

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИХТЫ ДЛЯ ИНДУКЦИОННОЙ НАПЛАВКИ ПО ДАННЫМ НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

В.П. Тимошенко, В.П. Шерышев

*На основе представления процесса индукционной наплавки твердых сплавов осуществлено математическое моделирование тепловых процессов в деталях, нагреваемых высокочастотным электромагнитным полем через краевую задачу теплопроводности для гомогенной изотропной среды. Численное решение задачи позволяет восстанавливать теплофизические характеристики шихты по данным натурального эксперимента.*

*Ключевые слова: математические модели теплопроводности, индукционная наплавка твердых сплавов, распределение температуры.*

В настоящее время на отечественных предприятиях сельскохозяйственного машиностроения упрочнение рабочих органов почвообрабатывающих машин осуществляется методами индукционной, дуговой и плазменной наплавки [1]. Проведенные исследования по упрочнению деталей новыми методами, такими как наплавка с помощью ускорителя [2] и электронно-лучевая наплавка [3] по ряду причин промышленного применения не нашли.

Каждый метод имеет свою область применения. Индукционная наплавка деталей почвообрабатывающих машин и орудий является наиболее технологичным и производительным процессом по сравнению с другими традиционными методами упрочнения таких деталей.

Проведенные исследования нагрева наплавляемой детали и шихты при нерегулируемом режиме работы генератора показали, что генератор около 80 % общего времени наплавки работает с низким к. п. д., а наплавляемая деталь перегревается, что приводит к образованию дефектов. Для устранения этих недостатков режим работы генератора и нагрев детали должен быть оптимизирован [4–7].

Правильное решение поставленной задачи во многом зависит от того как были заданы технологические параметры, в частности

теплофизические свойства шихты. Для того чтобы выбрать оптимальные в том или ином смысле параметры необходимо провести большой объем экспериментальной работы в лабораторных условиях. При этом эксперимент значительно усложняется наличием высоких температур, характерных для большинства наплавляемых изделий. Численный эксперимент на ЭВМ при наличии математической модели реального физического процесса в значительной мере позволяет сократить объем экспериментальных работ, проводимых с целью определения оптимальных параметров индукционной наплавки. В этих условиях теоретический анализ приобретает особую актуальность [8–10].

Теоретическое исследование термического цикла индукционной наплавки затрудняется отсутствием теплофизических характеристик используемой для наплавки шихты.

В статье рассматривается методика численного определения коэффициентов теплопроводности и теплопередачи шихты в процессе индукционной наплавки по экспериментально замеренным полям температур.

При некоторых упрощающих предположениях процесс переноса тепла в системе шихта – деталь можно описать нелинейной краевой задачей для уравнения теплопроводности [11]:

$$C_M(T)\gamma_M(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_M(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right), \delta < x < x_0 - \delta, t > 0, \quad (1)$$

$$C_M(T)\gamma_M(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_M(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{P(t)}{\delta}, \begin{cases} 0 < x < \delta, t > 0 \\ x_0 - \delta < x < x_0 \end{cases}, \quad (2)$$

$$C_{Ш}(T)\gamma_{Ш}(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_{Ш}(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right), x_0 < x < x_1, t > 0, \quad (3)$$

$$-\lambda_M(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_M(T)(T - \theta) + \beta \varepsilon_M(T)(T^4 - \theta^4), x = 0, t > 0, \quad (4)$$

$$\lambda_M(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda_{ш}(T) \frac{\partial T}{\partial x}, x = x_0, t > 0, \quad (5)$$

$$-\lambda_{ш}(T) \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_{ш}(T)(T - \theta) + \beta \varepsilon_{ш}(T)(T^4 - \theta^4), x = x_1, t > 0, \quad (6)$$

$$T \Big|_{x_0-\delta+0}^{\delta+0} = T \Big|_{x_0-\delta-0}^{\delta-0}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_0-\delta+0}^{\delta+0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_0-\delta-0}^{\delta-0}, \quad (7)$$

$$T(x, 0) = \theta, 0 \leq x \leq x_1, \quad (8)$$

где  $\delta$  – расстояние, равное глубине проникновения тока в металл.

Известно (данные получены в процессе экспериментальных наплавов) изменение температуры по времени в нескольких внутренних точках детали (в частности, на контакте шихта-металл):

$$T(x_p, t) = f_p(t), p = 1, 2, \dots, L, 0 \leq x_p \leq x_1. \quad (9)$$

Процесс наплавки разделим на этапы:

- 1) нагрев системы до перехода точки Кюри;
- 2) нагрев системы до появления жидкой фазы шихты (расплава);
- 3) плавление шихты.

Теплофизические характеристики металла и объемную теплоемкость шихты  $C_{ш} \gamma_{ш}$  считаем заданными функциями температуры. Предположим, что каждая стадия характеризуется постоянными теплофизическими свойствами металла и шихты. Если  $\delta \ll 0,5x_0$  и в слое  $\delta$  отсутствует градиент температуры, то можно проинтегрировать уравнение (2) и перейти к условию типа сосредоточенной теплоемкости на границах  $x = 0$  и  $x = x_0$  [11].

На каждом этапе моделирования будем определять коэффициенты  $\lambda_{ш}$  и  $\alpha_{ш}$  из решения линейной краевой задачи следующего вида:

$$C_{M_i} \gamma_{M_i} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{M_i} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, 0 < x < x_0, t_i < t \leq t_{i+1}, \quad (10)$$

$$C_{ш_i} \gamma_{ш_i} \frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, x_0 < x < x_1, t_i < t \leq t_{i+1}, \quad (11)$$

$$\delta C_{M_i} \gamma_{M_i} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{M_i} \frac{\partial T}{\partial x} - \bar{\alpha}_{M_i} (T - \Theta) = P_i, x = 0, t > t_i, \quad (12)$$

$$\delta C_{M_i} \gamma_{M_i} \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_{M_i} \frac{\partial T}{\partial x} - a_1 \frac{\partial T}{\partial x} = P_i, x = x_0, t > t_2, \quad (13)$$

$$a_1 \frac{\partial T}{\partial x} + a_2 (T - \theta) = 0, x = x_1, t > t_i \quad (14)$$

$$T(x, t_i) = \varphi_i(x), 0 \leq x \leq x_1, \quad (15)$$

где  $a_1 = \lambda_{ш_i}$ ,  $a_2 = \alpha_{ш_i}$ ; параметр  $\bar{\alpha}(T) = \alpha(T) + \beta \varepsilon(T^3 + \theta T^2 + \theta^2 T + \theta^3)$  можно охарактеризовать как обобщенный коэффициент теплоотдачи и на каждом этапе моделирования считать заданным  $\alpha_M$ .

Параметры  $a_1$  и  $a_2$  определим из условия минимума функционала:

$$J(a_1, a_2) = \sum_{p=1}^L \int_{t_i}^{t_{i+1}} [T_p(t) - f_p(t)]^2 dt \rightarrow \min \quad (16)$$

В качестве численного метода решения задачи (16) применим метод скорейшего спуска, согласно которому интеграционная последовательность строится по схеме:

$$a_k^{r+1} = a_k^r - \beta_r \frac{\partial J}{\partial a_k}, k = 1, 2, \quad (17)$$

где  $r$  – номер итерации.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИХТЫ  
ДЛЯ ИНДУКЦИОННОЙ НАПЛАВКИ ПО ДАННЫМ НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

Вычислим производные функционала:

$$\frac{\partial J}{\partial a_k} = 2 \sum_{p=1}^L \int_{t_i}^{t_{i+1}} [T_p(t) - f_p(t)]^2 \frac{\partial T_p(t)}{\partial a_k} dt, \quad k = 1, 2. \quad (18)$$

Для определения функций  $\theta_k(x, t)$  решим исходную задачу по параметрам  $a_1$  и  $a_2$ .  
 $\theta_k(x, t) = \frac{\partial T(x, t)}{\partial a_k}, \quad k = 1, 2,$  продифференцируем. Получим две краевые задачи:

$$c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial t} = \lambda_M \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial x^2}, \quad 0 < x < x_0, t_i < t \leq t_{i+1}, \quad (19)$$

$$c_{ш} \cdot \gamma_{ш} = a_1 \frac{\partial^2 \theta_k}{\partial x^2} + R_1(T), \quad x_0 < x < x_1, t_i < t < t_{i+1}, \quad (20)$$

$$\delta c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial t} - \lambda_M \frac{\partial \theta_k}{\partial x} - \bar{\alpha}_M \cdot \theta_k = 0, \quad x = 0, t > t_i, \quad (21)$$

$$\delta c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial t} - \lambda_M \frac{\partial \theta_k}{\partial x} + a_1 \frac{\partial \theta_k}{\partial x} + R_2(T) = 0, \quad x = x_0, t > t_i, \quad (22)$$

$$a_1 \frac{\partial \theta_k}{\partial x} + a_2 \theta_k + R_3(T) = 0, \quad x = x_1, t > t_i, \quad (23)$$

$$\theta_k(x, 0) = g_k(x), \quad 0 \leq x \leq x_1, \quad k = 1, 2. \quad (24)$$

Функции  $R_i(T)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) различны при  $k = 1, 2$ . Параметр спуска  $\beta_r$  определяют из условия минимума функционала (16) на  $r+1$  итерации:

$$\beta_r : J(a_k^{(r+1)}, k = 1, 2) = \min_{\beta \geq 0} J\left(a_k^{(r)} - \beta_r \frac{\partial J}{\partial a_k}, k = 1, 2\right).$$

Параметр  $\beta_r$  можно выразить в явном виде. Пусть  $a_k^{(r)}$  ( $k = 1, 2$ ) получило приращение  $\beta_r \frac{\partial J}{\partial a_k}$ . Тогда функция  $T(x, t)$  получит приращение  $\psi_r(x, t)$ . Из соотношений (10)–(15) получим:

$$c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \psi_r}{\partial t} = \lambda_M \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial x^2}, \quad 0 < x < x_0, t_i < t \leq t_{i+1}, \quad (25)$$

$$c_{ш} \cdot \gamma_{ш} \cdot \frac{\partial \psi_r}{\partial t} = a_1^{(r)} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial x^2} - \beta_r \frac{\partial J}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad x_0 < x < x_1, t_i < t \leq t_{i+1}, \quad (26)$$

$$\delta c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \psi_r}{\partial t} - \lambda_M \frac{\partial \psi_r}{\partial x} - \bar{\alpha}_M \cdot \psi_r = 0, \quad x = 0, t > t_i, \quad (27)$$

$$\delta c_M \cdot \gamma_M \cdot \frac{\partial \psi_r}{\partial t} - \lambda_M \frac{\partial \psi_r}{\partial x} + a_1^{(r)} \frac{\partial \psi_r}{\partial x} - \beta_r \frac{\partial J}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = x_0 < x_1, t > t_i, \quad (28)$$

$$a_1^{(r)} \frac{\partial J}{\partial a_1} + a_2^{(r)} \psi_r - \beta_r \left[ \frac{\partial J}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial a_2} \cdot (T - \theta) \right] = 0, \quad x = x_1, t > t_i, \quad (29)$$

$$\psi_r(x, 0) = g_r(x), \quad 0 \leq x \leq x_1, r = 0, 1, 2. \quad (30)$$

Задача (25)–(30) линейна относительно  $\beta_r$ . Поэтому можно записать:

$$J^{r+1} = \sum_{p=1}^L \int_{t_i}^{t_{i+1}} [T_p(t) - f_p(t) - \beta_r \psi_r(x_{p1}t)]^2 dt.$$

Из условия  $\frac{\partial J^{(r+1)}}{\partial \beta_r} = 0$  получим:

$$\beta_r = \frac{\sum_{p=1}^L \int_{t_i}^{t_{i+1}} [T_p(t) - f_p(t)] \psi_r(x_{p1}t) dt}{\sum_{p=1}^L \int_{t_i}^{t_{i+1}} [\psi_r(x_{p1}t)]^2 dt}. \quad (31)$$

Итерационный процесс строим по следующей схеме:

– задается 0-приближение искомых параметров и решается задача (10)–(15);

– по известному полю температур определяются функции  $\Theta_k(x, t)$ ;  $K = 1, 2$  – из решения задач (19)–(24);

– по соотношению (18) рассчитывается градиент функционала;

– далее определяется функция  $\psi_r(x, t)$  из (25)–(30);

– вычисляется глубина спуска  $\beta_r$  по формуле (31);

– находится новое приближение  $\alpha_k^{r+1}$  из (17).

Для проверки правильности разработанной методики проведена экспериментальная наплавка. Измерение температуры производили с помощью термпар и информационно-измерительного комплекса, позволяющего вести регистрацию и обработку полученных данных.

Неизвестные параметры рассчитывали в два этапа: сначала восстанавливали коэффициент теплопроводности  $\lambda_{ш}$ , затем по известному  $\lambda_{ш}$  определяли коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{ш}$ . При выбранных нулевых приближениях, заданную точность вычислений достигли за 20 итераций.

Данный подход распространяется и на случай, когда рассматриваемый процесс разбивается на несколько стадий. Для этого достаточно задать теплофизические характеристики металла и шихты в виде кусочно-постоянных функций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ткачев, В. Н. Индукционная наплавка твердых сплавов / В. Н. Ткачев, Б. М. Фиштейн, Н. В. Казинцев, Д. А. Алдырев. – Машиностроение, 1970.

2. Фоминский, Л. П. Наплавка рабочих органов сельхозмашин с помощью электронного ускорителя / Л. П. Фоминский, А. Ф. Левчук, М. В. Вайсман и др. // Свароч. Пр-во. – № 11. – С. 12–15.

3. Радченко, М. В. Структура и свойства индукционных и электронно-лучевых наплавов из порошковых материалов // Металловедение и термич. обраб. металлов. – 1987. – № 7. – С. 58–59.

4. Иванайский, В. В. Особенности моделирования тепловых процессов в деталях с переменным поперечным сечением при комбинированном способе индукционной наплавки / В. В. Иванайский, Н. Т. Кривочуров, А. В. Ишков, С. М. Шанчуров, Е. М. Таусенев // Ползуновский вестник». – 2012. – № 1/1. – С. 98–105.

5. Тимошенко, В. П. Измерение тока индуктора при индукционной наплавке / В. П. Тимошенко, В. В. Иванайский, О. И. Хомутов // Ползуновский вестник». – 2012. – № 1/1. – С. 291–296.

6. Балаганский, А. Ю. Упрочнение длинномерных рабочих органов сельхозтехники односторонней автоматической индукционной наплавкой / А. Ю. Балаганский, В. В. Иванайский, Н. Т. Кривочуров, В. П. Тимошенко, А. С. Шайхудинов, А. В. Ишков. // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2011. – № 7 (81). – С. 89–93.

7. Тимошенко, В. П. Индукционная наплавка лемехов с регулируемым тепловложением / В. П. Тимошенко, Н. В. Королев // Сварочное производство. – № 10. – С. 22.

8. Боль, А. А. Оптимизация процесса индукционной наплавки / А. А. Боль, В. Н. Коваль, В. П. Тимошенко, С. П. Лесков, В. П. Шерышев // Известия СО АН СССР. Сер. Техн. Наук. – 1985. – № 10, вып. 2. – С. 86–92.

9. Боль, А. А. Повышение качества индукционной наплавки путем оптимизации и автоматизации нагрева / А. А. Боль, В. П. Тимошенко, В. Н. Коваль // Известия СО АН СССР. Сер. Техн. Наук. – 1989. – вып. 1. – С. 85–90.

10. Тимошенко, В. П. Программирование режимов индукционной наплавки долотообразных лемехов / В. П. Тимошенко, А. А. Боль, С. П. Лесков // Автоматическая сварка. – 1989. – № 10. – С. 73–74.

11. Шерышев, В. П. Численное решение задачи нелинейного теплообмена двух тел с условием сопряжения типа сосредоточенной теплоемкости / В. П. Шерышев, И. Н. Панкратова, В. П. Тимошенко // В кн.: Автоматизация научных исследований. – Алма-Ата, 1982. – С. 191–202.

**Тимошенко Владимир Петрович**, к.т.н., доцент кафедры МБСП, ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова», e-mail: timvlad53@mail.ru.

**Шерышев Валерий Павлович**, д.т.н., профессор, ООО «ГАЦ АР НАКС», e-mail: timvlad53@mail.ru.