

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В.Ф. Савин, М.Г. Петров, А.Н. Блазнов, Ю.Б. Жаринов, А.А. Краснов

Предложен метод определения параметров уравнения долговечности (длительной прочности) композитных стержней по результатам экспериментальных исследований. Метод основан на анализе статистических данных, полученных в ходе испытания долговечности при постоянной нагрузке (creep rupture test ASTM D7337/D7337M) и временного сопротивления образцов композитных стержней, взятых из одной выборки.

Ключевые слова: долговечность, стеклопластик, длительная прочность, растяжение.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время композитные стержни все шире используются в различных отраслях техники в качестве конструкционных материалов [1]. Для расчёта несущей способности изделий и успешного применения их в конкретных объектах необходимо точное знание зависимости предельных допускаемых нагрузок от времени их действия. Такие знания могут быть получены в ходе экспериментальных исследований образцов конструкционных материалов. При кажущейся простоте методов испытания на долговечность (длительную прочность), заключающихся в приложении постоянной по величине нагрузки и фиксации промежутка времени с момента приложения нагрузки до момента разрушения образца, экспериментатор встречается с рядом (порой непреодолимых) трудностей. Особенно это случается, если эксперименты ставятся с целью выявить параметры зависимости долговечности от нагрузки при относительно низких ее значениях (близких к предельно допускаемым значениям) и времени эксперимента, сопоставимом со сроками эксплуатации изделий. Эти трудности вызваны тем, что реальные образцы материалов имеют значительные разбросы характеристик прочности, а зависимость долговечности от приложенной нагрузки чрезвычайно экспрессивна. В такой ситуации трудно, а порой и невозможно, предсказать длительность эксперимента при его планировании. Часть взятых от одной выборки образцов, нагруженных одинаковой силой, разрушается слишком быстро, в то время как другая часть не разрушается за неопределенно длительный про-

межуток времени. Преодолению этой трудности и посвящена настоящая работа.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

К основным уравнениям, связывающим прочность твёрдых тел, которыми являются современные композитные стержни, и длительность воздействия нагрузки для заданной температуры, можно отнести следующие уравнения кинетической (термофлуктуационной) теории разрушения твердых тел [2-7]:

$$\tau = A \cdot \sigma^{-b} \quad (1)$$

$$\tau = A \cdot e^{b-c\sigma} \quad (2)$$

где τ – длительность воздействия нагрузки, начиная с момента ее приложения до момента разрушения образца; σ – напряжения в образце, вызванные сопротивлением его приложенной нагрузке, A , b и c – эмпирические константы.

К общепризнанным недостаткам этих уравнений относят тот факт, что они предполагают возможность разрушения образцов при нагрузках, равных нулю, как в уравнении (2), или при нагрузках, близких к нулю (уравнение (1)). Интуиция же, основанная на длительных наблюдениях реальных нагруженных объектов, и некоторые опубликованные данные [6, 8] указывают на существование безопасных уровней напряжений, существенно отличающихся от нуля. Формально эту трудность можно преодолеть, если, например, в уравнение (1) ввести третью константу σ_0 и переписать его в виде:

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

$$\tau = A \cdot (\sigma - \sigma_0)^b, \text{ при } \sigma > \sigma_0. \quad (3)$$

Такой переход предполагает, что термофлуктуационный механизм накопления необратимых повреждений приводит к макроразрушению твёрдого тела только в случае, если напряжения в образце превысят пороговое значение σ_0 . При меньших значениях напряжений, флуктуации энергии тепловых колебаний молекул твёрдого тела не достаточны и они не создают необходимой для формирования макроразрушений концентрации повреждений [5].

В дальнейшем при аппроксимации результатов испытаний длительной прочности композитных стержней будем опираться на уравнение (3).

Необходимо учитывать и тот факт, что прочность образцов, взятых из одной выборки, не одинакова, а имеет некоторый статистический разброс. По этой причине равная по величине приложенная нагрузка для разных образцов одной выборки не одинаково опасна. Она более опасна для образцов с меньшей прочностью и менее опасна для образцов с большей прочностью. А это значит, что первые образцы разрушатся раньше, чем вторые.

Алгоритм испытаний и обработки результатов состоит в следующем:

- одну выборку образцов делят на две группы;
- при испытаниях первой группы определяют распределение временной прочности образцов;
- при испытаниях другой группы определяют распределение долговечности при одинаковой заданной нагрузке;
- применив соответствующий аппарат математической статистики, определяют, какие значения временной прочности имели образцы второй группы, испытанные в режиме постоянной действующей нагрузки.

Учитывая вышеизложенное, уравнение (3) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \tau_i &= A \cdot (\gamma - \gamma_0)^b \text{ при } \gamma > \gamma_0 \\ \text{или} \\ \lg(\tau_i) &= \lg(A) - b \cdot \lg(\gamma_i - \gamma_0), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\gamma = \sigma_T / \sigma_B(P_i)$ – приведенное напряжение;

γ_0 – приведенное безопасное напряжение; σ_T – напряжение образцов в выборке,

которые были нагружены заданной по величине и постоянной во времени силой; $\sigma_B(P_i)$ – значение временной прочности, при котором вероятность разрушения образцов в выборке превышает значение P_i . Оценку P_i для экспериментальных значений временной прочности или долговечности образцов, расположенных в последовательно возрастающий ряд, определяют по одной из приближённых формул [9]:

$$P_i = i/(n+1); \quad (5)$$

$$P_i = (i-3/8)/(n+1/4), \quad (6)$$

где i – порядковый номер образца в ряду распределения временной прочности или долговечности; n – количество образцов в ряду распределения временной прочности или долговечности. Либо при неограниченно большой выборке образцов можно воспользоваться точными значениями $P_i = i/n$, которым соответствуют математические ожидания случайной величины $\sigma_B(P_i)$ на каждом из n равновероятных интервалов [10].

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Для демонстрации предлагаемого метода определения параметров уравнения долговечности (длительной прочности) композитных материалов были использованы стеклопластиковые стержни (СПА) диаметром 5,5 мм, имеющие на концах анкерные цилиндрические утолщения. Образцы были снабжены захватами, конструкция которых показана на рисунке 1.

Для испытаний была использована выборка образцов в количестве 60 штук от одной партии, которая была разбита на две части. Первая часть (40 образцов), предназначенная для определения временной прочности, испытана на стандартной разрывной машине MTS-10 (Material Testing System Co. USA, максимальное усилие до 10 тонн) при температуре $20 \pm 2^\circ\text{C}$ и скорости возрастания нагрузки 500 Н/с. Вторая часть выборки (20 образцов), предназначенная для определения длительной прочности, испытывалась с мая 2003 года до декабря 2013 года (рисунок 2) на машинах ZSt-2/3 (Zeitstandprüfmaschinen, DDR, максимальное усилие до 2 тонн) при той же температуре и постоянной

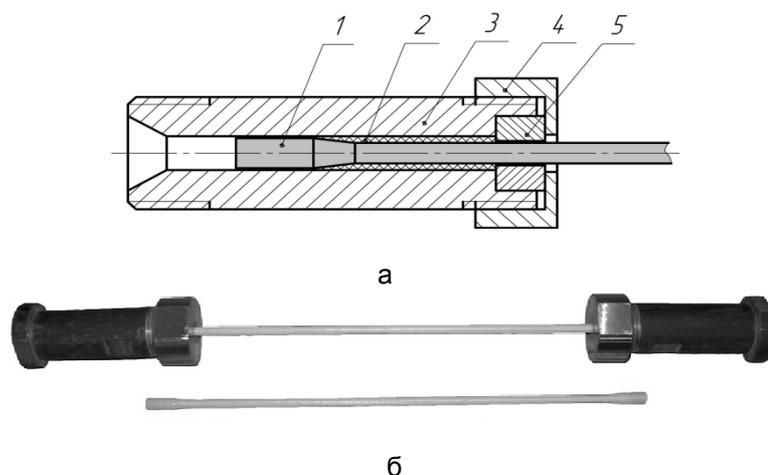


Рисунок 1 – Схема (а) и фотография (б) захвата для испытаний на растяжение анкерного стержня: 1 – СПА; 2 – цементная засыпка; 3 – корпус захвата; 4 – гайка; 5 – разрезная втулка

растягивающей нагрузке 185 кН, вызывающей напряжение в образцах $\sigma_t = 836$ МПа.



Рисунок 2 – Испытание образцов СПА на испытательных машинах ZSt-2/3

Полученные результаты испытаний показаны в таблице (столбцы 2 и 6) в виде упорядоченных возрастающих массивов. В столбце 2 показаны первые 20 из 40 испытанных образцов.

Для нахождения параметров распределения временной прочности (наиболее вероятного значения и среднеквадратичного от-

клонения) по данным столбца 2 таблицы необходимо рассчитать значения вероятности, соответствующей порядковому номеру значения временной прочности в ряду распределения. Значения вероятности P_B рассчитывали по формуле (6). По значениям P_B , используя программный продукт Microsoft Excel, находили значения табличной функции Z_B – обратной функции нормального распределения (нормированного отклонения). Результаты расчётов показаны в таблице (столбцы 3 и 4 соответственно). На рисунке 3а результаты обработки представлены в виде диаграммы зависимости временной прочности от нормированного отклонения. Параметры закона распределения показаны в поле рисунка 3а, где 48,37 МПа – среднеквадратичное отклонение для σ_B ; 1227 МПа – наиболее вероятное значение σ_B . Таким образом, наиболее вероятные значения временной прочности для каждого i -го образца в выборке будем рассчитывать по формуле:

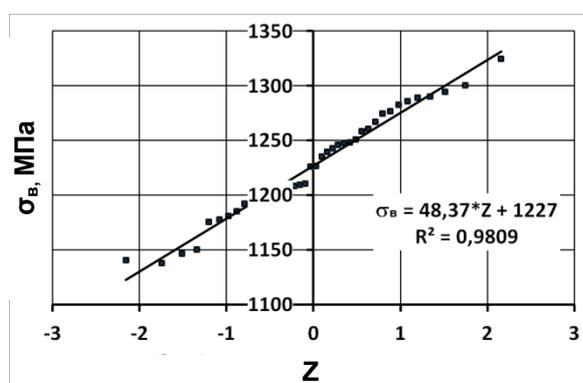
$$\sigma_B(P_i) = 1227 + 48,37 \cdot Z_B(P_i) \quad (7)$$

Таблица – Обработка результатов испытаний

Временная прочность				Долговечность				Совместная обработка			
i	σ_B , МПа	P_B	Z_B	i	$\lg(\tau, c)$	P_T	Z_T	Z	σ , МПа	γ	$\lg(\gamma - \gamma_0)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1138	0,024	-1,971	1	3,882	0,048	-1,668	-1,842	1138	0,735	-0,4118
2	1140	0,049	-1,657	2	4,584	0,095	-1,309	-1,364	1161	0,720	-0,4276
3	1147	0,073	-1,453	3	5,240	0,143	-1,068	-0,918	1183	0,707	-0,4424

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ
ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

4	1151	0,098	-1,296	4	5,388	0,190	-0,876	-0,818	1187	0,704	-0,4457
5	1176	0,122	-1,165	5	5,532	0,238	-0,712	-0,720	1192	0,701	-0,4490
6	1178	0,146	-1,052	6	5,581	0,286	-0,566	-0,687	1194	0,700	-0,4501
7	1181	0,171	-0,951	7	5,679	0,333	-0,431	-0,620	1197	0,698	-0,4523
8	1186	0,195	-0,859	8	5,752	0,381	-0,303	-0,570	1199	0,697	-0,4539
9	1192	0,219	-0,774	9	6,228	0,429	-0,180	-0,246	1215	0,688	-0,4647
10	1193	0,244	-0,694	10	6,399	0,476	-0,060	-0,136	1220	0,685	-0,4683
11	1195	0,268	-0,618	11	6,470	0,524	0,060	-0,082	1223	0,684	-0,4701
12	1197	0,293	-0,546	12	6,695	0,571	0,180	0,072	1230	0,679	-0,4752
13	1200	0,317	-0,476	13	7,479	0,619	0,303	0,605	1256	0,665	-0,4928
14	1202	0,341	-0,408	14	7,572	0,667	0,431	0,668	1259	0,664	-0,4949
15	1204	0,366	-0,343	15	7,574	0,714	0,566	0,669	1259	0,664	-0,4950
16	1206	0,390	-0,279	16	7,575	0,762	0,712	0,670	1259	0,664	-0,4950
17	1208	0,415	-0,216	17	7,857	0,809	0,876	0,862	1269	0,659	-0,5014
18	1209	0,439	-0,153	18	8,367	0,857	1,068	1,209	1285	0,650	-0,5129
19	1210	0,463	-0,092	19*	>8,499	0,905	1,309	-	-	-	-
20	1226	0,488	-0,031	20*	>8,499	0,952	1,668	-	-	-	-



а **б**
Рисунок 3 – Нормированные диаграммы распределения временной прочности (а) и логарифма долговечности (б) образцов в испытанной выборке

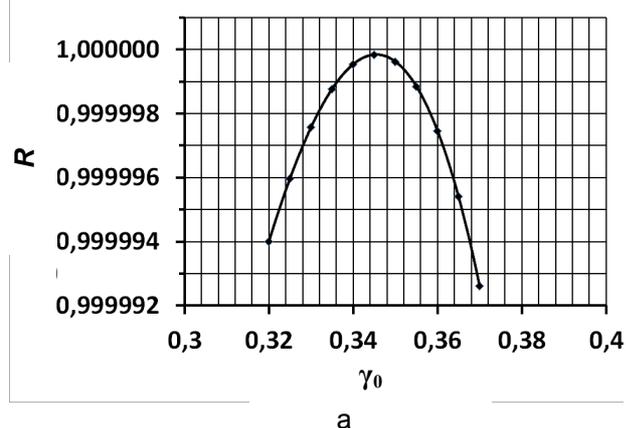
Для нахождения параметров распределения логарифма долговечности (наиболее вероятного значения и среднеквадратичного отклонения) необходимо по данным столбца 6 таблицы рассчитать значения вероятности, соответствующей порядковому номеру значения логарифма долговечности в ряду распределения. Значения вероятности P_T рассчитывали по формуле (6). Используя программный продукт Microsoft Excel, по значениям P_T находили значения табличной функции Z_T – обратной функции нормального распределения (нормированного отклонения). Результаты расчётов показаны в таблице (столбцы 7 и 8 соответственно). На рисунке 3б результаты обработки представлены в виде диаграммы зависимости логарифма долговечности от нормированного отклонения. Параметры закона распределения показаны в поле рисунка 3б, где 1,47 – среднеквадратичное отклонение для $lg\tau$ (в секун-

дах); 6,59 – наиболее вероятное значение $lg\tau(с)$. Таким образом, наиболее вероятные значения нормированного отклонения $Z_T(P_i)$, соответствующие полученным в эксперименте значениям долговечности $\tau(P_i)$ образцов в выборке, будем рассчитывать, используя формулу

$$lg\tau(P_i) = 6,59 + 1,47Z_T(P_i) \quad (8)$$

Для получения эмпирических параметров уравнения (4) воспользуемся уравнениями (7) и (8) и экспериментальными значениями логарифма долговечности, приведёнными в столбце 6 таблицы. Рассчитаем наиболее вероятные значения нормированного отклонения, соответствующие значениям логарифма долговечности. По уравнению (7) рассчитаем наиболее вероятные значения временной прочности образцов, соответствующие экспериментальным значениям логарифма долговечности.

рифма долговечности. Разделив приложенное к образцам постоянное напряжение, равное $\sigma_T = 836$ МПа, на полученные по уравнению (7) значения временного сопротивления, рассчитаем наиболее вероятные значения приведенного напряжения, соответствующие экспериментальным значениям логарифма долговечности (см. столбец 11 таблицы). Воспользовавшись данными, приведенными в столбцах 6 и 11 таблицы, методом наименьших квадратов найдем наиболее вероятные значения параметров уравнения (4). При этом параметр γ_0 будем искать методом последовательных приближений, приняв в качестве первого приближения произвольное значение $\gamma_0 < \gamma_{\min}$ из столбца 11 таблицы. В качестве критерия для выбора γ_0 при последовательных итерациях воспользуемся наибольшим значением коэффициента корреляции R для зависимости $\lg \tau$ от $\lg(\gamma - \gamma_0)$. На ри-

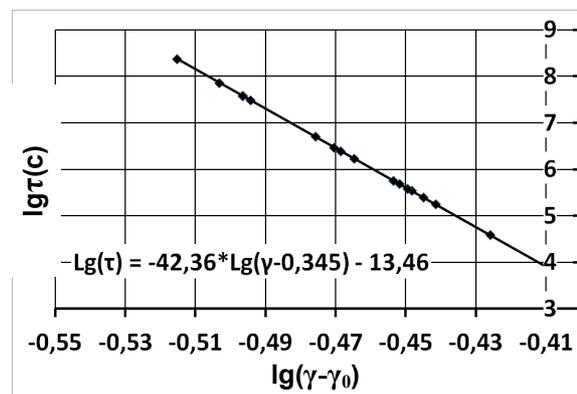


а

сунке 4а показана зависимость значений коэффициента R от значений параметра γ_0 . В качестве окончательной оценки для γ_0 выбрано значение, равное 0,345, при котором R имеет наибольшее значение, равное 0,99999984. При $\gamma_0 = 0,345$ проведена линейная аппроксимация зависимости $\lg \tau$ от $\lg(\gamma - \gamma_0)$ (рисунок 4б). В поле этого рисунка показаны значения параметров уравнения долговечности, определенные при использовании описанной выше методики. Оно имеет вид

$$\lg \tau = -42,36 \lg(\gamma - 0,345) - 13,46 \quad (9)$$

Уравнение (9) может быть использовано для оценки предельных допустимых растягивающих нагрузок, прикладываемых к СПА при заданной длительности их эксплуатации.



б

Рисунок 4 – Зависимость значений коэффициента R от значений параметра γ_0 . (а) и связь долговечности с разностью $(\gamma - \gamma_0)$ (б)

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из уравнения (9) можно предположить, что у испытанных стеклопластиковых стержней при их растяжении в условиях комнатной температуры макроразрушение происходит в том случае, когда значения напряжений в них будут превышать 0,345 от значения временной прочности, определенного описанным ранее способом при выбранных условиях нагружения.

Расчёты, проведенные по уравнению (9), показали, что при значении отношения приложенной длительно действующей нагрузки к временной прочности $\gamma = 0,6377$ наиболее вероятное значение долговечности этих стержней составит 100 лет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм определения параметров для уравнения долговечности, имеющего общий вид $\tau = A \cdot (\sigma - \sigma_0)^{-b}$, при $\sigma > \sigma_0$.

Разработанный алгоритм продемонстрирован на примере обработки результатов длительных (продолжительностью более 10 лет) испытаний конкретных стеклопластиковых стержней.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савин В.Ф. Прогнозирование прочностных свойств стекло- и базальтопластиковых стержней на основе полимерных матриц из эпоксидных компаундов. Дисс... к.т.н., Бийск, 2009. – 160 с.
2. Журков, С.Н. Кинетическая концепция прочности твердых тел. (Термофлуктуационный

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

механизм разрушения) / С.Н. Журков // Вестник АН СССР. – 1968. – №3. – С. 46-52.

3. Бартенев, Г.М. Прочность и механизм разрушения полимеров / Г.М. Бартенев – М.: Химия, 1984. – 280 с., ил.

4. Регель, В.Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В.Р. Регель, А.И. Слуцкер., Э.Е. Томашевский. – М.: Наука. – 1974. – 560 с.

5. Петров, В.А. Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов / В.А. Петров, А.Я. Башкарев, В.И. Веттегрень. – СПб.: Политехника, 1993. – 475 с.

6. Скудра, А.М. Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков / А.М. Скудра, Ф.Я. Булавс, К.А. Роценс. – Рига: Зинатне. – 1971. – 237 с.

7. Гольдман, А.Я. Прогнозирование деформационно-прочностных свойств полимерных и композиционных материалов / А.Я. Гольдман. – Л.: Химия, 1988. – 272 с.

8. Блазнов, А.Н. Прогнозирование длительной прочности стеклопластиковой арматуры / А.Н. Блазнов, Ю.П. Волков, А.Н. Луговой, В.Ф. Савин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т. 9, № 4. – С. 579–592.

9. Вейбулл, В. Усталостные испытания и анализ их результатов / Пер. с англ. под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.

10. Петров, М.Г. Анализ прочности и долговечности однонаправленного стеклопластика с позиций кинетической концепции разрушения / М.Г. Петров // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т. 9, № 3. – С. 376-397.

Савин В.Ф. - ООО «Бийский завод стеклопластиков»; г. Бийск.

Петров М.Г. - Федеральное государственное унитарное предприятие Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина, г. Новосибирск.

Блазнов А.Н. - Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем химико-энергетических технологий Сибирского отделения Российской академии наук, г. Бийск.

Жаринов Ю.Б. - Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова», г. Бийск.

Краснов А.А. - Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова», г. Бийск.