

ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТНОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МОЩНОСТИ В ЦЕПИ С СИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

М.М. Бабичев, Ю.А. Пасынков

Даются оценки максимальной методической погрешности дискретности при измерении мощности синусоидальных сигналов с помощью АЦП тока и напряжения. Это позволяет выбрать число разрядов АЦП так, чтобы погрешность дискретности в широком диапазоне измеряемой мощности не превышала заданных пределов.

Ключевые слова: погрешность дискретности, границы погрешности, измерение мощности, синусоида, АЦП, число разрядов, фазный угол.

ВВЕДЕНИЕ

При измерении СКЗ напряжений и токов с помощью ЦАП возникает методическая погрешность дискретности, верхние границы которой были найдены в [1]. Аналогичным образом образуется погрешность и при косвенном измерении электрической мощности, когда используются два АЦП: напряжения и тока. У счетчиков электрической энергии, измеряющих и интегрирующих значения мгновенной мощности, погрешность нормируется в широком диапазоне изменения мощности (в основном, за счет изменения тока нагрузки). Возникает вопрос, как меняется погрешность дискретности измерения мощности в 1000-кратном диапазоне изменения тока в цепи, то есть при изменении числа разрядов, используемых в АЦП тока. Для этого получим оценки максимальной погрешности дискретности при измерении мощности.

ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНОК ПОГРЕШНОСТИ

Выражение для определения значения активной мощности периодического сигнала (m отсчетов на период) выглядит следующим образом:

$$P = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (U(t_i) + \Delta_{U_i})(I(t_i) + \Delta_{I_i}) \quad (1)$$

где P – активная мощность;

$U(t_i)$, $I(t_i)$ – точные мгновенные значения напряжения и тока на i -том отсчете сигнала;

Δ_{U_i} , Δ_{I_i} – мгновенные значения погрешности дискретности для напряжения и тока на i -том отсчете сигнала.

Будем считать, что идеальное (без погрешности дискретности) значение мощности P_u равно:

$$P_u = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} U(t_i) I(t_i) = U_{СКЗ} I_{СКЗ} \cos(\varphi) \quad (2)$$

где $U_{СКЗ}$, $I_{СКЗ}$ – действующие значения сигналов $U(t_i)$ и $I(t_i)$, φ – угол фазного сдвига между ними.

В частном случае, если сигналы $U(t_i)$ и $I(t_i)$ являются синусоидами, можно записать:

$$P_u = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} U_m \sin(\omega t_i) \cdot I_m \sin(\omega t_i + \varphi) = U_{СКЗ} \cdot I_{СКЗ} \cos(\varphi) = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cos(\varphi) \quad (3)$$

где U_m , I_m – амплитудные значения сигналов $U(t_i)$ и $I(t_i)$;

ω – круговая частота сигналов $U(t_i)$ и $I(t_i)$;

Перемножив в (1) слагаемые и вынеся за скобки идеальное значение мощности (2), получим:

$$P = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (U(t_i) I(t_i)) \left(1 + \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (U(t_i) \Delta_{I_i} + I(t_i) \Delta_{U_i} + \Delta_{U_i} \Delta_{I_i})}{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} U(t_i) I(t_i)} \right) \quad (4)$$

Тогда относительная погрешность дискретности (в долях от идеального значения мощности) равна:

$$\gamma_P = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} (U(t_i) \Delta_{I_i} + I(t_i) \Delta_{U_i} + \Delta_{U_i} \Delta_{I_i})}{P_u} \quad (5)$$

Найдем максимально возможное значение γ_P . Оно получается, если погрешность

ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТНОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МОЩНОСТИ В ЦЕПИ С СИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

дискретности на каждом i -том отсчете максимальна, то есть по абсолютному значению достигает половины уровня кванта ($|\Delta_{ii}|=q_i/2$, $|\Delta_{Uj}|=q_U/2$), а по знаку совпадает с $I(t_i)$ и $U(t_i)$ соответственно. Тогда можно записать:

$$\max Y_P = \left(\frac{U_{\text{срв}} q_I}{2P_u} + \frac{I_{\text{срв}} q_U}{2P_u} + \frac{q_U q_I}{4P_u} \right) \quad (6)$$

где $U_{\text{срв}}$, $I_{\text{срв}}$ – средневыпрямленные значения напряжения и тока.

Известно, что для синусоидальных сигналов с амплитудой U_m и I_m , средневыпрямленные значения равны, соответственно:

$$U_{\text{срв}} = 2 U_m / \pi; \quad I_{\text{срв}} = 2 I_m / \pi \quad (7)$$

Считая, что в АЦП тока и напряжения имеется n_I и n_U двоичных разрядов (включая знаковый) соответственно, а амплитуда сигналов, соответствующих максимальным значениям кода в АЦП равна U_m и I_m , выразим абсолютные величины уровней квантов:

$$q_U = \frac{U_m}{2^{n_U-1}} \quad q_I = \frac{I_m}{2^{n_I-1}} \quad (8)$$

Учитывая (3), (7) и (8), для частного случая, когда напряжение и ток в цепи синусоидальные, найдем значение $\max Y_P$:

$$\max Y_{P\text{sin}} = \left[\frac{2}{\pi 2^{n_I-1} \cos(\varphi)} + \frac{2}{\pi 2^{n_U-1} \cos(\varphi)} + \frac{1}{2^{n_U+n_I-1} \cos(\varphi)} \right] \quad (9)$$

Поскольку третий член выражения (9) мал по сравнению с первыми двумя, им можно пренебречь, и получить приближенное выражение для оценки $\max Y_P$ синусоидальных сигналов напряжения и тока:

$$\max Y_{P\text{sin}} \approx \left[\frac{1}{\pi \cos(\varphi)} \left(\frac{1}{2^{n_I-2}} + \frac{1}{2^{n_U-2}} \right) \right] \quad (10)$$

Полученное выражение (10) служит для оценки верхней границы методической погрешности дискретности, возникающей при измерении мощности синусоидальных сигналов с помощью аналогово-цифровых преобразователей напряжения и тока. Эта погрешность определяется числом двоичных разрядов АЦП напряжения и тока, и углом фазного сдвига между напряжением и током.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНИВАНИЯ

На рисунке 1 приведена зависимость $\max Y_{P\text{sin}}$ от угла фазного сдвига φ (в градусах) между напряжением и током для разного

числа разрядов АЦП тока n_I . Число разрядов АЦП в канале напряжения $n_U=10$.

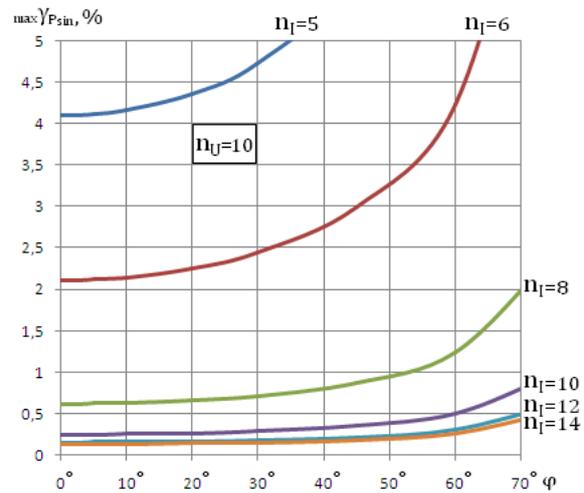


Рисунок 1

Рисунок 2 показывает зависимость $\max Y_{P\text{sin}}$ от числа n_I разрядов АЦП в канале тока для разного числа n_U разрядов АЦП напряжения. Фазный сдвиг между напряжением и током равен нулю.

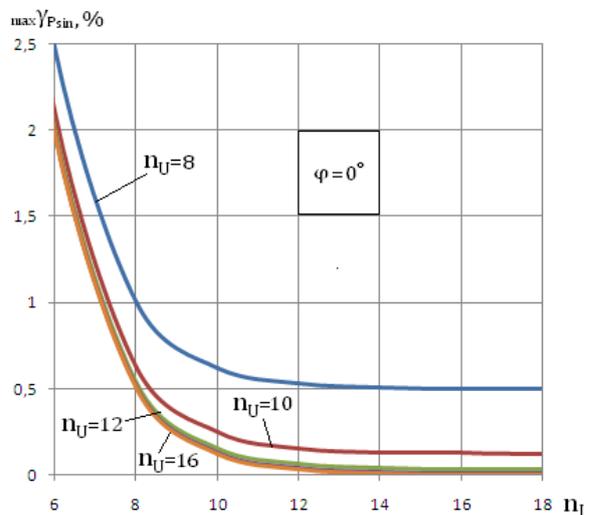


Рисунок 2

Рисунок 3 отличается от рисунка 2 только увеличенным по вертикали масштабом, что позволяет оценивать погрешность дискретности при большом числе разрядов n_I и n_U .

Рисунок 4 аналогичен рисунку 2, но для угла фазного сдвига $\varphi=60^\circ$, что приводит к двукратному увеличению погрешности, по сравнению с нулевым фазным углом.

Рисунок 5 аналогичен рисунку 3, и показывает в увеличенном вертикальном масштабе кривые с рисунка 4.

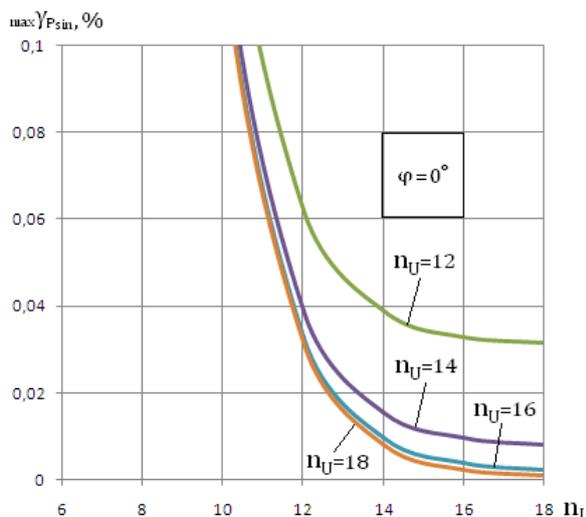


Рисунок 3

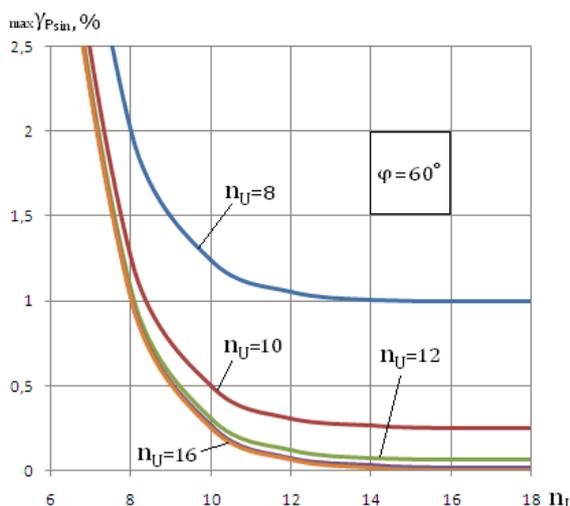


Рисунок 4

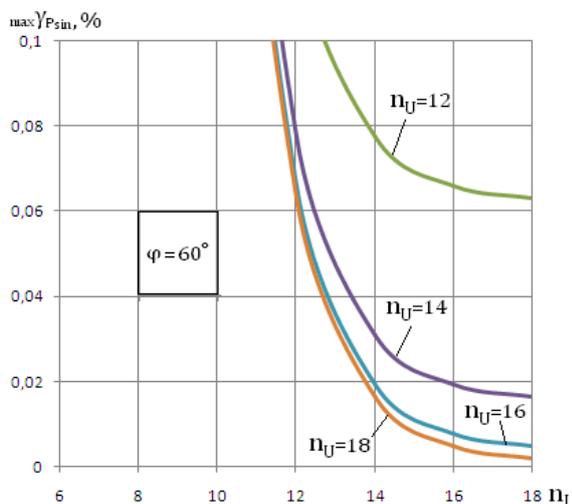


Рисунок 5

Следует заметить, что найденные оценки погрешности дискретности справедливы лишь для наихудшего случая, когда погрешность Δ_{Ii} , Δ_{Uj} максимальна на каждом отсчете сигналов I , U , и по знаку совпадает с ним. В реальности Δ_{Ii} , Δ_{Uj} имеют разные знаки и величины, и поэтому произведения $U(t_i) \cdot \Delta_{Uj}$, $I(t_i) \cdot \Delta_{Ii}$ (см. (1)) в какой-то степени взаимно вычитаются. Чем больше таких произведений, то есть, чем больше число отсчетов m на период сигнала, тем сильнее это проявляется.

Путем математического моделирования были найдены зависимости методической погрешности основной гармоники сигнала мощности от числа отсчетов m . Например, на рисунке 6 показана зависимость для 8 разрядов в АЦП тока и 10 – в АЦП напряжения (при нулевом фазном сдвиге). На графике показана максимальная погрешность дискретности $\max \gamma_{Psin} \approx 0.6\%$, найденная из рисунка 2.

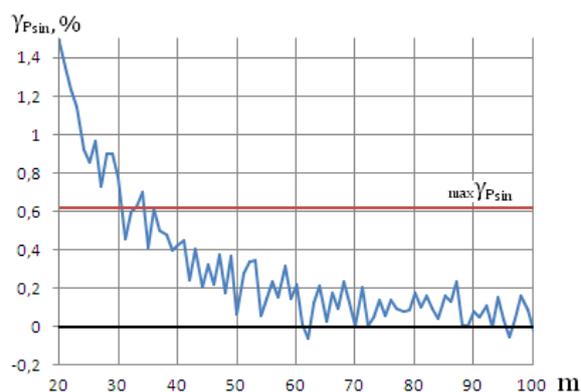


Рисунок 6

Видно, что при достаточно большом числе отсчетов сигнала ($m > 60$) погрешность стабилизируется, и не превышает 0.25 %, то есть примерно в 2.5 раза ниже максимальной. Похожий результат получается и при 6 разрядах АЦП тока, 16 – АЦП напряжения. Там погрешность не превышает 0.75 %, тогда как максимальная погрешность дискретности находится на уровне около 2 %.

Однако при малом числе отсчетов ($m < 30$ на рисунке 6) γ_{Psin} превышает $\max \gamma_{Psin}$. Это объясняется тем, что малое число случайных величин (произведений $U(t_i) \cdot \Delta_{Uj}$, $I(t_i) \cdot \Delta_{Ii}$) может давать в сумме относительно большую величину. Вообще, при малом m оценки $\max \gamma_{Psin}$ согласно формуле (10) некорректны, так как в этом случае равенства (2) и (3) не выполняются.

ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТНОСТИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МОЩНОСТИ В ЦЕПИ С СИНУСОИДАЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ

ВЫВОДЫ

На основе полученных графиков можно сделать следующие выводы:

1. Верхняя граница погрешности дискретности при измерении мощности (далее – «погрешность») обратно пропорциональна косинусу угла фазного сдвига между напряжением и током. Увеличение числа разрядов в одном АЦП (если в другом АЦП столько же или больше разрядов) на 2 приводит к снижению погрешности примерно в 4 раза.

2. Напряжение в электрических сетях обычно меняется незначительно, а 1000-кратный диапазон изменения мощности (в котором нормируется погрешность счетчиков электрической энергии) обусловлен соответствующим изменением тока, потребляемого нагрузкой. Поэтому при малых измеряемых мощностях число разрядов, действующих в АЦП тока, снижается на 10 ($2^{10}=1024$), то есть в 16-разрядным АЦП тока при минимальной мощности работает только 6 разрядов, в

18-разрядным – 8. В этом случае общая погрешность будет определяться числом разрядов АЦП тока, практически не завися от числа разрядов АЦП напряжения. Так, при $n_U \geq 12$ с 16-разрядным АЦП на минимальной мощности погрешность не превысит 2 %, с 18-разрядным – 0.5 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабичев, М.М. Оценки погрешности дискретности при измерении среднеквадратических значений периодических сигналов / М. М. Бабичев, Ю. А. Пасынков // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014) : тр. 12 межд. конф., Новосибирск, 2-4 окт. 2014 г. : в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 3. – С. 191–194.

Бабичев Михаил Михайлович – старший преподаватель, НГТУ, г. Новосибирск.

Пасынков Юрий Алексеевич – д.т.н., профессор, НГТУ, г. Новосибирск.