели. Разработанный алгоритм апробирован на данных производственных испытаний

Ключевые слова: прочность цемента, минеральная добавка, волластонит, модель в форме Коши, фильтр Калмана, оценка фильтрации

Введение

В производстве цемента актуальна задача повышения ее прочности с использованием минеральных вяжущих веществ. В работе [1] предложены некоторые способы повышения прочности цементного камня введением минеральных добавок. В частности, были проведены промышленные испытания по повышению прочности цементного камня, полученного из длительно хранившегося клинкера введением минеральной добавки, такой как волластонит Алданского месторождения (республика Саха, Якутия). При испытании цементного камня, в ходе которой была получена выборка из 15 измерений, прочность определялась как среднее из этих 15 значений. Очевидно, что результаты испытаний, в большинстве случаев, содержат ошибки измерений. Разброс значений измерений, т.е. ошибки, составляют $\pm 5\%$.

Методика проводимых испытаний

Исследования проводились на образцах цементного камня размерами 20*20*20 мм, полученных в результате твердения теста нормальной густоты при нормальных условиях и после тепловлажностной обработки (ТВО) по режиму: подъем температуры в течение 3 часов, выдержка при температуре 85

$^{\circ}\text{C}$ в течение 6 часов и снижение температуры в течение 2 часов. Измельченный диопсид вводился в количестве 0%; 1%; 2%; 3%; 4%; 5%; 6%; 7%; 8%; 9%; 10%; 11%; 12%; 13% от массы клинкера. Клинкер является полуфабрикатом при получении цемента. Чтобы из клинкера получить цемент, его следует измельчить совместно с добавками – гипсом, а также, в зависимости от вида цемента, с активными минеральными добавками. Кроме того, дополнительно, при каждом испытании, вводился гипс в количестве 5 %.

Из анализа результатов испытаний, показанных на рисунке 1, видны явно выраженные две тенденции в поведении исследуемого процесса, соответствующие двум подынтервалам. На графиках показаны границы между подынтервалами №1 и №2, а сплошными линиями – реальные значения прочности цементного камня на основе результатов испытаний. При испытании образцов, связанных с введением минеральных добавок в клинкер, имеются два фактора, существенно влияющих на прочность цемента: количество гипса и количество волластонита. Действие других факторов, не учитываемых при испытании (например, температура среды испытания и др.), а также действие погрешностей измерений накладываются в