

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРНИРНО СОЕДИНЕННОЙ МАШИНЫ С ТЯГОВО-СЦЕПНЫМ УСТРОЙСТВОМ В ВИДЕ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

А.С. Павлюк, Ю.И. Шенкнехт

*В статье рассмотрена математическая модель шарнирно соединенной машины. Приведены расчетная схема и уравнения движения. Полученные результаты могут быть использованы для моделирования движения машинно-тракторного агрегата, при выборе рациональных конструктивных и эксплуатационных параметров. Предложенная модель представляет научный и практический интерес при рассмотрении возможностей повышения устойчивости и маневренности машинно-тракторного агрегата.*

*Ключевые слова: математическая модель, моделирование движения, шарнирно соединенная машина, машинно-тракторный агрегат, шарнирный четырехзвенник, маневренность, устойчивость движения.*

В работе [1] была рассмотрена возможность применения для соединения звеньев машинно-тракторного агрегата (МТА) тягово-цепного устройства в виде шарнирного четырехзвенного механизма навесного устройства. Предполагалось получение положительного эффекта за счет повышения устойчивости движения и обеспечения необходимой маневренности МТА. Для анализа влияния рассматриваемого в работе [1] тягово-цепного устройства была составлена математическая модель. За основу была взята универсальная модель шарнирно соединенной машины, приведенная в работе [2].

Расчетная схема составленной математической модели приведена на рисунке 1 и представляет собой двухосный тягач с шарнирной рамой, соединенной с одноосным прицепным агрегатом. Движение принято плоскопараллельным, скорость тягача постоянной. Агрегируемое орудие снабжено передними неуправляемыми колесами и соединено с тягачом промежуточным звеном. Промежуточное звено представляет собой трехточечную наладку навесного устройства, образующего шарнирный четырехзвенник. Это является отличительной особенностью рассматриваемой модели.

При таком способе наладке мгновенный центр поворота (МЦП) навесного устройства  $O$  смещается вперед за заднюю ось трактора-тягача на значительное расстояние, определяемое соотношением параметров  $l_1$  и  $l_3$ , а также длиной нижних продольных тяг  $l_2$ . При таком положении мгновенного центра поворота наблюдается повышенная устойчивость движения навесного орудия или машины в горизонтальной плоскости.

При движении МТА на звенья действуют следующие основные силы и моменты, приведенные в расчетной схеме и оказывающие непосредственное влияние на устойчивость и управляемость:

- силы тяги колес тягача ( $F_{0л}, F_{0п}, F_{1л}, F_{1п}$ );
- главные векторы сил упругости пневматических колес тягача, появляющиеся при качении с уводом ( $\bar{T}_{0л}, \bar{T}_{0п}, \bar{T}_{1л}, \bar{T}_{1п}$ );
- главные моменты сил упругости пневматических колес тягача, соответствующие стабилизирующим моментам шин при уводе ( $M_{0л}, M_{0п}, M_{1л}, M_{1п}$ );
- силы сопротивления качению колес тягача ( $\bar{S}_{0л}, \bar{S}_{0п}, \bar{S}_{1л}, \bar{S}_{1п}$ );
- главные векторы сил упругости пневматических колес прицепного орудия, появляющиеся при качении с уводом ( $\bar{T}_{2л}, \bar{T}_{2п}$ );
- главные моменты сил упругости пневматических колес прицепного орудия, соответствующие стабилизирующим моментам шин при уводе ( $M_{2л}, M_{2п}$ );
- силы сопротивления качению колес прицепного орудия ( $\bar{S}_{2л}, \bar{S}_{2п}$ );
- главные векторы сил случайных воздействий со стороны микрорельефа опорной поверхности на колеса тягача, приведенные к центрам масс звеньев ( $\bar{P}_0, \bar{P}_1$ );
- главные моменты сил случайных воздействий со стороны микрорельефа опорной поверхности на колеса тягача, приведенные к центрам масс звеньев ( $\bar{\mu}_0, \bar{\mu}_1$ );
- главный вектор сил случайных воздействий со стороны микрорельефа опорной поверхности на колеса прицепного орудия, приве-

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРНИРНО СОЕДИНЕННОЙ МАШИНЫ С ТЯГОВО-СЦЕПНЫМ УСТРОЙСТВОМ В ВИДЕ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

денный к центрам масс звеньев ( $\bar{P}_2$ );  
 - главные моменты сил случайных воздействий со стороны микрорельефа опорной поверхности на колеса тягача, приведенные к центрам масс звеньев ( $\bar{\mu}_2$ );  
 - моменты трения в шарнирах соединяющие звенья ( $M_{тр0}, M_{тр1}, M_{тр2}, M_{тр3}, M_{тр4}$ ).

Индексами л и п указаны силы и моменты, действующие соответственно на левое и правое колесо одной оси.

Силовое взаимодействие рабочих органов сельскохозяйственной машины с почвой

можно представить в виде главного вектора  $R$  почвенных воздействий на рабочие органы и главного момента  $M$  почвенных воздействий, приведенных к точке соединения прицепного звена со сцепным устройством.

Составляющие главных векторов обозначены на расчетной схеме как  $\bar{P}_{01}, \bar{P}_{02}, \bar{P}_{11}, \bar{P}_{12}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}$ . Кроме того, для реализации задаваемого закона складывания рамы тягача в расчетной схеме учитываются пары сил с моментом  $M_y$ .

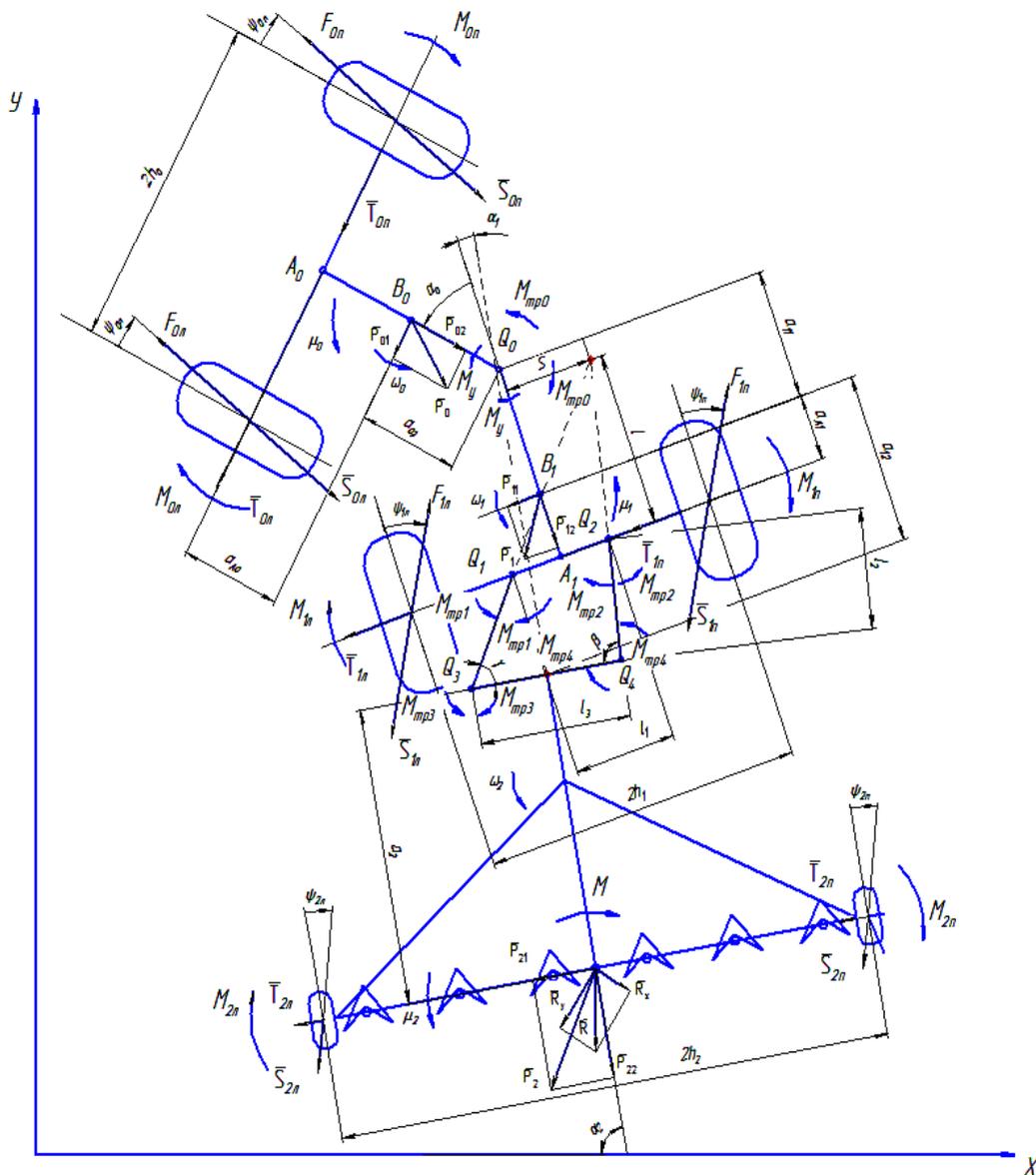


Рисунок 1 – Расчетная схема шарнирно соединенной машины

Увод пневматических шин колес тягача и прицепного звена в расчетной схеме заданы углами увода  $\psi_{0п}, \psi_{0п}, \psi_{1п}, \psi_{1п}, \psi_{2п}, \psi_{2п}$ .

Угловые скорости звеньев обозначены как  $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ .

Представленная на расчетной схеме шарнирно соединенная машина является механической системой с шестью степенями свободы. В соответствии с числом степеней свободы для определения произвольной траектории движения в качестве обобщенных координат были приняты следующие параметры:

- угол складывания рамы тягача  $\alpha_0$ ;
- угол между продольной осью задней секцией тягача и продольной осью прицепного звена  $\alpha_1$ ;
- угол между продольной осью прицепного звена и осью неподвижной системы координат ХОУ  $\alpha_2$ .

Дифференциальные уравнения, связывающие обобщенные координаты и их производные по времени с силами, действующими на звенья, выполнены с использованием уравнений Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, \dots, n$$

где  $T$  – кинетическая энергия системы;

$q_i$  –  $i$ -я обобщенная координата;

$\dot{q}_i$  –  $i$ -я обобщенная скорость;

$t$  – время;

$Q_i$  –  $i$ -я обобщенная сила, соответствующая  $i$ -ой обобщенной координате.

Более подробно системы дифференциальных уравнений движения машины и уравнения для определения обобщенных сил описаны в [2].

Для оценки показателей маневренности и устойчивости движения агрегата в рассматриваемой модели определяется смещение положения мгновенного центра поворота  $O$ , в продольном и поперечном направлениях в случае углового отклонения трактора или навесного орудия от оси прямолинейного движения на угол  $\alpha_1$ .

Положения мгновенного центра поворота в продольном и поперечном направлениях в случае углового отклонения трактора или навесного орудия от оси прямолинейного движения на угол  $\alpha_1$  определяется двумя параметрами: продольным смещением мгновенного центра поворота  $l$  и поперечным смещением мгновенного центра поворота  $S$ .

Продольное смещение мгновенного центра поворота  $l$  определяется из выражения:

$$l = k \cdot \sin \gamma = \frac{l_3 \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{\sin(\gamma + \beta)}$$

$$\text{где } k = \frac{l_3 \cdot \sin \beta}{\sin(\gamma + \beta)}$$

Поперечное смещение мгновенного центра поворота  $S$  определяем из следующего выражения:

$$S = \frac{l \cdot \cos(\beta - \alpha_1)}{\sin \beta} - l_2 \cdot \cos(\beta - \alpha_1) - \frac{l_1}{2}$$

Соотношения параметров  $l_1$  и  $l_2$ , длины нижних продольных тяг  $l_3$ , а также зависимости углов  $\gamma$  и  $\beta$  в функции угла  $\alpha_1$  определяются следующими зависимостями:

$$l_2 \cdot \sin \gamma = l_2 \cdot \sin \beta + l_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$l_3 = l_2 \cdot \cos \gamma + l_2 \cdot \cos \beta + l_1 \cdot \cos \alpha_1$$

Имея эти уравнения, выражаем зависимость позволяющую определить углы между продольными и поперечной тягами:

$$\cos \gamma + \cos \left[ \arcsin \left( \sin \gamma - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin \alpha_1 \right) \right] = \frac{l_3 - l_1 \cdot \cos \alpha_1}{l_2}$$

$$\beta = \arcsin \left( \sin \gamma - \frac{l_1}{l_2} \cdot \sin \alpha_1 \right).$$

Приведенные уравнения позволяют определить положение мгновенного центра поворота в зависимости от конструктивных параметров тягово-сцепного устройства, определяемых соотношением параметров  $l_1$  и  $l_3$ , а также длиной нижних продольных тяг  $l_2$  в функции обобщенной координаты - углом между продольной осью задней секцией тягача и продольной осью прицепного звена,  $\alpha_1$ .

Для исследования кинематических уравнений связи, определяющие угловые деформации пневматических шин колес тягача и прицепного звена, на рисунке 2 приведена схема скоростей различных точек звеньев шарнирно соединенной машины, соответствующей расчетной схеме на рисунке 1. Схема скоростей позволяет определить скорости центров масс звеньев через обобщенные координаты, а также углы, составляемые векторами этих скоростей с продольными осями звеньев. Методика определения скоростей центров масс звеньев через обобщенные координаты, а также углов, составляемых векторами этих скоростей с продольными осями звеньев, подробно описана в [2].

В процессе моделирования движения машины рассчитываются параметры, определяющие траектории любой точки каждого звена, величины курсовых углов звеньев, поперечных ускорений, а также критерии и оце-

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШАРНИРНО СОЕДИНЕННОЙ МАШИНЫ С ТЯГОВО-СЦЕПНЫМ УСТРОЙСТВОМ В ВИДЕ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА

точные показатели управляемости и устойчивости шарнирно соединенной машины. Полученные описания взаимодействия элементов замкнутой динамической системы «опор-

ная поверхность – машина-водитель» дают возможность исследовать устойчивость и управляемость шарнирно соединенной машины как элемента данной системы.

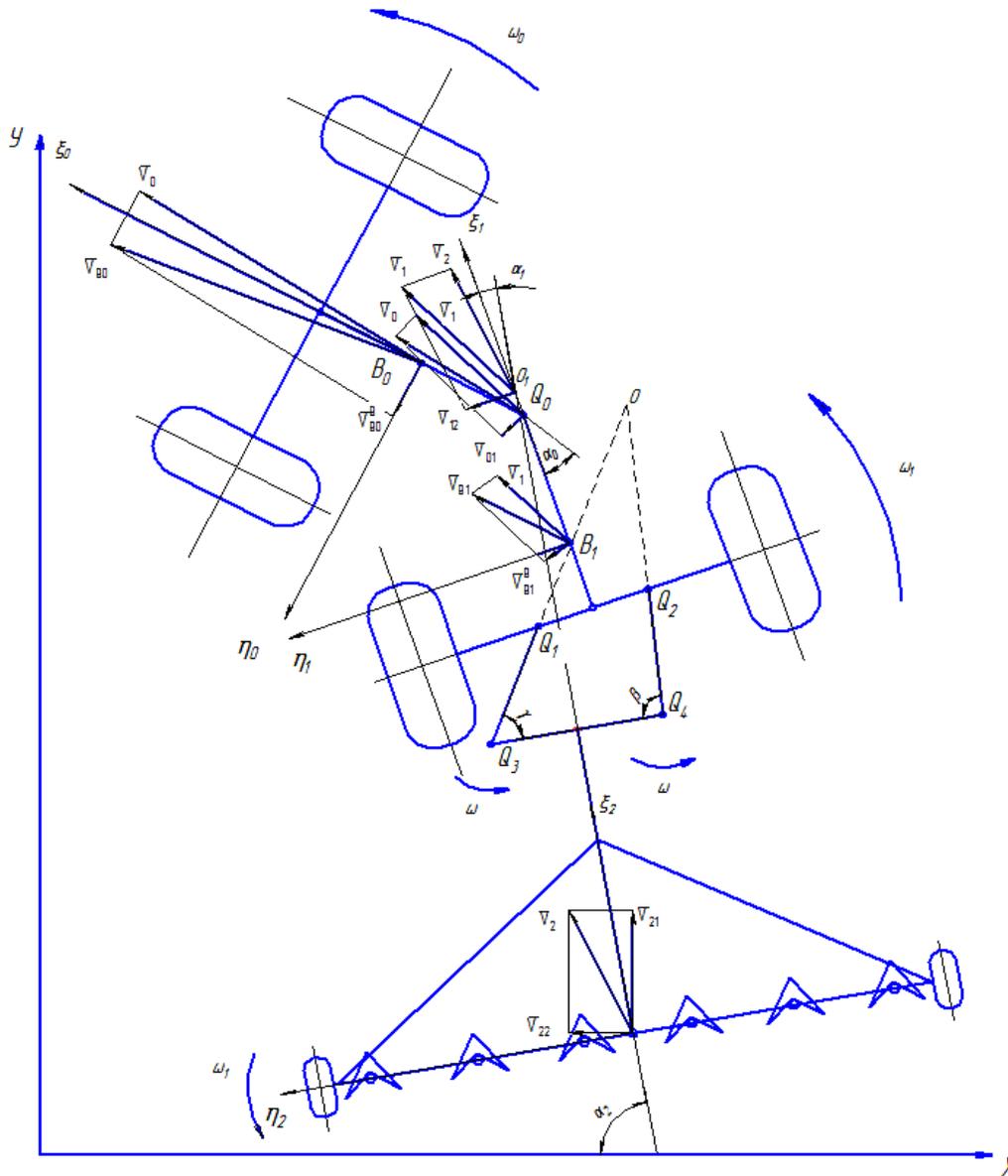


Рисунок 2 – Схема скоростей отдельных точек звеньев шарнирно соединенной машины

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлюк А.С., Шенкнехт Ю.И. Кинематика навесного устройства машино-тракторного агрегата, образующего шарнирный четырехзвенник / А.С. Павлюк, Ю.И. Шенкнехт // Ползуновский вестник. – 2012. - № 3/1. – С. 204-206.
2. Павлюк А.С., Бизяев С.Н. Устойчивость и управляемость шарнирно соединенных машин / А.С. Павлюк, С.Н. Бизяев.– Барнаул: Алт. кн. изд-во, 1987. – 132 с.

**Павлюк А. С.**, д.т.н., профессор, тел. 29-07-91, e-mail: [pavlukas@mail.ru](mailto:pavlukas@mail.ru)  
**Шенкнехт Ю. И.**, старший преподаватель, тел. 29-08-90, e-mail: [schenk2003@mail.ru](mailto:schenk2003@mail.ru)  
 Алтайский государственный технический университет имени И.И. Ползунова», кафедра «Автомобили и автомобильное хозяйство».