

## ОСОБЕННОСТИ ПРИВЕДЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ СИСТЕМ В МАШИННЫХ АГРЕГАТАХ С ЗАЗОРАМИ

В.С. Попович, Р.Е. Пестрецов

*Теоретические исследования многомассовых крутильных систем сопряжены с большим объемом вычислений. Практическое же значение при колебаниях имеют низкие собственные частоты упрощенных систем с малым числом масс. Упрощенная система должна быть динамически эквивалентной исходной реальной системе, соответствующие низкие частоты и формы свободных колебаний для упомянутых систем должны быть достаточно близкими.*

*В статье рассматриваются теоретические вопросы свободных и вынужденных крутильных колебаний при наличии зазоров в системах машин.*

*Ключевые слова: крутильные колебания, резонансные колебания, зазоры.*

Методы приведение и упрощение исходных крутильных систем без учета зазоров могут быть осуществлены по методам, изложенным в [3–6]. Рассмотрим частный случай упрощения четырехмассовой системы на рисунке 1 до двухмассовой.

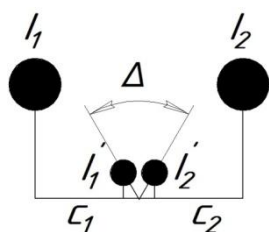


Рисунок 1 – Четырехмассовая крутильная система с зазором

Применяя метод крутильной центрмассовой аналогии, получаем (без учета зазоров):

$$I_I = I_1 + \frac{(I_1 + I_2)C}{C_2}; \quad I_{II} = I_2 + \frac{(I_1 + I_2)C}{C_1};$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Касание масс при замыкании зазора носит характер удара, время действия которого много меньше времени действия обычных сил (в данном случае упругих сил кручения коленчатого вала). Замыкание зазора будем считать происходящим одновременно с последующим размыканием (при упругом ударе).

По известному закону сохранения кинетического момента до и после удара (так как внутренние силы – силы соударения – не изменяют кинетического момента всей системы) имеем:

$$\alpha = I_1\dot{\varphi}_1 + I_1\dot{\Psi}_1 + I_2\dot{\Psi}_2 + I_2\dot{\varphi}_2 = I_1\dot{\varphi}_1 + I_1\dot{\bar{\Psi}}_1 + I_2\dot{\bar{\Psi}}_2 + I_2\dot{\varphi}_2,$$

где  $\alpha = 0$ , если система не вращается как единое целое.

Используем различные сочетания парциальных систем исходной четырехмассовой системы (без учета зазоров), приведенные на рисунке 2, собственные частоты которых можно определить как:

$$\omega_a^2 = \frac{C_1 + C_2}{I_1 + I_2} \text{ (для а)};$$

$$\omega_b^2 = \frac{C_1(I_1 + I_1 + I_2)}{I_1(I_1 + I_2)} \text{ (для б)};$$

$$\omega_в^2 = \frac{C_2(I_{II} + I_1 + I_2)}{I(I_1 + I_2)} \text{ (для в)},$$

причем

$$\omega_b^2 + \omega_в^2 > \frac{C_1}{I_1 + I_2} - \frac{C_2}{I_1 + I_2} = \omega_a^2.$$

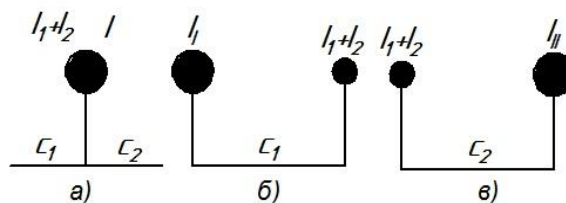


Рисунок 2 – Парциальные системы приведения

Для сохранения условий крутильного колебания системы с зазором необходимо изменить амплитуды, так как при этом система допускает относительный поворот масс на величину зазора без появления упругих моментов. Пусть система без зазора имеет низшую форму колебаний с частотой  $\omega$  (рисунок 3 а).

Сохраняя максимальные величины упругих моментов, получим другую систему с зазором, которая изображена на рисунке 3 б).

Для приведенной двухмассовой системы положение зазора по длине системы не имеет значения (с указанной степенью точности).

Рассмотренная четырехмассовая система  $I_1, I_1', I_2, I_2', c_1, c_2$  при условии, что  $\omega_a^2 \gg \omega_b^2$  и  $\omega_b^2 \gg \omega^2$ , может быть приведена к двухмассовой системе  $I_I, I_{II}, c$ . Практически это означает, что  $I_1$  и  $I_2$  рассредоточиваются между

$I_1$  и  $I_2$  [1]. Условие свободного зазора  $|\psi_1 - \psi_2| < \Delta$  переходит в условие для масс с моментами инерции  $I_1$  и  $I_2$ :  $|\varphi_1 - \varphi_2| > \Delta$ , т.е. зазор теряет характер динамического объекта и становится объектом кинематическим (или геометрическим). Положение зазора на валу между массами  $I_1$  и  $I_2$  не имеет значения.

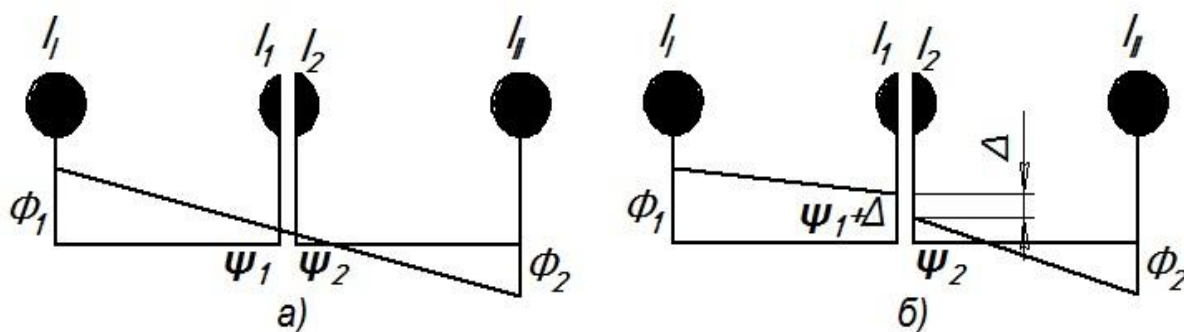


Рисунок 3 – Формы колебаний исходной системы: а) – без учета зазора; б) – с учетом зазора

Если указанная четырехмассовая система является парциальной для другой, более развернутой системы, тогда для всех низших собственных частот  $\omega_i$ , таких что  $\omega_i^2 < \omega^2$ , погрешности, после указанного выше приведения, будут еще меньшими.

Теперь можно предложить такой примерный порядок приведения и упрощения системы с зазорами: выделим из исходной многомассовой системы с зазорами парциальную систему вида, указанного на рисунке 2. Эту парциальную систему на основании вышеизложенного преобразуем в парциальную систему другого вида (см. рисунок 4 а) с двумя низшими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (причем  $\omega_1 < \omega_2$ ).

Если парциальная частота системы  $I_{i+1}, c_i, c_{i+1}$  без учета зазоров  $\omega' \gg \omega_1$ , то можно сделать упрощение по схеме, изображенной на рисунке 4 б). Тогда система приобретает вид, показанный на рисунке 4 в).

Так как нас интересуют первые частоты свободных колебаний  $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n$  и соответствующие им формы колебаний, тогда приведем все парциальные системы, имеющие такие парциальные частоты  $\omega_i$ , к такому виду, что

$$\omega_i^2 \geq \omega_n^2.$$

Таким образом, приведение системы с зазорами следует выполнять так же, как и приведение беззазорной системы.

В ходе исследований было выполнено торсионграфирование валопровода работаю-

щего трактора, в результате которого определены резонансные амплитуды и амплитуды «жестких» колебаний масс системы. В качестве примера на рисунке 5 приведена крутильная схема трактора Т-4 с зазорами.

Все соединения разбиты на три основные группы: гладкие соединения (соединения с возможным проскальзыванием), шлицевые соединения, шестерни. При приведении крутильных систем моменты инерции отдельных деталей объединялись на отдельных участках в одну сосредоточенную массу. На этих участках все зазоры суммировались. Затем угловые зазоры приводились к оси коленчатого вала двигателя обычным образом с учетом передаточных чисел.

В расчетах учитываются только зазоры между зубьями шестерен; величина зазора – угол взаимного поворота двух смежных деталей.

Расчеты были выполнены численным методом Коши-Эйлера в пакете MathCAD [2].

Усредненную величину зазоров оценим приближенно, исходя из следующих соображений:

1. В отдельном зубчатом зацеплении (пара шестерен) боковой зазор равен  $\delta_3 = 1 \div 0,3$  мм;
2. Средний диаметр шестерни  $D_{cp} \approx 185$  см.

Тогда средний угловой зазор у одной пары сцепленных шестерен равен:

$$\Delta_{cp}' = \frac{\delta_3^{cp} \cdot 2}{D_{cp}} = \frac{0,2 \cdot 2}{185} \approx 0,002 \text{ рад.}$$

ОСОБЕННОСТИ ПРИВЕДЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ СИСТЕМ  
В МАШИННЫХ АГРЕГАТАХ С ЗАЗОРАМИ

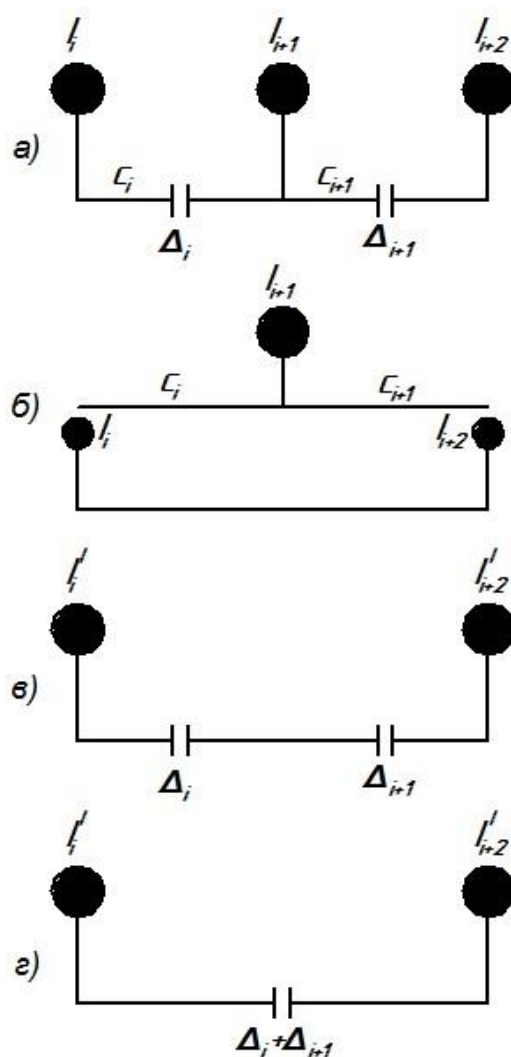


Рисунок 4 – Схема приведения системы с зазором

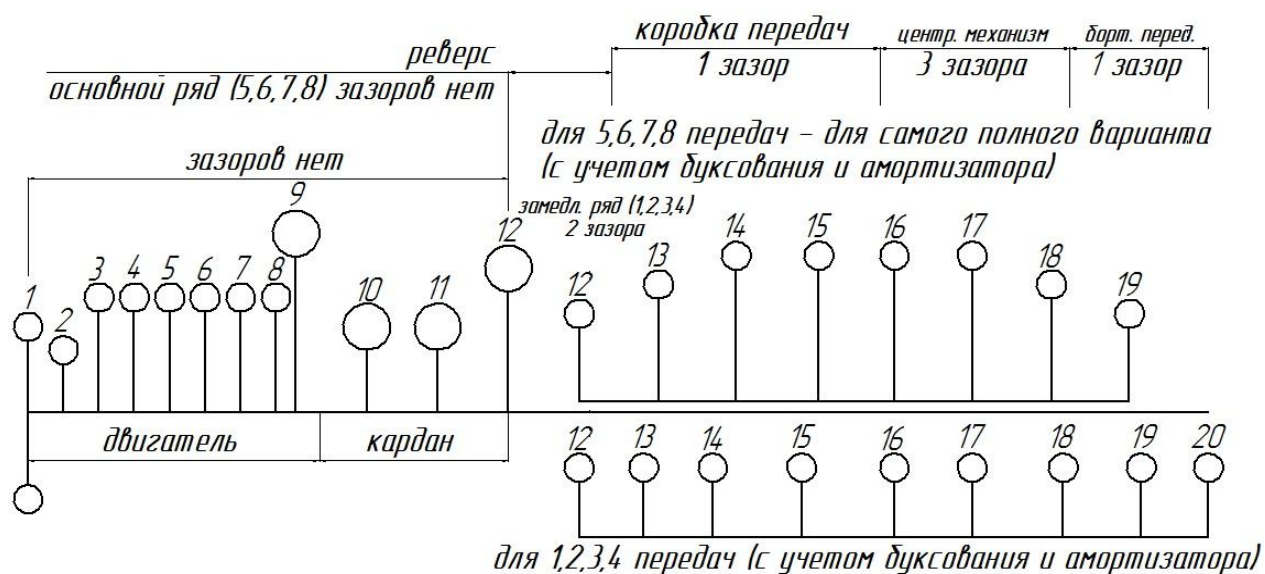


Рисунок 5 – Крутильная схема трактора Т-4 с зазорами

В виде первого приближения принимаем этот зазор одинаковым для всех шестерен.

Приведение зазоров к коленчатому валу выполняем по формуле:

$$\Delta = \frac{\Delta'}{i_{\text{КВ-В}}},$$

где  $i_{\text{КВ-В}}$  – передаточное число от коленчатого вала до рассматриваемого зубчатого зацепления.

Численные значения передаточных чисел  $i_{\text{КВ-В}}$  сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Передаточные числа по участкам системы

№ передачи	Передаточные числа для участков системы					
	12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18
1	1,708	0,708	0,272	0,0746	0,0528	0,0118
2	0,708	0,708	0,315	0,0864	0,0612	0,01375
3	0,708	0,708	0,364	0,100	0,0709	0,0159
4	0,708	0,708	0,450	0,1235	0,1235	0,0196
5	---	---	0,540	0,1052	0,1052	---
6	---	---	0,628	0,122	0,122	---
7	---	---	0,728	0,142	0,142	---
8	---	---	0,900	0,174	0,147	---

В таблице 2 приведены численные значения угловых зазоров, приведенных к коленчатому валу, для нечетных передач трактора. Суммарные зазоры на участках приведенных

систем определяются путем сложения приведенных к коленчатому валу зазоров всех примыкающих участков исходной системы.

Таблица 2 – Средние возможные зазоры на отдельных участках системы (рад)

№ передачи	Участки					
	12–13	13–14	14–15	15–16	16–17	17–18
1	0,003	0,003	0,007	0,027	0,076	0,169
3	0,003	0,003	0,005	0,020	0,056	0,126
5	---	---	0,004	0,019	0,253	---
7	---	---	0,003	0,014	0,192	---

Анализ численных значений угловых зазоров на отдельных участках валопровода и результатов торсиографирования показал следующее:

- а) угол закрутки всей силовой передачи составляет 30–50° (без учета зазоров);
- б) наибольшие резонансные амплитуды крутильных колебаний на носке коленчатого вала двигателя составляют 1,5–2,0°;
- в) амплитуда «жестких» колебаний ничтожно мала;
- г) наибольшие зазоры в валопроводе возникают в зубчатых зацеплениях;
- д) абсолютные угловые зазоры, приведенные к коленчатому валу, лежат в пределах 0,02–0,253 радиан (1,5±15°) и, следовательно, могут превосходить наибольшие амплитуды резонансных колебаний.

**Выполненные расчетные исследования позволяют сделать следующие выводы:**

- 1) форма свободных колебаний при наличии зазоров будет заметно отличаться от формы колебаний беззазорной системы;

2) зазоры уменьшают собственные частоты системы. Наиболее заметно влияют зазоры на частоту системы, когда они находятся на узловых участках;

3) при наличии зазоров в системе появляются дополнительные колебания с частотами, отличными от собственных частот всей системы;

4) при наличии зазоров значительно видоизменяются формы свободных колебаний и, следовательно, упругие моменты на отдельных участках вала;

5) постоянный (запирающий) момент изменяет собственные частоты системы с зазорами путем полного или частичного запирания зазоров;

6) основные массы системы (часто наибольшие по величине), определяющие в основном низкую собственную частоту и соответствующую форму колебаний, оказываются более устойчивыми при увеличении зазоров, чем остальные массы системы.

## ОСОБЕННОСТИ ПРИВЕДЕНИЯ КРУТИЛЬНЫХ СИСТЕМ В МАШИННЫХ АГРЕГАТАХ С ЗАЗОРАМИ

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попович, В. С. Крутильные колебания систем машин с двигателями при учете зазоров / В. С. Попович, Р. Е. Пестрецов // Ползуновский вестник. – 2013. – № 4/3. – С. 158–162.

2. Пестрецов, Р. Е. Расчет свободных и вынужденных колебаний системы с зазорами численным методом Коши-Эйлера / Р. Е. Пестрецов, В. С. Попович // Материалы 11-й Всерос. научно-техн. конф. «Наука и молодежь». – 2014. – «Горизонты образования», № 16.

3. Бабаков, И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М. : Гос. изд. механико-теоретич. литературы, 1958.

4. Вейц, В. Л. Исследование установившегося движения машинного агрегата с зазорами в соединениях. Сб. «Динамика машин» / В. Л. Вейц. – М. : Машиностроение, 1966.

5. Давыдов, Б. Л. Статика и динамика машин / Б. Л. Давыдов, Б. А. Скородумов. – М. : Машиностроение, 1967.

6. Ривин, Е. И. Динамика привода станков / Е. И. Ривин. – М. : Машиностроение, 1966.

**Попович В.С.**, д.т.н., проф., профессор кафедры «Механика и инноватика» ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», 656038, г. Барнаул, пр. Ленина, 46. E-mail: vsporovich@yandex.ru, тел.: (83852) 290960.

**Пестрецов Р.Е.**, аспирант кафедры «Механика и инноватика» ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», 656038, г. Барнаул, пр. Ленина, 46. E-mail: pestret@mail.ru, тел.: 8-905-928-1218.