

РАЗДЕЛ 4. ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК681.2.083

АНАЛИЗАТОР ГАРМОНИК НА ОСНОВЕ ШИРОТНО- ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ

А.А. Аравенков, Ю.А. Пасынков

Рассматривается метод определения гармоник на основе широтно-импульсной модуляции. Приводится функциональная схема. Производится моделирование. Исследуются влияния: количества импульсов широтно-импульсного сигнала на периоде гармоника, дискретности формирования широтно-импульсного сигнала, изменения частоты гармоника на погрешность определения гармоник.

Ключевые слова: широтно-импульсная модуляция, анализ гармоник, анализ погрешностей.

ВВЕДЕНИЕ

Анализ формы электрических сигналов, т.е. зависимости напряжения или тока от времени, широко используется для получения информации о качестве различных устройств. Однако зависимость от времени в ряде случаев не обладает достаточно высокой чувствительностью к изменениям сигнала. Значительно более чувствительной к изменениям сигнала является форма его спектр. Представление сигнала в частотной области как суммы гармонических составляющих с различными частотами, амплитудами и начальными фазами, необходимо также при решении проблемы электромагнитной совместимости, т. е. обеспечения работы многих радиоэлектронных средств в ограниченном диапазоне частот. Использование преобразователей неэлектрических величин в электрические позволяет распространить спектральный анализ на области механики, акустики, медицины и других наук.

Широкое применение для анализа спектра сигналов получил алгоритм быстрого преобразования Фурье [1]. При использовании метода цифрового преобразования Фурье для определения гармонических составляющих, вычисляется произведение кода функции на значение кода синусоидальной/косинусоидальной составляющей для каждой гармоники. Это требует применения большой вычислительной мощности и большого объема памяти в связи с необходимостью хранения как кода программы самого алгоритма умножения, так и промежуточных

результатов, которые получаются в ходе таких вычислений. В методе анализа спектра сигналов, использующего широтно-импульсную модуляцию (ШИМ) [2], фактически исключаются операции умножения кода на код с запоминанием результата умножения, вместо этого производится аналоговое умножение входного сигнала на широтно-импульсный сигнал (ШИС) соответствующей гармоники, с последующим преобразованием результата умножения в код с помощью интегрирующего преобразователя. Таким образом, в представленном устройстве за счет упрощения алгоритма вычисления гармоник, сокращаются требуемые вычислительная мощность и объем памяти.

АНАЛИЗ СПЕКТРА НА ОСНОВЕ ШИМ

Идея метода анализа спектра на основе ШИМ состоит в следующем: формируется последовательность широтно-импульсного сигнала P_{sin} , являющаяся преобразованием от $\sin k\omega t$ ($\omega = 2\pi/T$, где T – период первой гармоники, k – целое число соответствующее номеру определяемой гармоники). Аналогичным образом формируется последовательность широтно-импульсного сигнала P_{cos} косинусоидального сигнала $\cos k\omega t$. Отметим, что P_{sin} и P_{cos} формируются для каждой исследуемой гармоники. Период ШИС равен:

$$T_{ш,k} = \frac{T}{kn_k} \quad (1)$$

Где n_k – целое чётное число равное числу импульсов ШИС на периоде k -ой гармоники.

ки, k – номер гармоники. Определим центры i -ых периодов ШИС ($T_{w,k}$):

$$t_{i,k} = T_{w,k} \left(i - \frac{1}{2} \right) = \frac{T}{kn_k} \left(i - \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

Где $i=0, 1 \dots n_k$. На рисунке 1 проиллюстрирован принцип формирования T_w и определения t_i для синусоидального сигнала.

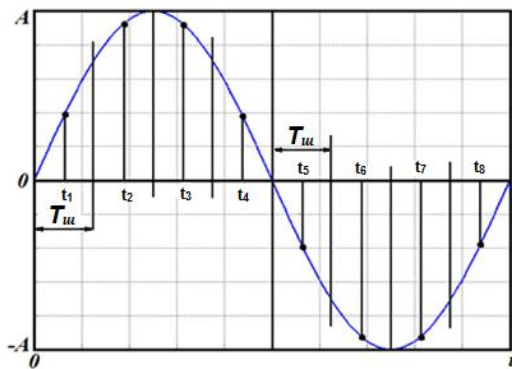


Рисунок 1 – Принцип формирования T_w и определения t_i для синусоидального сигнала

Рассмотрим определение первой гармоники, т.е. $k=1$. На каждом периоде $T_w=T/n$ формируется прямоугольный импульс, длительность $\tau_{i,\sin}$ которого пропорциональна значению синусоидальной функции в момент t_i , то есть:

$$\tau_{i,\sin} = T_w \sin(\omega t_i) = T_w \sin \left(\omega T_w \left(i - \frac{1}{2} \right) \right) \quad (3)$$

Аналогичное выражение можно получить для косинусоидальной функции:

$$\tau_{i,\cos} = T_w \cos(\omega t_i) = T_w \cos \left(\omega T_w \left(i - \frac{1}{2} \right) \right) \quad (4)$$

Кроме того, импульсы ШИС расположены симметрично относительно t_i . Полученный ШИС является 3-уровневым, имеющий наименьший спектр [3]. На рисунке 2 показан ШИС для синусоидального сигнала.

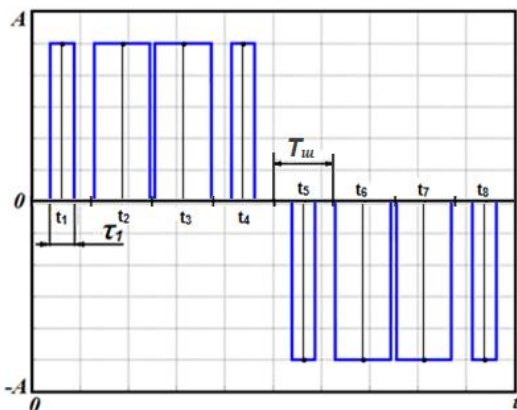


Рисунок 2 – Сформированный ШИС синусоидального сигнала

Последовательность ШИС для синусоидального сигнала $P_{\sin}(t)$ имеет вид:

$$P_{\sin}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } \left(t_{i+1} - \frac{\tau_{i+1,\sin}}{2} \leq t < t_{i+1} + \frac{\tau_{i+1,\sin}}{2} \right) \\ & \text{и } i = 0, 1 \dots \frac{n}{2} \\ 1, & \text{при } \left(t_{i+1} - \frac{\tau_{i+1,\sin}}{2} \leq t < t_{i+1} + \frac{\tau_{i+1,\sin}}{2} \right) \\ & \text{и } i = \frac{n}{2} \dots n-1 \\ 0, & \text{при остальных значениях } t \end{cases} \quad (5)$$

Последовательность для косинусоидального сигнала $P_{\cos}(t)$ имеет аналогичный вид:

$$P_{\cos}(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } \left(t_{i+1} - \frac{\tau_{i+1,\cos}}{2} \leq t < t_{i+1} + \frac{\tau_{i+1,\cos}}{2} \right) \\ & \text{и } i = 0, 1 \dots \frac{n}{2} \\ 1, & \text{при } \left(t_{i+1} - \frac{\tau_{i+1,\cos}}{2} \leq t < t_{i+1} + \frac{\tau_{i+1,\cos}}{2} \right) \\ & \text{и } i = \frac{n}{2} \dots n-1 \\ 0, & \text{при остальных значениях } t \end{cases} \quad (6)$$

Далее производится умножение последовательностей $P_{\sin}(t)$ и $P_{\cos}(t)$ на сигнал $U(t)$, подлежащий разложению на гармоники. На рисунке 3 показан результат умножения $P_{\sin}(t)$ на синусоидальный сигнал.

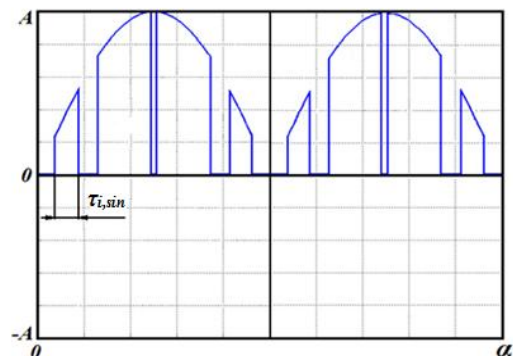


Рисунок 3 – Произведение ШИС для синусной составляющей гармоники и синусоидального сигнала

Результат умножения ШИС последовательностей $P_{\sin}(t)$ и $U(t)$ интегрируется за период T . Таким образом получается синусоидальная составляющая гармоники.

$$V_{\sin} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) P_{\sin}(t) dt \quad (7)$$

Косинусоидальная составляющая гармоники определяется аналогично:

$$V_{\cos} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) P_{\cos}(t) dt \quad (8)$$

На последнем шаге, вычисляется значение модуля гармоники:

$$V = \sqrt{V_{\sin}^2 + V_{\cos}^2} \quad (9)$$

Если необходимо определить k -ю гармонику, то соответственно $T_w = T/(kn_k)$.

Фаза гармоники определяется по формуле:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{V_{\sin}}{V_{\cos}} \right) \quad (10)$$

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА АНАЛИЗАТОРА НА ОСНОВЕ ШИМ

На рисунке 4 представлена функциональная схема анализатора. Здесь: ИУ – инвертирующее устройство, К – ключ, ИП – интегрирующий преобразователь, МК – микроконтроллер, имеющий ИПД – интерфейс передачи данных. Входной сигнал $U(t)$ подается на ключ К и инвертирующее устройство ИУ, которое соединено с ключом К. Микроконтроллер МК формирует широтно-импульсные сигналы $P_{\sin}(t)$ и $P_{\cos}(t)$ (рисунок 2), соответствующие определяемой гармонике и подаёт их на вход управления ключа. Когда на вход управления ключа К подаётся часть ШИС описывающая положительный полупериод гармоники, через ключ проходит входной сигнал $U(t)$. Когда же на вход управления ключа К подаётся часть ШИС, описывающая отрицательный полупериод гармоники, через ключ проходит сигнал инверсный входному – $U(t)$. В момент времени, когда ШИС равен нулю, на выходе ключа напряжение равно нулю (см. рисунок 3). Данная операция с входным сигналом равносильна его умножению на ШИС. Таким образом, на выходе ключа получаем произведение входного исследуемого сигнала и ШИС.

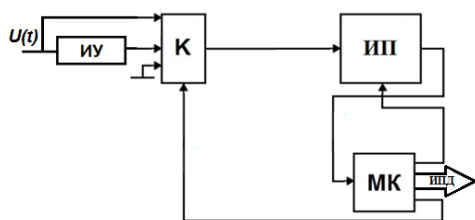


Рисунок 4 – Структурная схема анализатора спектра на основе ШИМ.

Выход ключа подается на интегрирующий преобразователь ИП, где произведения сигнала и ШИС преобразуется в интервал времени, число импульсов и т.д., пропорциональные синусной либо косинусной составляющей исследуемой гармонике, в зависимости от вида ШИС.

Данные с выхода ИП поступают на микроконтроллер, где они обрабатываются и далее либо идут на индикатор, либо передают-

ся по какому-либо интерфейсу для последующего использования.

ИССЛЕДОВАНИЕ

Этот способ определения гармонических составляющих сигнала является новым, следовательно, не известно как влияют различные факторы на погрешность определения гармоник. Было произведено моделирование анализатора гармоник, в ходе которого исследованы параметры ШИС влияющие на погрешность определения гармоник:

- число отсчётов на периоде ШИС (погрешность дискретности формирования ШИС);
- число периодов ШИС на периоде гармоники;
- влияние изменения частоты гармоники.

Относительная погрешность δ рассчитывалась:

$$\delta = \frac{V_{\text{реал}} - V_{\text{оп}}}{V_{\text{реал}}} 100\% \quad (8)$$

Где $V_{\text{реал}}$ – реальное значение гармоники, $V_{\text{оп}}$ – полученное значение гармоники.

Моделирование проводилось в среде MatLAB с использованием одноимённого языка программирования. Написанная программа полностью соответствовала алгоритму определения гармоник и формированию ШИС сигнала, описанным выше.

Влияние конечного числа отсчётов на периоде ШИС. Речь идёт о числе отсчётов взятых на периоде широтно-импульсного сигнала T_w . Эта погрешность связана с дискретностью формирования временных интервалов t_i . Ширина импульса ШИС это вещественное число. Значит длительность импульсов будет аппроксимирована до ближайших отсчётов. Данная ситуация проиллюстрирована на рисунке 5, где $d_1 \dots d_n$ отсчёты, $\tau_{ид}$ – ширина идеального импульса, которая рассчитывается по (3) и (4), $\tau_{ан}$ – ширина аппроксимированного импульса. Стоит отметить, что здесь приведён пример в котором число отсчётов в импульсе является чётным, а значит импульс расположен симметрично относительно центральной точки t_i .

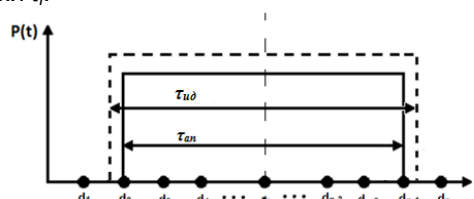


Рисунок 5 – Аппроксимация импульса ШИС при чётном количестве отсчётов

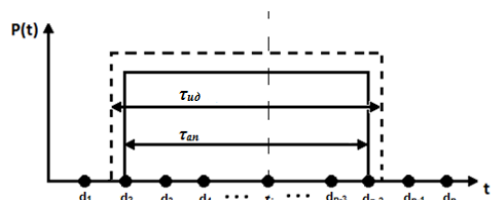


Рисунок 6 – Аппроксимация импульса ШИС при нечётном количестве отсчётов

Возможна ситуация, когда число отсчётов в импульсе будет нечётным, и как следствие импульс будет расположен не симметрично относительно центральной точки t_i (рисунок 6). В результате в спекте ШИС будут присутствовать высшие гармоники, которые влияют на погрешность.

Для того, что бы изучить, как ведёт себя погрешность определения гармоник в зависимости от числа отсчётов на периоде ШИС, в качестве входного сигнала при моделировании был использован синусоидальный сигнал. Изменяя количество точек на периоде ШИС производилось вычисления гармоник. Моделирование делалось при различном числе импульсов ШИС на периоде гармоники.

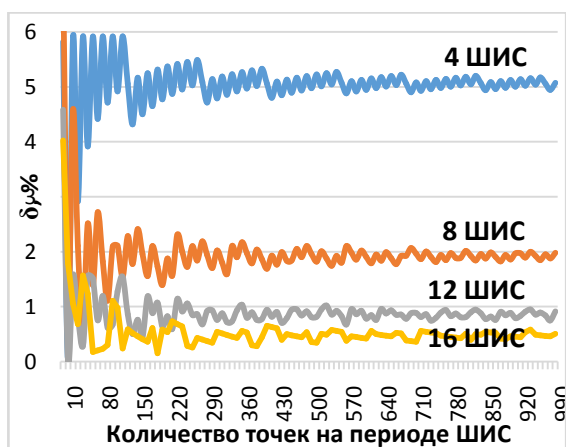


Рисунок 7 – Погрешности определения гармоники в зависимости от числа отсчётов при 4, 8, 12, 16 периодах ШИС на периоде исследуемой гармоники

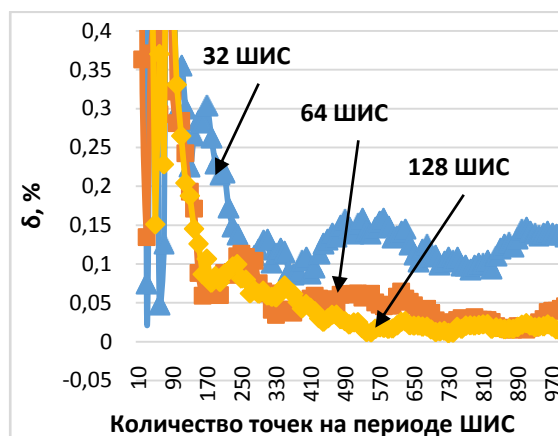


Рисунок 8 – Погрешности определения гармоники в зависимости от числа отсчётов при 32, 64, 128 периодах ШИС на периоде исследуемой гармоники

Проанализировав рисунок 8 можно сделать вывод, что уже при 500 и более дискрет на периоде ШИС, колебания графиков становятся меньше 0.1 %.

На рисунке 7 видно, что при использовании большого числа дискрет на периоде ШИС, колебания графиков начинают уменьшаться и стремиться к значению, равному погрешности зависящей от количества импульсов ШИС на периоде исследуемой гармоники.

Отметим, что при увеличении числа дискрет на периоде ШИС, растут требования к частоте дискретизации. Например, чтобы определить гармонику сигнала частотой 2 кГц, используя 500 точек на периоде ШИС и 16 импульсов ШИС на периоде сигнала, потребуется частота дискретизации $F_d = 2000 * 500 * 16 = 16$ МГц. Из проделанного моделирования ясно, что уже при использовании 16 импульсов и 100 дискрет на периоде ШИС, погрешность дискретизации меньше 1 %, а для 500 дискрет меньше 0.4 %.

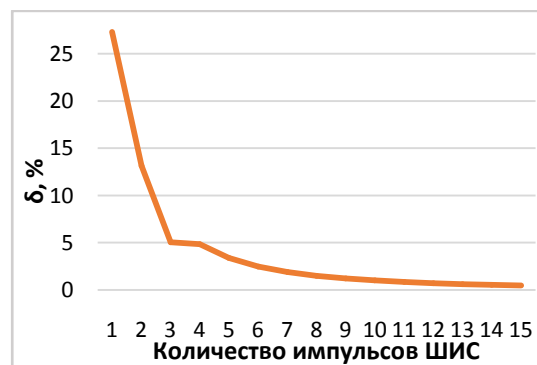


Рисунок 9 – Зависимость погрешности определения гармоники от количества периодов ШИС на периоде исследуемого сигнала



Рисунок 10 – Зависимость погрешности определения гармоники от количества периодов ШИС на периоде исследуемого сигнала.

Влияние числа периодов ШИС на периоде гармоники. При моделирование на вход подавался синусоидальный сигнал. Изменяя количество ШИС импульсов на периоде гармоники, производилось её определение. С целью уменьшения влияния погрешности дискретности на результаты исследования, ШИС формировался используя 10000 отсчётов на его периоде.

На рисунках 9 и 10 видно, что в диапазоне от 2 до 6 импульсов ШИС на периоде сигнала, погрешность резко уменьшается до 0,5 %. При дальнейшем увеличении количества импульсов ШИС погрешность начинает уменьшаться плавно и при 90 импульсах ШИС имеет значение меньше 0,01 %.

Влияние изменения частоты гармоники. Рассмотрим влияние на погрешность определения гармоники колебание её частоты. При моделирование в качестве входного сигнала выступал сигнал $f(t) = A \sin(2\pi f t)$, где частота $f = f_0 + \Delta f$, f_0 – номинальная частота, а Δf – изменение частоты. Частота изменялась в диапазоне $\pm 1\%$ от номинальной частоты с шагом 0,05 %. Моделирование проводилось при 16, 32 и 64 импульсов ШИС на периоде сигнала. ШИС формировался для 10000 дискрет на его периоде.

Обобщив полученные результаты (рисунок 11) можно прийти к выводу, что погрешность возникающая в результате колебаний частоты гармоники имеет линейный характер и практически не зависит от числа ШИС импульсов на периоде гармоники.

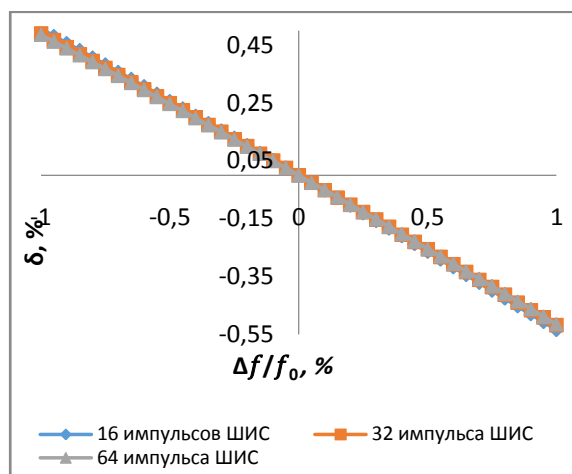


Рисунок – 11. График погрешностей, вносимых изменением частоты первой гармоники при 16, 32 и 64 импульсах ШИС на периоде сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе математической модели, описывающей метод определения гармонических составляющих сигнала использующий широтно-импульсную модуляцию, исследованы различные факторы влияющие на погрешность определения гармоник, а именно: число отсчётов на периоде ШИС (погрешность дискретности формирования ШИС) при 4, 8, 12, 16, 32, 64, 128 импульсах ШИС на периоде гармоники, число периодов широтно-импульсного сигнала на периоде гармоники, влияние изменения частоты гармоники. Исследование показало, что при использовании 500 дискрет на периоде ШИС и 64 импульса ШИС на периоде гармоники, погрешность дискретности равна 0,05 %. Погрешность в зависимости от количества импульсов ШИС за период гармоники уже при 16 импульсах ШИС имеет значение 0,42 %, и при дальнейшем увеличении количества импульсов ШИС плавно уменьшается. При 90 ШИС импульсах погрешность составляет 0,01 %. Так же на погрешность влияет изменение частоты гармоники. Эта зависимость имеет линейный характер и практически не зависит от количества импульсов ШИС на периоде сигнала.

Область применения анализатора гармоник на основе ШИМ – низкая частота. Он может быть использован, например, в области определения качества электроэнергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов: СПб. : Питер, 2002. – 608 с.: ил.

2. Пат на полезную модель 131496 Российская Федерация МПК G01R23/16. Анализатор гармоник / А. А. Аравенков, Ю. А. Пасынков; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Новосиб. гос. техн. Ун-т». – 2012118134/28 ; заявл. 03.05.2012; опубл. 20.08.2013, Бюл. № 23. – 7 с. : ил.

3. Бабичев, М. М., Пасынков, Ю. А. Оценки погрешности дискретности при измерении среднеквадратических значений периодических сигналов Актуальные проблемы электронного приборо-

строения (АПЭП-2014) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014) : тр. 12 междунар. конф., Новосибирск, 2-4 окт. 2014 г. : в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 3. – С. 191-194.

Аравенков Александр Александрович – Новосибирский Государственный Технический Университет, аспирант.

E-mail: elaxcc@gmail.com.

Пасынков Юрий Алексеевич – Новосибирский Государственный Технический Университет, д.т.н., профессор.

E-mail: pasinkov@is.cs.nstu.ru.